

Pluralités culturelles et universalité des mathématiques :
enjeux et perspectives pour leur enseignement
et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015



ASPECTS CULTURELS ET LANGAGIERS DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Compte-rendu du Groupe de Travail n° 8

Viviane DURAND-GUERRIER* – Faiza CHELLOUGUI**

I. INTRODUCTION

Dans ce groupe de travail, nous nous sommes intéressé aux aspects culturels et langagiers de l'enseignement des mathématiques. Contrairement à une idée commune largement répandue selon laquelle les mathématiques seraient universelles et intemporelles, de nombreux travaux de recherche en didactique des mathématiques ont mis en évidence la nécessité de prendre en compte les aspects culturels et langagiers dans l'enseignement des mathématiques, et la nécessité de se déprendre de l'illusion d'une transparence du discours mathématique. Très développés dans les travaux anglophones, les recherches sur les aspects langagiers restent encore peu nombreuses dans l'espace mathématique francophone. Ce constat déjà fait dans le groupe de travail « Dimensions linguistique, historique et culturelle dans l'enseignement des mathématiques » à EMF 2009 (Battie & al. 2009) reste d'actualité comme le montre la faible présence des travaux francophones lors de la conférence de l'étude ICMI 21 au Brésil en septembre 2011. Ce thème reste encore aujourd'hui largement exploratoire, ce qui nous avait conduit à un appel à proposition assez large visant à permettre d'établir un panorama des travaux existants afin de dégager des lignes de force pour l'avenir.

Les principaux points que nous avons indiqués dans l'appel à projet étaient les suivants : 1/ le rôle du langage et de la culture dans l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques ; 2/ la prise en compte de la diversité culturelle et linguistique dans les travaux en didactique des mathématiques ; 3/ la nature du discours mathématique et de la culture mathématique comme enjeux dans l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques dans différents contextes ; 4/ les moyens pour rendre l'intégration de la dimension culturelle à la fois signifiante et efficace du point de vue didactique ; 5/ les apports des études dans différents champs scientifiques connexes (par exemple psychologie, sociologie, anthropologie, linguistique, philosophie, ethno-mathématique) pour les études en didactique des mathématiques ; 6/ les apports potentiels d'une analyse logique du langage pour les études en didactique des mathématiques ; 7/ les enjeux spécifiques des contextes d'enseignement multilingues : prise en compte des spécificités lexicales et grammaticales et de leurs effets sur

* Université de Montpellier – France – email : viviane.durand-guerrier@umontpellier.fr

** Université de Carthage – Tunisie – email : chellouguifaiza@yahoo.fr

les apprentissages mathématiques (aspects didactiques et institutionnels), articulation entre langue maternelle et langue d'enseignement, étude des pratiques linguistiques des élèves et des enseignants lors des cours de mathématiques ; 8/ les effets cognitifs potentiels d'un apprentissage des mathématiques en contexte multilingue et/ou multiculturel ; 9/ les apports potentiels des mathématiques dans leurs liens aux autres sciences pour contribuer au rapprochement des hommes et des cultures,

Nous avons reçu seulement un petit nombre de contributions touchant essentiellement aux thèmes 6 et 7; plusieurs d'entre elles bien qu'acceptées n'ayant pas pu être présentées, leurs auteurs n'ayant pas pu participer à la conférence. En outre deux des coordonnateurs qui avaient participé activement à la préparation du travail du groupe avant la conférence n'ont pas pu être présents à Alger¹. Le groupe de travail a donc été animé conjointement par les deux auteures de ce texte, respectivement coordinatrice du groupe et correspondante du Comité Scientifique. Le groupe se composait de dix participants venus de cinq pays: Algérie (2) - Cameroun (2) - Québec (1) - France (3) - Tunisie (2)². Quatre communications orales ont été présentées, réparties en deux thèmes: *Enjeux spécifiques des contextes d'enseignement multilingue* et *Signes, formalisme et signification*. Le travail a été organisé de manière à pouvoir favoriser les interactions au sein du groupe de travail. Chaque communication orale a fait l'objet d'une présentation de 15 min suivie d'une réaction de 5 min par un membre du groupe sollicité avant le début de la conférence et de 10 min de questions. Deux séances de travail en demi-groupes de 30 minutes chacune ont été organisées pour un travail plus approfondi sur chacun des quatre textes faisant l'objet d'une communication orale. Ce travail a été suivi dans les deux cas d'une synthèse et d'un débat collectif. Cette organisation a permis des débats riches au sein du groupe dont nous rendons compte brièvement ci-dessous. En complément de ce travail, une heure a été consacrée à la présentation de l'ouvrage issu de l'étude ICMI 21, et l'affiche de HAOUAM Kamel et REBIAI Belgacem, « Les mathématiques et l'Afrique – Mythe ou réalité » a été présentée et discutée dans le groupe. Une heure a été consacrée à la préparation de la synthèse, du bilan et des perspectives de collaboration au sein de l'espace mathématiques francophone. Le groupe a bénéficié de la présence de Bernadette Denys qui a enrichi nos débats grâce à sa longue expertise des collaborations au sein de l'espace mathématique francophone, en particulier dans le cadre du GREMA (Groupe de Réflexion sur l'Enseignement des Mathématiques en Afrique Subsaharienne³) qui a publié en 2015 une brochure présentant une sélection de travaux associés à sa réflexion (IREM de Paris 7, 2015⁴).

II. TRAVAUX ET ECHANGES AU SEIN DU GROUPE DE TRAVAIL

1. Aperçus sur l'ouvrage issu de l'étude ICMI 21

Le thème de l'étude ICMI 21 Mathematics Education and Language Diversity est très étroitement lié au thème de ce groupe de travail, ce qui a motivé la présentation de l'ouvrage issu de l'étude (Barwell et al. 2015), au sein du groupe. La conférence de l'étude a eu lieu du 16 au 20 Septembre 2011 à Águas de Lindóia (Brésil); quatre-vingt-onze participants venant de 27 pays ont été invités à la conférence suite à un appel à communication. Un constat qui ressort immédiatement des travaux de la conférence et de l'ouvrage : la faible représentation

¹ Richard Barwell (Université d'Ottawa, Canada) et Ahmed Dhaife (ENS de Casablanca, Maroc)

² La liste des participants est donnée en annexe 2.

³ Baheux Carole ; Denys Bernadette ; Chenevotot Françoise ; Mesquita Anna ; Galisson Marie-Pierre ; Gnansounou André ; Bantaba Fiancée-Gernavay ; Henry Michel ; Indenge Joseph ; Lagrange Jean-Baptiste ; Malonga Moungabio Fernand ; Mopondi-Bendeko Alexandre ; Tchoubou Godefroy.

⁴ Le texte est téléchargeable en ligne sur le site " Ressources numérisées des IREM et de leurs partenaires"

des travaux issus de l'espace mathématique francophone, alors que les problématiques abordées dans la conférence ont une grande pertinence pour notre aire linguistique. Il y avait de nombreuses contributions issues de pays et de contextes où la langue d'instruction est l'anglais, alors qu'elle n'est pas la langue maternelle d'une majorité d'élèves, voire de la quasi totalité des élèves. Faisant suite à un certain nombre de travaux développés dans ces contextes depuis de nombreuses années, les responsables scientifiques de l'étude ICMI 21 soutiennent la position selon laquelle le plurilinguisme peut devenir un facteur positif pour les apprentissages mathématiques, invitant les auteurs de l'ouvrage à ne pas négliger cet aspect dans leurs analyses. Les communications couvraient les 5 thèmes de l'étude 1/ Enseigner les mathématiques dans différents contextes linguistiques ; 2/ Formation des enseignants pour différents contextes linguistiques ; 3/ Recherches sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques dans différents contextes multilingues ; 4/ Mathématiques, langages et diversité. 5/ Apprentissage des mathématiques dans des classes multilingues. Nous avons identifié dans cette étude quelques thématiques émergentes, peu travaillées jusqu'à présent, qui nous semblent pertinentes pour l'espace mathématique francophone : les spécificités de l'enseignement post secondaire ; la prise en compte la diversité linguistique au niveau de la recherche et la prise en compte des différences de structure grammaticale.

2. *Enjeux spécifiques des contextes d'enseignement multilingue*

Comme nous l'avons indiqué dans la paragraphe précédent, les travaux de recherche en didactique des mathématiques prenant en compte de manière explicite les spécificités des contextes multilingues d'enseignement des mathématiques sont encore peu nombreux dans l'espace mathématique francophone; nous pouvons néanmoins citer le travail de I. Ben Kilani (2005) sur la négation et celui de K. Million-Fauré (2011) dans le contexte des élèves migrants en France. La communication de David Benoît intitulée « L'enseignement des mathématiques à des élèves apprenant la langue de scolarisation » et celle de Judith Njomgang Ngansop et de Patrick Tchoung Youkap intitulée « Le changement de langage dans l'activité mathématique » s'inscrivent dans la thématique *Enjeux spécifiques des contextes d'enseignement multilingue*.

David Benoît dans sa contribution propose de documenter les difficultés rencontrées par les enseignants amenés à enseigner les mathématiques à des élèves qui sont en train d'apprendre la langue de scolarisation par une recension de travaux de essentiellement anglophones d'une part et des modalités d'expérimentations pour mener à bien des études didactiques d'autre part. Il souligne que l'activité ordinaire des enseignants en contextes multilingue constitue une zone d'ombre pour les recherches en didactique des mathématiques, ce qui le conduit à croiser les cadres didactiques avec les apports des travaux développés en théorie de l'activité, en référence aux travaux de Y. Clot (2008). Ceci plaide en faveur de recherches spécifiques afin de pouvoir proposer des formations adaptées aux enseignants travaillant dans ces contextes. D'une manière générale, au cours des échanges collectifs, nous avons souligné le besoin de conduire des recherches sur les pratiques enseignantes en contextes multilingues croisant les concepts et les méthodes développés en didactique des mathématiques et ceux développés en didactique professionnelle, en particulier ceux relevant de la clinique de l'activité ou de l'ergonomie. Les apports et les limites pour ce travail de la double approche didactique et ergonomique développés par A. Robert et J. Rogalski ont été discutés au sein du groupe.

Judith Njomgang Ngansop et Patrick Tchoung Youkap se sont intéressés aux effets de changement de langue dans l'activité mathématique des étudiants à l'université (Première et deuxième année de licence), s'appuyant sur le constat que la plupart des théorèmes et des définitions sont donnés dans la langue naturelle, ce qui facilite leur compréhension, mais les

rend peu opératoires, contrairement aux énoncés formels. Pour leurs analyses les auteurs ont retenu comme théorie logique de référence le calcul des prédicats qui permet de prendre en compte de manière explicite les questions de quantification et peut servir à mettre en évidence le fait que certains énoncés mathématiques écrits en langue naturelle pourraient donner lieu à des interprétations différentes selon la manière dont on considère la portée des connecteurs ou des quantificateurs. Les résultats des deux enquêtes présentés dans la communication montrent que le passage de la langue naturelle au langage formel reste, même pour des étudiants d'un niveau avancé, une source de difficultés. La discussion a mis en évidence la nécessité de prendre en compte la question des interférences en classe entre les langues locales et la langue d'instruction. Celles-ci peuvent rester inaperçues des enseignants et on peut faire l'hypothèse que même lorsqu'elles sont reconnues, elles sont peu prises en compte dans la classe de mathématiques dans l'espace francophone en raison d'une idée commune selon laquelle en mathématiques, ceci joue un rôle moins important que dans d'autres disciplines.

3. *Signes, formalisme et signification*

La question de la signification des énoncés en mathématiques revêt une importance toute particulière. En effet, d'une part les mathématiques croisent la langue vernaculaire avec un usage important de signes spécifiques comme l'a montré le travail pionnier de C. Laborde (1982), d'autre part on observe dans la classe de mathématiques de nombreux implicites liés au recours au formalisme logique, ceci ayant été mis en lumière en particulier dans les travaux de F. Chellougui (2009). La communication de Faten Khalloufi-Mouha intitulée « Evolution du processus de la construction de la signification mathématique de la fonction « cosinus » à travers les signes langagiers utilisés », et celle de Viviane Durand-Guerrier intitulée « Formalisme et signification en mathématiques- Phénomènes d'anaphores et quantification » abordent deux aspects de cette question.

Dans sa communication Faten Khalloufi-Mouha étudie l'évolution du processus de construction de la signification mathématique de la fonction « cosinus », à travers l'étude de l'évolution des signes langagiers élaborés et utilisés par les élèves et l'enseignant lors d'une séquence d'enseignement intégrant l'artefact technologique Cabri. Ses travaux s'inscrivent dans le cadre de la médiation sémiotique (Bartolini Bussi & Mariotti 2008) et s'appuient sur l'hypothèse selon laquelle le langage est un outil essentiel pour le passage du plan inter-psychologique au plan intra-psychologique. L'auteur a construit pour cela une séquence expérimentale d'enseignement intégrant l'environnement de géométrie dynamique Cabri, dans le but d'étudier l'impact de cette intégration sur le processus de construction des connaissances mathématiques mises en jeu et sur les stratégies de communication utilisées par l'enseignant pour guider les élèves dans cette construction. Le travail présenté met en évidence, outre la complexité du processus d'élaboration de la signification des signes en jeu dans l'activité et le rôle crucial de l'enseignant pour permettre aux élèves de se dégager des significations attachées aux artefacts afin d'envisager la généralisation des résultats observés et de parvenir à une interprétation mathématique permettant le développement des connaissances en jeu. Les échanges collectifs ont permis de souligner l'importance de ne pas perdre de vue, dans les travaux de recherche en didactique des mathématiques sur le langage, le fait que les mathématiques ne sont pas seulement un langage, mais sont aussi une activité où les objets et les actions sur les objets jouent un rôle essentiel.

Dans sa communication, Viviane Durand-Guerrier montre sur un exemple que le phénomène d'anaphore (reprise de pronom) étudié en sémantique formelle pour les langues naturelles se retrouve également en mathématiques en lien avec la pratique de quantification implicite des énoncés conditionnels. Elle montre en particulier que le repérage des anaphores

pourrait permettre de déterminer plus rapidement les choix de formalisation permettant de capturer la signification des énoncés conditionnels implicitement quantifiés. Les résultats expérimentaux présentés confortent l'hypothèse selon laquelle ce phénomène est susceptible de générer des difficultés chez les étudiants en début d'université. Cette étude illustre les apports de l'analyse logique du langage pour questionner l'illusion de transparence du langage mathématique, en particulier parce qu'elle permet de débusquer des ambiguïtés et des implicites. L'auteure fait l'hypothèse que l'analyse logique et la formalisation peuvent offrir une référence commune en situation d'enseignement plurilingue, lorsque la langue d'instruction n'est pas la langue maternelle, ce qui est souvent le cas dans l'enseignement supérieur et ce quel que soit les pays considérés. Les échanges collectifs ont mis en évidence le fait qu'il ne faut pas sous-estimer les difficultés d'appropriation d'un tel outil par des enseignants le plus souvent peu formés en logique, cette discipline ne faisant plus partie du curriculum officiel des futurs enseignants dans de nombreux pays. Néanmoins, l'illusion de transparence de la signification portée par les signes (vocabulaire spécifique, symboles, graphiques, schémas, gestes etc.) nécessite d'être mise en évidence pour pouvoir être traitée dans la classe de mathématique ; ceci constitue un enjeu important pour les recherches en didactique des mathématiques.

III. CONCLUSION ET PERSPECTIVES

A l'issue des travaux de ce groupe de travail, nous tenons à souligner l'importance de développer des recherches sur la diversité linguistique et culturelle dans l'espace mathématique francophone, en prenant en compte la spécificité des contextes. Ces travaux sont exigeants car ils nécessitent de croiser les concepts et les méthodes classiques en didactique des mathématiques avec les apports d'autres champs tels que la didactique des langues, l'ergonomie, la philosophie de la logique et du langage ou la sémiotique. Malgré le petit nombre de communications présentées dans le groupe de travail, les débats très riches ont permis d'identifier des pistes de travail dans les deux thèmes travaillés dans le groupe : "Enjeux spécifiques des contextes d'enseignement multilingues" et "Signes, formalisme et signification". Nous pensons qu'il est nécessaire pour le prochain congrès EMF de conduire un travail en amont de la conférence permettant d'identifier les travaux de recherche existants et les innovations mises en place pour traiter de cette question dont l'importance nous paraît être sous-estimée à l'heure actuelle.

REFERENCES

- Bartolini Bussi M. G., Mariotti M. A. (2008) Semiotic mediation in the mathematics classroom : Artefacts and signs after a Vygotskian perspective. In English L. D., Bartolini Bussi M. G., Jones G. A., Lesh R., Tirosh D. (Eds.) *Handbook of international research in mathematics education*, 2nd revised edition (720-749). Mahwah, NG : Lawrence Erlbaum Associates.
- Barwell R. Clarkson P., Halai A., Kazima M., Moschkovich J. (Eds.) (2015) *Mathematics Education and Language Diversity*. The 21st ICMI Study, Springer.
- Battie V., Kilani I., Savard A., Traoré K. (2009) Synthèse du Groupe de travail IV, Dimensions linguistique, historique et culturelle dans l'enseignement des mathématiques', Kuzniak A., Sokhna M. (Eds.) Enseignement des mathématiques et développement: enjeux de société et de formation. *Actes du Colloque Espace Mathématique Francophone. Revue Internationale Francophone Numéro Spécial 2010*, 487-489.

- Ben Kilani, I. (2005) *Les effets didactiques des différences de fonctionnement de la négation dans la langue arabe, la langue française et le langage mathématique*. Thèse en co-tutelle de l'université de Tunis et de l'université Lyon 1.
- Clot, Y. (2008) *Travail et pouvoir d'agir*. Paris : PUF.
- Chellougui, F. (2009) L'utilisation des quantificateurs universel et existentiel en première année d'université, entre l'explicite et l'implicite, *Recherches en didactique des mathématiques* 29(2), 123-153
- IREM de Paris GREMA (2015) *GREMA – douze années d'activités*, Université Paris Diderot.
- Laborde C. (1982) *Langue naturelle et écriture symbolique, deux codes en interaction dans l'enseignement mathématique*, Thèse de l'Université de Grenoble
- Million-Faure K. (2011) *Les répercussions des difficultés langagières des élèves sur l'activité mathématique en classe : le cas des élèves migrants*. Thèse de l'Université de Provence.
- Robert A., Rogalski J. (2002) Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies* 2(4), 505–528

ANNEXE 1

LISTE DES COMMUNICATIONS ET ORGANISATION DES SESSIONS

2. COMMUNICATIONS ORALES

BENOIT David : L'enseignement des mathématiques à des élèves apprenant la langue de scolarisation

DURAND-GUERRIER Viviane : Formalisme et signification en mathématiques-Phénomènes d'anaphores et quantification

KHALLOUFI-MOUHA, Faten : Evolution du processus de la construction de la signification mathématique de la fonction « cosinus » à travers les signes langagiers utilisés.

NJOMGANGNGANGSOP Judith, TCHONANG YOUKAP Patrick : Le changement de langage dans l'activité mathématique

3. COMMUNICATION AFFICHEE

HAOUAM Kamel, REBIAI Belgacem, Les mathématiques et l'Afrique – Mythe ou réalité

4. ORGANISATION DES SESSIONS

Plage horaire	Sous thèmes	Auteurs
Samedi 10 octobre 14h-16h	Introduction Présentation de l'ouvrage issu de l'étude ICMI 21	F. CHELLOUGUI V. DURAND-GUERRIER
Dimanche 11 octobre 8h30 - 10h30	Enjeux spécifiques des contextes d'enseignement multilingues (1)	J. NJOMGANG-NGANSOP & P. TCHONANG YOUKAP D. BENOIT
Dimanche 11 octobre 11h-12h30	Enjeux spécifiques des contextes d'enseignement multilingues (2) Présentation communication affichée	Débat collectif HAOUAM K. & REBIAI B.
Mardi 13 octobre 8h - 10h	<i>Signes, formalisme et signification</i>	F. KHALLOUFI-MOUHA V. DURAND-GUERRIER

Mercredi 14 octobre 8h30 - 10h30	Bilan et perspectives. Etat des lieux et pistes pour des collaborations au sein de l'Espace Mathématique Francophone	F. CHELLOUGUI V.DURAND-GUERRIER
-------------------------------------	--	------------------------------------

ANNEXE 2
LISTE DES PARTICIPANTS

BENOIT David (Université de Sherbrooke, Canada),
BOUFERMA Salah Eddine (Etudiant de Master, Université Houari Boumediene des
Sciences et Techniques, Alger, Algérie)
CHELLOUGUI Faiza (Université de Carthage, Tunisie),
DENYS Bernadette (IREM de Paris, France),
DURAND-GUERRIER Viviane (Université de Montpellier, France),
HAOUAM Kamel (Université de Tebessa, Algérie),
JAMET Robin (Palais de la Découverte, Paris, France),
KHALLOUFI-MOUHA Faten (Université de Carthage, Tunisie),
NJOMGANG NGANSOP Judith (Université Yaoundé 1, Cameroun),
TCHONANG YOUKAP Patrick (Université de Yaoundé I, Cameroun).