Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015

ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES AUX NIVEAUX POST-SECONDAIRE ET SUPÉRIEUR

Compte-rendu du Groupe de Travail nº7

Alejandro S. GONZÁLEZ-MARTÍN[*] – Stéphanie BRIDOUX[**] –

Imène GHEDAMSI[***] – Nicolas GRENIER-BOLEY[****]

I. PRÉSENTATION

Les activités du groupe de travail ont été organisées dans un esprit de continuité avec les groupes de travail sur l'enseignement des mathématiques aux niveaux postsecondaire et universitaire lors des manifestations précédentes de EMF à Sherbrooke (2006 – GT6), à Dakar (2009 – GT7) et à Genève (2012 – GT7). Dans ce sens, nous avions identifié trois points d'intérêt prioritaires dans l'appel à communications :

- PI1. les difficultés liées à l'apprentissage de certains contenus mathématiques ; les organisations mathématiques dans ces niveaux et leurs conséquences sur l'apprentissage ; les difficultés liées au raisonnement, au formalisme et au symbolisme ;
- PI2. les difficultés liées à la transition secondaire/supérieur, notamment les micro-ruptures qui ont été mises en valeur entre ces deux institutions et dont l'accumulation conduit à une véritable rupture (Bloch & Ghedamsi 2005 ; Praslon 2000 ; Robert 1998) ;
- PI3. les difficultés liées aux pratiques des enseignants, par exemple le fait qu'elles prennent en partie pour référence les pratiques "expertes" des mathématiciens professionnels, cette référence n'étant toutefois ni explicite, ni tout à fait analogue d'un enseignant à l'autre (Robert 1998).

En nous appuyant de plus sur la thématique du colloque EMF 2015 « *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour enseignement et apprentissage* », nous avons choisi de ne pas occulter la double dimension, plurielle et universelle, des mathématiques. Les tensions entre ces deux dimensions se nourrissent, dans

[*] Université de Montréal – Canada – a.gonzalez-martin@umontreal.ca
[**] Université de Mons – Belgique – stephanie.bridoux@umons.ac.be
[***] Université de Tunis – Tunisie – ighedamsi@yahoo.fr
[****] Université de Rouen – France – nicolas.grenier-boley@univ-rouen.fr

González-Martín A.S., Bridoux S., Ghedamsi I., Grenier-Boley N. (2015) Enseignement des mathématiques aux niveaux post-secondaire et supérieur - *Compte-rendu du Groupe de Travail nº7.* In Theis L. (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* – Actes du colloque EMF2015 – GT7, pp. 640-649.

une même institution, entre autres, des conceptions ou représentations qu'ont aussi bien les élèves/étudiants que les professeurs des notions mathématiques en jeu et du formalisme qu'elles requièrent. De plus, le caractère plus formel et plutôt universel des notions abordées dès la fin de l'enseignement secondaire est susceptible d'accentuer ces phénomènes et de rendre plus difficile le travail des étudiants et la gestion du professeur.

Dans ce contexte, l'appel à contribution du groupe de travail témoignait d'un double enjeu :

- situer les travaux du groupe dans la continuité de recherches antérieures faisant état de différents types de difficultés agissant sur l'enseignement/apprentissage des mathématiques à ces niveaux : celles liées à des contenus mathématiques spécifiques, celles liées à la transition secondaire/postsecondaire, celles liées aux pratiques des enseignants ;
- questionner les liens entre ces difficultés et certaines spécificités ou différences culturelles, voir dans quelle mesure les résultats de recherche obtenus ou les ressources conçues dans un certain contexte culturel en dépendent, voire pourraient être adaptés à d'autres contextes culturels.

Les propositions reçues et qui ont été retenues pour les actes du colloque traitent plutôt du premier enjeu. Par ailleurs, des questions relatives à la transition[1], au rôle du formalisme et à la pluralité des racines culturelles ont été abordées dans nos discussions. Nous y reviendrons à la fin de ce texte.

Les présentations qui ont eu lieu dans le groupe ont particulièrement abordé les aspects épistémologiques, institutionnels et cognitifs de l'enseignement des mathématiques aux niveaux postsecondaire et supérieur. Les discussions au sein du groupe ont par ailleurs permis de soulever de nouveaux éléments de réflexion que nous explicitons dans la section suivante. Plus précisément, les travaux ont notamment concerné :

- l'importance de l'histoire et de l'épistémologie des mathématiques dans le travail didactique ;
- l'analyse des difficultés des élèves/étudiants ;
- les propositions d'interventions didactiques ;
- la collaboration entre chercheurs et enseignants pour concevoir des situations d'enseignement.

Nous en venons maintenant à la synthèse des présentations qui ont eu lieu et que l'on décline suivant ces quatre axes, en ajoutant aussi les éléments principaux que ces présentations nous ont amenés à discuter.

II. TRAVAUX PRÉSENTÉS DANS LE GROUPE

Comme nous venons de le dire, les présentations qui ont eu lieu au sein de notre groupe ont été organisées autour de quatre axes. Ces quatre axes suivent, d'une certaine façon, les étapes du travail de recherche visant à intervenir aux niveaux postsecondaires : les analyses épistémologiques, les analyses institutionnelles et des difficultés des étudiants, l'élaboration et l'expérimentation d'alternatives ainsi que le travail de collaboration entre chercheurs et enseignants. Dans ce qui suit, nous résumons le contenu qui a été présenté dans le groupe de travail.

[1] Les articles ayant comme sujet principal des questions relatives à la transition ont fait l'objet des travaux du Projet spécial 3 (voir la section consacrée à ce projet spécial dans ces actes).

1. *L'importance de l'histoire et de l'épistémologie des mathématiques dans le travail didactique.*

Plusieurs travaux soulignent l'importance de la dimension épistémologique dans la recherche en didactique des mathématiques (voir par exemple les articles classiques de Artigue 1990, 1992), en particulier aux niveaux postsecondaires étant donnée la complexité des notions mathématiques en jeu (voir par exemple l'article récent de González-Martín, Bloch, Durand-Guerrier et Maschietto 2014). Dans ce sens, le travail présenté par González-Martín et Correia de Sá fait une revue du développement historique des séries numériques pour identifier les différents ostensifs utilisés par les mathématiciens. Leur travail fait ressortir l'importance que le cadre géométrique a eu dans l'évolution des premières intuitions relatives aux séries numériques, questionnant son absence dans les pratiques d'enseignement postsecondaire. Le travail mathématique dépend d'une façon fondamentale des ostensifs disponibles et de ceux qui sont accessibles aux étudiants (y compris à travers le professeur) ; or les ostensifs généralement mis en œuvre dans le cadre géométrique présentent des opportunités suffisamment conséquentes du point de vue de la visualisation. En lien avec la thématique du colloque EMF 2015, cette absence du cadre géométrique peut être justifiée, entre autres, par des phénomènes de transposition didactique qui véhiculent une vision universelle des mathématiques, où l'utilisation du langage formel prime, rendant plus difficile le travail des étudiants. Cette difficulté qui est liée à l'usage du symbolisme mathématique a déjà fait l'objet de plusieurs travaux de recherche (Bridoux 2011; Chellougui 2009 ; Durand-Guerrier & Arsac 2003 ; Weber & Alcock 2004). Ces travaux et d'autres ont clairement montré que la maîtrise par les étudiants du symbolisme mathématique (y compris formel) ne peut s'appuyer exclusivement sur une manipulation syntaxique d'ostensifs spécifiques.

Dans cet ordre d'idée, l'analyse de l'évolution des signes utilisés par les mathématiciens tant pour l'avancée du savoir mathématique que le développement de la pensée mathématique, peut s'avérer une piste prometteuse dans la construction d'ingénieries didactiques (Bloch & Gibel 2011). En particulier, les situations conçues sur la base d'une prise en compte des changements de cadres (Douady 1986) et/ou des conversions entre divers registres de représentations sémiotiques (Duval 1995), permettraient le maniement par les étudiants d'un canevas d'ostensifs (Bosch & Chevallard 1999) allant dans le sens d'une meilleure acquisition des savoirs du post-secondsaire et du supérieur. En lien avec les points d'intérêts PI2 et PI3, l'étude de pratiques enseignantes intégrant l'utilisation de plusieurs cadres et/ou registres de représentations sémiotiques dans l'approche de certaines notions mathématiques abstraites pourrait donner des pistes sur la mise en œuvre de nouvelles organisations mathématiques pouvant faciliter, dans certains cas, la transition entre les niveaux pré-universitaire et universitaire.

Nos discussions nous ont, de plus, menés à mieux souligner le rôle des symboles mathématiques et de la visualisation dans l'acquisition des mathématiques du niveau postsecondaire et supérieur. Le rôle des représentations visuelles dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques aux niveaux postsecondaires a déjà fait l'objet de plusieurs travaux anglophones mais aussi de travaux issus de la communauté francophone tels que ceux de Maschietto (2001) et de Bloch (2003). Il nous a, néanmoins, semblé que ce sujet est toujours d'actualité et peut donner lieu à un champ de recherche de plus en plus fécond. Ainsi, il nous a paru primordial de développer davantage de recherches aux niveaux postsecondaires afin de mieux comprendre le développement des différents ostensifs liés à certains concepts mathématiques abstraits, tant dans une perspective historique que par leur usage en pratique, et de voir dans quelle mesure l'utilisation de certains ostensifs pourrait permettre une meilleure appréhension d'autres ostensifs. Par exemple, Aspinwall, Haciomeroglu et Presmeg (2008) ont élaboré un modèle pour mesurer la préférence d'usage d'ostensifs algébriques ou d'ostensifs visuels (de types graphique ou géométrique) en ce qui concerne les dérivées. Leurs résultats semblent indiquer que les étudiants qui réussissent le mieux basent leur travail sur un usage mixte d'ostensifs. Par ailleurs, il semblerait qu'un usage approprié du langage verbal permettrait aussi bien de maitriser les divers types d'ostensifs que des liens qu'ils entretiennent. D'autres travaux sont encore nécessaires, surtout pour des notions mathématiques plus abstraites, pour mieux comprendre l'utilisation des différents ostensifs par les étudiants et mieux comprendre comment cette utilisation (et les liens construits entre les différents ostensifs et représentations) permet aux étudiants d'appréhender les notions mathématiques en jeu.

2. *L'analyse des difficultés des élèves/étudiants.*

Le travail de Litim, Zaki et Benbachir fait une analyse des difficultés rencontrées par les étudiants de première année universitaire dans l'apprentissage de la convergence des suites numériques, identifiant plusieurs origines pour ces difficultés. Parmi ces difficultés, ressortent celles liées à la manipulation de symboles abstraits, à la confusion entre suite et série, à l'application incorrecte de propriétés et de théorèmes et à l'interprétation des propriétés topologiques. Les résultats de ces auteurs rejoignent ceux qui ont été identifiés par d'autres chercheurs depuis longtemps (par exemple, le travail de Cornu 1991 ; Robert 1983). La persistance de ces difficultés chez les étudiants semble témoigner de l'absence d'une réelle prise en compte de celles-ci au sein de l'enseignement aux niveaux postsecondaires : pour quelles raisons les résultats de recherche au niveau postsecondaire ont-ils eu aussi peu d'impact sur les pratiques ordinaires d'enseignement (sujet déjà abordé, entre autres, par Artigue 2001) ?

En lien avec le point d'intérêt PI1, nos discussions dans cet axe nous ont menés à discuter de la pertinence de considérer la notion de convergence en tant que notion FUG (formalisatrice, unificatrice, généralisatrice – voir Robert 2008) et des difficultés d'apprentissage que cela implique. La conception d'une séquence d'enseignement consacrée à la notion de convergence considérée comme notion FUG est justement traitée dans le travail de Grenier-Boley et ses collègues, que nous discutons plus bas. Nos échanges nous ont fait aussi réfléchir à l'effet qu'ont les pratiques d'enseignement habituelles sur l'apprentissage des étudiants et au fait que les tâches présentées dans certains livres ou recueils conduisent les étudiants à développer certaines (in)compréhensions, voire à des représentations erronées de la notion, pouvant même mener certains d'entre eux à un niveau de réussite technique acceptable, en dépit d'une compréhension des notions en jeu. Ce type de résultats a été explicité depuis longtemps (Boschet 1983) et la situation ne semble pas s'améliorer plus de trente ans plus tard. Dans ce sens, l'étude des différentes micro-ruptures dans le passage lycée – université, mais aussi entre différents domaines des mathématiques (*Calculus – Analyse, Analyse – Algèbre, …*) semble être l'une des pistes prometteuses pour mieux comprendre certaines difficultés et proposer, dans le même temps, des interventions didactiques (voir par exemple le cas des espaces duaux dans Winsløw, Barquero, De Vleeschouwer & Hardy 2014).

Tenant compte de la thématique du colloque EMF 2015, il serait intéressant de développer des travaux ayant pour but d'amener une dimension plutôt plurielle (et moins universelle, du moins au tout départ) des mathématiques postsecondaires. Étant donné le fait que plusieurs des difficultés identifiées par la littérature sont en lien avec le langage et les modes de raisonnement formels, une co-construction de certaines notions et de leur sens pourrait éventuellement aider à pallier à certaines de ces difficultés (voir par exemple Ghedamsi 2008).

3. Les propositions d'interventions didactiques.

Dans cet axe, les travaux de Grenier-Boley et la Commission Inter-IREM Université, ainsi que de Rogalski et Rogalski ont été présentés. Le premier en lien avec l'introduction à la définition formelle de limite (tant pour les fonctions que pour les suites numériques) et le deuxième en lien avec la problématique d'enseignement des méthodes pour la résolution de tâches (avec le cas particulier des suites numériques). Dans les deux cas, les auteurs ont en particulier discuté des conditions pour la mise en place effective de pratiques innovantes au niveau postsecondaire, en parallèle de conditions permettant d'assurer le déroulement efficace de telles innovations en termes de recherche. En reprenant deux ingénieries didactiques du début des années quatre-vingt, Grenier-Boley et ses collègues démontrent comment les aspects épistémologiques liés à une notion mathématique peuvent être pris en compte pour sélectionner des variables didactiques permettant de les adapter à un public d'étudiants actuels. En revanche, le travail de Rogalski et Rogalski montre dans quelle mesure la transposition du travail du mathématicien en salle de classe par le biais des méthodes de résolution de problèmes revêt un caractère général dans ses modalités d'enseignement.

Ces travaux font un lien entre les points d'intérêt PI1 et PI3, démontrant – s'il en était besoin – le rôle clé que les analyses préalables peuvent jouer pour l'essai de nouvelles approches. En particulier, des liens avec les deux axes précédents ont été discutés, tels que l'utilisation de différents ostensifs, l'importance de la prise en compte d'une dimension épistémologique et la prise en charge par la nouvelle séquence didactique des difficultés des étudiants. Ces éléments deviennent clés aux niveaux postsecondaires et essentiels pour la construction d'ingénieries (voir par exemple González-Martín et al. 2014), tel que souligné dans des colloques EMF précédents, par exemple, dans le cas de la topologie. Le travail de Bridoux (2011), centré sur les premières notions de topologie, là encore interprétées comme des notions FUG, propose une gradation d'ostensifs pour élaborer une séquence d'introduction aux premiers concepts de topologie et les résultats indiquent que l'intervention a permis aux étudiants de mieux mettre en fonctionnement les notions dans les exercices proposés par l'enseignant, notamment dans la manipulation du formalisme et dans l'utilisation d'ostensifs graphiques.

Nous voyons là encore des liens avec la thématique du colloque EMF 2015. Les interventions didactiques citées dans cette section témoignent bien du fait que le caractère universel et formalisé des mathématiques, surtout aux niveaux postsecondaires, n'est pas toujours la meilleure porte d'entrée pour les étudiants et qu'il est possible, à travers des interventions adéquates, de permettre un accès graduel aux notions mathématiques. La création d'une nouvelle culture et le passage progressif à la « culture mathématique » semblent possibles à travers diverses gradations qui soient plus sensibles aux aspects épistémologiques et aux difficultés des étudiants. Cette co-construction d'une culture commune est abordée dans l'axe suivant.

4. La collaboration entre chercheurs et enseignants pour concevoir des situations d'enseignement.

Le travail de Squalli, Bombardier, Adihou et Raymond introduit la notion de *situation signifiante* comme outil de travail collaboratif entre les chercheurs et les enseignants de mathématiques au niveau postsecondaire (*collégial* au Québec). Il est montré que la combinaison de différentes expertises dans des travaux de recherche-action peut être à l'origine de la production d'activités mathématiques où la modélisation acquiert un rôle fondamental. De plus, les tensions qui existent parfois entre la communauté de mathématiciens et celle des didacticiens pourraient être minimisées par des éléments qui relient ces deux communautés, surtout aux niveaux « avancés », donnant ainsi naissance à des collaborations fructueuses (voir par exemple Nardi 2008).

Cette présentation, en lien avec les points d'intérêt PI2 et PI3, souligne les difficultés de la double transition vécues au Québec par les étudiants du *collégial* (deux années de préparation à l'université) : une première transition est vécue entre la fin du secondaire et le *collégial*, puis une deuxième aura lieu entre le *collégial* et l'université. Dans le travail présenté, une acclimatation à la « nouvelle culture » du *collégial* a lieu et de nouvelles tâches sont construites par une équipe composée de mathématiciens et de didacticiens, impliquant un processus de modélisation. La recherche internationale a évoqué l'importance croissante de la modélisation pour l'apprentissage des mathématiques et ce, du primaire à l'université (Blum, Galbraith, Henn, Niss 2007). En particulier, la recherche a souligné récemment l'intérêt d'aborder l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques auprès de clientèles avec un profil plutôt professionnel (tel qu'en ingénierie, par exemple – voir Artigue, Batanero , Kent 2007). Le rôle des mathématiques pour ces clientèles, en particulier ses aspects très formalisés, est questionné et des approches qui mettent la modélisation (surtout de phénomènes qui feront partie du quotidien des futurs professionnels) au cœur des pratiques d'enseignement semblent être des pistes à explorer. De plus, il a été souligné que les connaissances, les croyances et les pratiques des enseignants de mathématiques aux niveaux postsecondaires n'ont fait l'objet que de recherches récentes (Rasmussen, Marrongelle, Borba 2014), et qu'il serait en particulier primordial de développer davantage de travaux de recherche sur les pratiques d'enseignement au niveau universitaire (Speer, Smith, Horvath 2010). Le type de travail collaboratif présenté dans cet axe pourrait être l'une des façons de mieux documenter ces pratiques, en plus de pouvoir avoir une incidence sur le manque de formation à l'enseignement habituel aux niveaux postsecondaires.

Ces éléments de discussion nous ont amenés à revenir à la thématique du colloque EMF 2015, pour voir qu'il est possible de reconstruire une certaine « culture de l'enseignement des mathématiques avancées » auprès des enseignants de ces niveaux. De plus, le contexte est très présent dans le travail discuté ici, car il s'agit d'aider les étudiants dans la double transition que leur contexte éducatif impose. Ces résultats, pourtant, peuvent être transférables dans d'autres contextes, dans la visée de donner à la modélisation un rôle clé et de promouvoir le travail collaboratif entre didacticiens et enseignants des mathématiques aux niveaux postsecondaires.

III. PISTES POUR LA RECHERCHE À VENIR

Nos discussions se sont situées de façon naturelle en continuité avec les trois thématiques identifiées par les participants au GT7 dans le colloque EMF 2012 (Azrou, Bridoux & Tanguay 2012) :

- Les difficultés récurrentes en matière de formalisme et le rôle du registre symbolique dans la formalisation des notions enseignées, ainsi que l'importance d'un travail sémantique sur les notions enseignées à mener en parallèle avec un travail syntaxique.
- Le développement d'interventions pour prendre en charge les difficultés des étudiants, ainsi que le développement d'aptitudes plus « transversales » aux mathématiques.
- Le rôle de l'enseignant, le rôle du discursif et celui des commentaires méta-mathématiques.

Cependant, plusieurs thématiques ont été identifiées comme absentes (ou peu présentes) tant dans les présentations faites au sein de notre groupe que dans la recherche en général. Nous en citons ici quelques-unes :

1. Un peu par hasard, le contenu mathématique abordé dans les présentations ne concernait que des notions de l'Analyse (suites, séries, limites et convergence). La remarque faite par Artigue (2001) sur le fait que la recherche au niveau postsecondaire s'était centrée sur un nombre limité de notions semble être toujours d'actualité. Bien que de grands pas aient été amorcés pour aborder d'autres notions (l'algèbre linéaire, la théorie de groupes, la statistique, la topologie…), il semble que les notions des premières années de l'Analyse dominent encore les travaux de recherche. Ceci a été souligné aussi récemment dans le cas du congrès PME, où la proportion d'articles traitant les fonctions, les dérivées, les intégrales et les limites est très grande en comparaison avec le nombre d'articles traitant d'autres sujets (équations différentielles, fonctions à deux variables… – voir Hitt & González-Martín, à paraître).

2. Il existe peu de travaux dans la littérature sur les pratiques des mathématiciens professionnels et une meilleure compréhension de leurs pratiques et appréhension des mathématiques pourrait permettre de mieux guider les étudiants au niveau universitaire (Harel, Selden & Selden 2006). Dans ce sens, par exemple, le travail de Inglis et Alcock (2012) a analysé la façon de lire des démonstrations formelles chez des mathématiciens et chez des étudiants, identifiant des différences significatives; ces différences, ainsi que la prise en compte des éléments importants pour la lecture d'une preuve chez les mathématiciens, ont eu des implications pédagogiques importantes.

3. En lien avec le point précédent, nous n'avons pas une connaissance suffisante, en tant que communauté de recherche, de l'utilisation que font les mathématiciens experts de la visualisation (dans un sens large), en particulier dans les domaines mathématiques très abstraits. Nous avons besoin de recherches sur le rôle que les différents ostensifs peuvent jouer dans leur compréhension des notions mathématiques, ainsi que pour avancer dans leur travail (faire des conjectures, construire un modèle…), car cela pourrait mener à introduire ces usages dans les pratiques d'enseignement.

4. Tel que nous l'avons dit plus haut, il y a une lacune importante en recherche par rapport à l'analyse de pratiques enseignantes aux niveaux postsecondaires (Speer et al. 2010), ainsi que sur les sources de connaissances qui sous-tendent ces pratiques. Le manque d'une formation didactique et à l'enseignement fait qu'il est légitime de se questionner sur la manière dont les enseignants du postsecondaire construisent leurs connaissances sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, ainsi que la manière dont les pratiques mobilisées par leur formation disciplinaire initiale éventuellement influencent leurs pratiques ultérieures et leur vision de l'enseignement universitaire.

5. Nous avons aussi souligné plus haut l'émergence de tout un champ de recherche sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques dans des facultés autres que celle de mathématiques. Quelles mathématiques sont nécessaires pour former de futurs professionnels, quelles notions peuvent être utilisées sans être formalisées, quel serait le rôle de la modélisation…? Ce sont des questions qu'il paraît nécessaire de traiter en recherche pour guider les prises de décisions institutionnelles, étant donnés le nombre croissant d'étudiants qui s'inscrivent dans des facultés professionnelles, ainsi que les taux élevés d'abandon et ce, depuis les années 80 (Rasmussen & Ellis 2013).

6. Enfin, parmi les sujets discutés, nous citons celui de l'évaluation aux niveaux postsecondaires. Il est vrai qu'il existe peu de travaux de recherche sur les pratiques d'évaluation, ses enjeux et ce qui est vraiment évalué, entre autres, aux niveaux primaire et secondaire, et cela demeure encore plus vrai aux niveaux postsecondaires. Étant donnés les différents profils d'étudiants qui reçoivent des enseignements de mathématiques, il est primordial de mieux comprendre comment ces étudiants sont évalués, comment l'évaluation influence les pratiques d'enseignement, ainsi que la manière dont l'évaluation prépare (ou non) de façon adéquate les futurs professionnels.

Nous espérons que ce compte-rendu reflète de façon fidèle l'essentiel de nos discussions et échanges pendant le colloque. Plusieurs pistes de recherche s'ouvrent et nous espérons voir dans l'avenir des travaux abordant ces thématiques.

De plus, le domaine de la recherche aux niveaux postsecondaires se consolide sur le plan international et plusieurs des participants au GT7 sont impliqués dans d'autres activités à venir :

- Le premier colloque du réseau *International Network for Didactic Research in University Mathematics* (INDRUM), qui aura lieu à Montpellier en mars 2016.
- Les *topic study groups* 2 (*Mathematics education at tertiary level*) et 16 (*Teaching and learning of calculus*) dans le prochain congrès ICME13, en Allemagne en juillet 2016.
- Le *Thematic Working Group 14 (University Mathematics Education)* dans le prochain congrès européen CERME10, qui aura lieu en février 2017 en Irlande.
- La nouvelle revue internationale *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, dont le premier numéro est paru en avril 2015.

Étant données les nombreuses opportunités pour poursuivre les échanges et partager des résultats de recherche sur les niveaux postsecondaires, nous espérons vivement que les activités du GT7 vont se multiplier et que nos échanges continueront sur ces plusieurs forums, en attentant la tenue du prochain EMF 2018.

REFERENCES

Artigue M. (1990) Épistémologie et didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques 10* (2.3), 241-286.

Artigue M. (1992) The importance and limits of epistemological work in didactics. In Geeslin W., Graham K. (Eds.), *Proceedings of the 16th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 3, pp. 195-216). Durham: PME.

Artigue M. (2001) What can we learn from educational research at the university level? In Holton D. (Ed.), *The teaching and learning of mathematics at university level. An ICMI Study* (pp. 207-220). Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Artigue M., Batanero C., Kent P. (2007) Mathematics thinking and learning at post-secondary level. In Lester F.K. (Ed.), *The second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 1011-1049). Greenwich, CT: NCTM / Information Age.

Aspinwall L., Haciomeroglu E.S., Presmeg N. (2008) Students' verbal descriptions that support visual and analytic thinking in Calculus. In Figueras O., Cortina J.L., Alatorre S., Rojano T., Sepúlveda A. (Eds.), *Proceedings of the joint meeting of PME32 and PME-NA 30* (vol. 2, pp. 97-104). Mexico: Cinvestav-UMSNH.

Azrou N., Bridoux S., Tanguay D. (2012) Enseignement des mathématiques aux niveaux postsecondaire et supérieur – *Compte rendu du Groupe de Travail nº7*. In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le*

21^{e} siècle – Actes du colloque EMF 2012 (GT7, pp. 945-952). http://www.emf2012.unige.ch/index.php/actes-emf-2012

Bloch I. (2003) Teaching functions in a graphic milieu: What forms of knowledge enable students to conjecture and prove? *Educational Studies in Mathematics* 52, 3-28.

Bloch I., Ghedamsi I. (2005) Comment le cursus secondaire prépare-t-il les élèves aux études universitaires ? *Petit x 69*, 7-30.

Bloch I., Gibel P. (2011) Un modèle d'analyse des raisonnements dans les situations didactiques : étude des niveaux de preuves dans une situation d'enseignement de la notion de limite. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 31(2), 191-227.

Blum W., Galbraith P., Henn H., Niss M. (2007) (Eds.) *Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI Study*. New York : Springer.

Bosch M., Chevallard Y. (1999) La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique. *Recherches en Didactique des Mathématiques 19* (1), 77-124.

Boschet F. (1983) Les suites numériques comme objet d'enseignement (premier cycle de l'enseignement supérieur français). *Recherches en Didactique des Mathématiques 4* (2), 141-163.

Bridoux S. (2011) Enseignement des premières notions de topologie à l'université. Une étude de cas. Thèse de Doctorat. Université Paris-Diderot – Paris VII.

Chellougui F. (2009) L'utilisation des quantificateurs universel et existentiel en première année d'université : entre l'explicite et l'implicite. Recherches en Didactique des Mathématiques 29 (2), 123-154.

Cornu B. (1991) Limits. In Tall D. (Ed.) Advanced Mathematical Thinking (pp. 153-166). Dordrecth: Kluwer Academic Publishers.

Douady R. (1986) Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques 7* (2), 5-31.

Durand-Guerrier V., Arsac G. (2003) Méthodes de raisonnement et leurs modélisations logiques. Spécificité de l'analyse. Quelles implications didactiques ? *Recherches en Didactique des Mathématiques* 23(3), 295-342.

Duval R. (1995) *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Neuchâtel : Peter Lang.

Ghedamsi I. (2008) *Enseignement du début de l'analyse réelle à l'entrée à l'université*. Thèse de Doctorat. Université Bordeaux 2.

González-Martín A.S., Bloch I., Durand-Guerrier V., Maschietto M. (2014) Didactic situations and didactical engineering in university mathematics: cases from the study of Calculus and proof. *Research in Mathematics Education 16* (2), 117-134.

Harel G., Selden A., Selden J. (2006) Advanced mathematical thinking. Some PME perspectives. In Gutiérrez A., Boero P. (Eds.) *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future* (pp. 147-172). Sense Publishers.

Hitt F., González-Martín A.S. (à paraître) Generalization, covariation, functions and calculus. PME contributions in the last ten years. In Gutiérrez A., Boero P., Leder G. (Eds.) *Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education*. Sense Publishers.

Inglis M., Alcock L. (2012) Expert and novice approaches to reading mathematical proofs. *Journal for Research in Mathematics Education 43* (4), 358-390.

Maschietto M. (2001) Fonctionnalités des représentations graphiques dans la résolution de problèmes d'analyse à l'Université. *Recherches en Didactique des Mathématiques 21* (1-2), 123-156.

Nardi E. (2008) *Amongst mathematicians. Teaching and learning mathematics at university level*. New York: Springer.

Praslon F. (2000) *Continuités et ruptures dans la transition Terminale S / DEUG Sciences en analyse. Le cas de la notion de dérivée et son environnement*. Thèse de doctorat. Université Paris 7.

Rasmussen C., Ellis J. (2013) Who is switching out of calculus and why. In Lindmeier A.M., Heinze A. (Eds.), *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 4, pp. 73-80). Kiel (Germany): PME.

Rasmussen C., Marrongelle K., Borba M.C. (2014) Research on calculus : what do we know and where do we need to go? *ZDM Mathematics Education 46* (4), 507-515.

Robert A. (1983) L'enseignement de la convergence des suites numériques en DEUG. *Bulletin de l'APMEP 340*, 431-449.

Robert A. (1998) Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au Lycée et à l'Université. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 18(2), 139-190.

Robert A. (2008) Une méthodologie pour analyser les activités (possibles) des élèves en classe. In Vandebrouck F. (Ed.) *La classe de mathématiques : activités d'élèves et pratiques d'enseignants* (pp. 45-56). Toulouse : Octarès.

Speer N.M., Smith J.P., Horvath A. (2010) Collegiate mathematics teaching: An unexamined practice. *The Journal of Mathematical Behavior* 29(2), 99-114.

Weber K., Alcock L. (2004) Semantic and syntactic proof productions. *Educational Studies in Mathematics* 56(2-3), 209-234.

Winsløw C., Barquero B., De Vleeschouwer M., Hardy N. (2014) An institutional approach to university mathematics education : from dual vector spaces to questioning the world. *Research in Mathematics Education 16* (2), 95-111.