Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015

FORMATION MATHÉMATIQUE DES ENSEIGNANTS : QUELLES MÉDIATIONS DOCUMENTAIRES ?

Moustapha SOKHNA* – Luc TROUCHE**

Résumé - Cette étude s'intéresse à l'usage et à la conception de ressources par les enseignants de mathématiques dans le cadre d'une formation hybride. Elle porte sur le rôle du tutorat et son impact sur la formation mathématique des enseignants et s'inscrit ainsi dans les travaux du groupe 6. Les éléments de réponses proposés sont issus d'une recherche en cours sur le lien entre conception et usage de ressources et développement professionnel de professeurs de mathématiques qui n'ont suivi ni formation mathématique universitaire, ni formation professionnelle initiales.

Mots-clefs : Professeur de mathématiques, développement professionnel, usage et conception de ressources, travail collaboratif, tutorat.

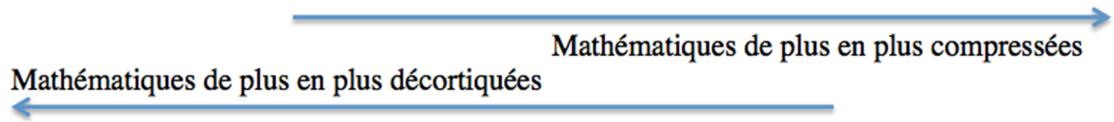
I. INTRODUCTION

Depuis quelques années, on peut observer un intérêt croissant, dans le domaine de la didactique des mathématiques, pour les modalités de conception et d'usage des ressources pour/par les enseignants (Assude 2009, Gueudet & Trouche 2008, Hitt et al. 2012). Cet intérêt est motivé, en particulier, par le développement de dispositifs *hybrides* de formation, i.e. combinant phases en présence et phases à distance (Sokhna & Sarr 2010), et par un questionnement sur la nature même de la formation mathématique des enseignants.

Ce questionnement (Hache et al. 2009) situe cette formation mathématique sur une échelle de perspectives de 1 à 4 : plus on va vers la perspective 4 (figure 1), plus les mathématiques sont « décortiquées », « défaites », « détaillées », alors qu'elles sont de plus en plus « compressées », « condensées », « compactes » quand on s'approche de la perspective 1.

* Faculté des Sciences et Technologies de l'Éducation et de la Formation, Université Cheikh Anta Diop de Dakar– moustapha.sokhna@ucad.edu.sn
** Institut Français de l'Éducation, École Normale Supérieure de Lyon – luc.trouche@ens-lyon.fr

Sokhna M., Trouche L. (2015) Formation mathématique des enseignants : quelles médiations documentaires ? In Theis L. (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* – Actes du colloque EMF2015 – GT6, pp. 624-639.



Perspective 4	Perspective 3	Perspective 2	Perspective 1
Le travail des mathématiques « scolaires »	Le travail de mathématiques nouvelles, en lien avec les contenus de l'école	Le travail des mathématiques académiques, avec des liens systématiques et explicites avec les contenus à enseigner à l'école	Le travail des mathématiques académiques enseignées à l'université pour le futur mathématicien

Figure 1 - *Les perspectives de formation mathématiques des enseignants (Hache et al. 2009).*

Comment penser des dispositifs de formation prenant en compte cette nécessité de « *décorticage* » et de *«décompression* » ? Quelles médiations penser, du point de vue des ressources et des acteurs impliqués ? Ce questionnement est particulièrement aigu dans des pays où l'on considère que la formation mathématique des enseignants est insuffisante.

Nous proposons ici de mettre en évidence, dans le cadre d'un dispositif expérimental, l'importance des interactions entre tuteurs et stagiaires. Dans un premier temps, nous préciserons les cadres théoriques qui soutiennent ce questionnement, nous présenterons ensuite le terrain d'étude, puis la méthodologie mise en œuvre ; nous analyserons enfin, et discuterons, les premières données recueillies.

II. QUELQUES OUTILS THEORIQUES

Notre étude s'enracine dans deux cadres principaux, la *théorie anthropologique du didactique* (Chevallard 1997) *et l'approche documentaire du didactique* (Gueudet & Trouche 2008) qui nourrissent une approche dynamique de la formation des enseignants.

1. *Théorie anthropologique du didactique*

La Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) situe l'activité *d'étude* des mathématiques, comme l'activité *d'enseignement* des mathématiques, dans l'ensemble des activités humaines. Elle se fonde sur le postulat que toute activité humaine, régulièrement accomplie, peut être décrite grâce au modèle unique de praxéologie, défini comme un quadruplet (*types de tâches, techniques, technologies et théories).* Ainsi pour Chevallard (1997, p. 44) :

> L'une des premières tâches auxquelles s'affronte le professeur en tant que directeur d'étude d'une classe donnée, consiste à déterminer, à partir des indications du programme d'études officiel, les organisations mathématiques à étudier en précisant, pour chacune d'elle, son contenu précis et, en particulier, le socle des types de tâches mathématiques qu'elle contient ainsi que le degré de développement à donner aux composantes techniques, technologique, théorique.

Dans une institution donnée, on ne rencontre que très rarement des praxéologies ponctuelles, c'est-à-dire des praxéologies intégrant un seul type de tâches. Les organisations praxéologiques contiennent le plus souvent plusieurs types de tâches et plusieurs techniques. Si toutes les techniques sont rattachées à une seule technologie on dit que l'organisation praxéologique est locale. Une organisation est régionale si elle est construite à partir d'une théorie mathématique donnée et elle est globale si elle intègre plusieurs théories. La dialectique organisation locale/globale nous semble intéressante à prendre en compte en formation, particulièrement pour soutenir les processus de compression et de décorticage (figure 1) des mathématiques. Elle doit, selon nous, être complétée par une approche qui permette de penser la conception et les usages des ressources, supports de ces organisations.

2. *Approche documentaire du didactique*

L'approche documentaire du didactique (Gueudet & Trouche 2008) vise à analyser l'activité de l'enseignant sur, avec, et pour les *ressources*. Elle peut être décrite autour de deux points fondamentaux : la distinction entre ressources et *documents*, et le processus de *genèse documentaire* (figure 2) : un ensemble de ressources donne naissance, pour une classe de situations, au cours d'une genèse documentaire, à un *document*. Le document se construit ainsi, progressivement, par et pour le professeur, à travers deux processus duaux : *l'instrumentation* (le processus qui fait émerger les fonctions constituantes des ressources) et *l'instrumentalisation* qui est liée au développement des fonctions constituées des ressources.

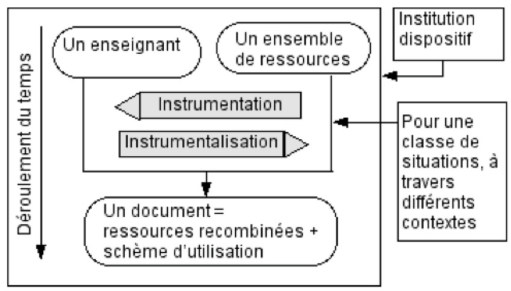


Figure 2. *Représentation schématique de la genèse d'un document* (Gueudet & Trouche 2010)

Le travail documentaire du professeur est le moteur d'une genèse documentaire, qui développe conjointement une nouvelle ressource (composée d'un ensemble de ressources sélectionnées, modifiées, recombinées) et un schème d'utilisation de cette ressource. Un schème d'utilisation comporte en particulier des règles d'action, et des invariants opératoires qui se forgent au cours de l'activité de l'enseignant. L'ensemble des ressources d'un professeur est un ensemble vivant, en permanent renouvellement, et en interaction avec l'activité qu'il déploie. La notion de *système de ressources* (Gueudet & Trouche 2008) décrit bien cet ensemble structuré, produit et ressort de l'activité du professeur.

Dans cette perspective théorique, nous proposons d'introduire la notion de *médiation documentaire,* prolongeant la médiation instrumentale qui, pour Rabardel (1999), « apparaît comme un concept central pour penser et analyser les modalités par lesquelles les instruments influencent la construction du savoir ». Ce concept de médiation documentaire nous permettra de penser et d'analyser les modalités par lesquelles l'évolution des ressources et le développement des connaissances des enseignants se nourrissent mutuellement.

3. *Une approche dynamique de la formation des enseignants*

Nous faisons l'hypothèse que, dans le cadre de la formation des enseignants en mathématiques, les *médiations documentaires* doivent se développer à partir de ressources spécifiques permettant aux collectifs de stagiaires un jeu de décorticage et de compression des concepts mathématiques à introduire en classe. Ces médiations jouent pour les deux types d'acteurs qui nous intéressent ici : les tuteurs qui s'appuient sur ces ressources pour soutenir la *collaboration* entre stagiaires ; les stagiaires qui utilisent les ressources pour « faire leurs cours ». Ces médiations jouent entre ces acteurs et l'objet de leur activité, mais aussi entre les acteurs eux-mêmes, et entre chaque acteur et lui-même. La figure 3 ci-dessous traduit ces différentes médiations, qui se prolongent, via les ressources, au sein des classes des stagiaires, impliquant alors les élèves.

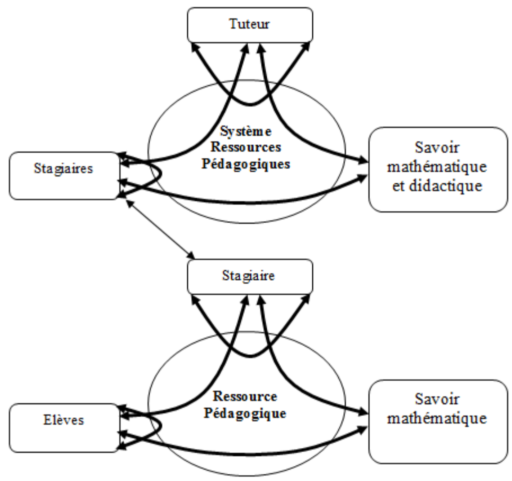


Figure 3 - *Schéma représentant les différentes médiations à l'œuvre dans un dispositif de formation continue, impliquant le tuteur, le stagiaire et les élèves, autour d'un jeu sur les ressources (Sokhna 2006)*

Cette imbrication des médiations doit être comprise comme le cœur d'un dispositif de formation qui implique nécessairement chaque tuteur dans un rôle *proactif. D'ailleurs*, pour Duplàa *et al.* (2003, p. 483), ce rôle conduit le tuteur à intervenir dès la conception des ressources :

> En collaboration avec l'expert des contenus, il déterminerait les nœuds difficiles, conceptuels et stratégiques de la ressource ou des activités. Ensuite, dans la phase de mise en œuvre, cet acteur serait proactif en provoquant des réflexions et débats sur des nœuds difficiles, conceptuels ou stratégiques.

Duplàa *et al.* (ibidem, p. 481) soulignent que « ce tutorat proactif est d'autant plus délicat à mettre en œuvre qu'il ne doit pas rétablir une relation pédagogique à dominante transmissive ». Il nous semble donc que la formation doit s'appuyer aussi sur l'expérience propre des stagiaires, leur créativité, leur *réflexivité* et sur leur *travail collaboratif* (Soury-Lavergne *et al.* 2013).

Nous faisons l'hypothèse que le développement des systèmes de ressources des enseignants, est en grande partie lié au développement des interactions entre tuteurs et collectifs des stagiaires, au cœur des médiations documentaires.

III. TERRAIN EXPERIMENTAL

Notre étude porte sur le lien entre ressources et formation des enseignants de mathématiques dans le cadre de dispositifs hybrides de formation, avec un intérêt particulier pour le rôle des interactions entre tuteurs et stagiaires. La situation actuelle de la formation d'enseignants au Sénégal nous paraît constituer un bon terrain d'étude. En effet, pour faire face aux besoins d'enseignement, de nombreux professeurs contractuels sont recrutés, sans formation professionnelle et avec, pour la plupart, une formation mathématique très modeste, souvent du seul niveau du baccalauréat. Il s'agit donc, pour le système sénégalais, de concevoir des dispositifs de formation continue pour un grand nombre d'enseignants, qui ne peuvent pas s'éloigner de leur classe. Nous présentons dans cette section la structure de la formation des enseignants au Sénégal, puis l'environnement de travail des professeurs contractuels que nous suivrons plus particulièrement et enfin les ressources sur lesquelles repose leur formation.

1. La structure de la formation des professeurs de mathématiques au Sénégal

Au Sénégal, la formation des professeurs de collège et de lycée est prise en charge par la Faculté des Sciences et Technologies de l'Education et de la Formation (FASTEF) à travers deux dispositifs : un dispositif de formation initiale en présentiel (FIP) pour les étudiants et un dispositif de formation continue[1] à distance (FCD) pour les professeurs contractuels. Ces deux dispositifs sont organisés chacun autour de deux filières (figure 4) : une filière qui regroupe les étudiants de niveau licence (section A dont la durée de la formation est d'une année) et de niveau maitrise (section B dont la durée de la formation est deux ans), et une filière qui regroupe des étudiants de niveau baccalauréat (section C dont la durée de la formation est deux ans). Dans la première filière, il s'agit d'assurer la formation *professionnelle* des étudiants, dont la formation *académique* a été prise en charge par d'autres facultés, pour en faire des professeurs de l'enseignement moyen (PEM) et/ou des professeurs de l'enseignement secondaire (PES). Dans la deuxième filière, il s'agit d'assurer la formation académique en première année *et* professionnelle en deuxième année pour faire de ces étudiants des Professeurs de Collèges d'Enseignement Moyen (PCEM). Ces PCEM sont bivalents : en mathématiques, ils sont des professeurs de mathématiques et physique-chimie (F1C MPC) ou Mathématiques et les sciences de la vie et de la Terre (F1C MSVT).

Nature du dispositif	Niveau des étudiants	Formation dispensée
Formation initiale en présentiel : étudiants recrutés sur concours par la FASTEF, qui seront, pour la plupart d'entre eux, s'ils réussissent leurs examens, recrutés comme enseignants titulaires	Etudiants qui ont acquis une licence (F1A) ou une maîtrise (F1B) dans une autre faculté	Formation professionnelle en un (F1A) an ou deux ans (F1B)
	Etudiants de niveau baccalauréat (F1C). En mathématiques ils sont F1C MPC (mathématiques et la physique-chimie) ou MSVT (mathématiques et les sciences de la vie et de la Terre.	Formation académique en première (F1C1) année sanctionnée par un examen de passage, suivie d'une formation professionnelle pendant la deuxième année (F1C2).
Formation continue à distance : enseignants recrutés comme contractuels, qui ont accès à la formation sous certaines conditions (cf. III-2) qui seront, s'ils réussissent leur examen, recrutés comme enseignants titulaires.	Etudiants qui ont acquis une licence (F1A) ou une maîtrise (F1B) dans une autre faculté, et enseignent comme contractuels dans des lycées	Formation professionnelle en un (F1A) ou deux ans (F1B)
	Etudiants de niveau baccalauréat (F1C), enseignant comme contractuels dans des collèges. En mathématiques ils sont F1C MPC (mathématiques et la physique-chimie) ou MSVT (mathématiques et les sciences de la vie et de la Terre.	Formation académique en première année (pour les F1C1) de niveau licence 1 de mathématique sanctionnée par un examen de passage, suivie d'une formation professionnelle pendant la deuxième année (pour les F1C2).

Figure 4 - *Les différentes filières de formations des enseignants assurées par la FASTEF.*

[1] Qualifier de *continue* cette formation est sans doute ambigu, car ces enseignants n'ont pas eu de formation intiale. Cependant cette formation n'intervient pas au début de la carrière de ces enseignants, mais en cours de carrière, nous préférons donc parler dans ce cadre de formation continue (même si, nous le verrons, ce sont les ressources, plus que les formateurs, qui assurent cette continuité de la formation). Il faut noter également que le qualificatif « à distance » est tout aussi ambigu, surtout pour les étudiants de la section C. En effet, pour ces enseignants, les seuls moments d'échanges officiellement organisés avec leurs formateurs sont les périodes de regroupement de deux jours à la FASTEF pour la remise des tapuscrits. Une plateforme de formation à distance existe « http://www.fad-fastef.org » mais elle est réservée aux étudiants des sections A et B.

En section C, en mathématiques, les deux dispositifs (FIP et FCD) semblent proches : ce sont les mêmes formateurs qui interviennent dans les deux cadres ; ce sont les mêmes ressources qui sont proposées aux étudiants ; la réussite à l'examen de la première année conditionne l'accès à la deuxième année. Ces deux dispositifs diffèrent cependant profondément : dans le premier cas, les étudiants suivent leurs études à la FASTEF et les ressources d'enseignement sont délivrées par les professeurs dans des cours ordinaires en présentiel tout au long de l'année (FIP) ; dans le deuxième cas les contractuels sont la plupart du temps dans leurs classes, et les ressources – des tapuscrits - leur sont remises lors d'un regroupement de deux jours à la FASTEF. Les contractuels ne reviendront à la FASTEF que pour l'examen final (FCD).

Ainsi les profils des étudiants de la FIP étant différents de ceux de la FCD, on peut s'interroger sur la pertinence du choix de duplication du dispositif de formation. En effet, en première année de la section C, tous les étudiants (ceux de la FIP comme ceux de la FCD) suivent des cours de niveau L1 mathématiques et c'est seulement en deuxième année qu'ils suivent une formation professionnelle. Or, les étudiants de la FCD étant déjà dans les classes et donc confrontés quotidiennement aux difficultés d'ordre professionnel, il est difficilement compréhensible que la formation en première année soit seulement académique et qu'il faille attendre la deuxième année pour suivre une formation professionnelle. Par contre, les étudiants de la formation initiale en présentiel qui ne vont pas en stage qu'en deuxième année acceptent plus facilement de travailler en première année sur les mathématiques plus compressées (figure 1). En deuxième année, Ils bénéficient d'un encadrement rapproché auprès d'enseignants expérimentés et des formateurs de la FASTEF qui organisent ainsi la transposition des notions apprises en première année.

Notre étude portera sur le dispositif de formation continue à distance, plus particulièrement pour les contractuels qui n'ont que le niveau du baccalauréat et qui enseignent dans des collèges (la section C), car c'est à ce niveau que le besoin de formation semble être plus pressant.

2. *L'environnement de travail des professeurs contractuels*

Le grand nombre de professeurs contractuels à former, que nous appellerons *stagiaires* dès lors qu'ils seront impliqués dans le dispositif de formation, a imposé aux institutions (Ministère et FASTEF) de faire des choix : ce sont les contractuels qui ont le plus d'ancienneté dans le métier qui sont prioritaires pour la formation. En 2013-2014, 1262 stagiaires se sont inscrits en première année de cette section C de la FCD. Ainsi les contractuels qui commencent leur formation ont, en moyenne, de l'ordre de 5 ans d'ancienneté. Ils ont donc commencé à construire leur système de ressources (cf. II-2) pour enseigner et pour cela certains stagiaires peuvent s'appuyer sur les cellules d'établissement[2]. Les ressources disponibles peuvent beaucoup varier d'un établissement à l'autre (existence d'une bibliothèque ou non, interactions possibles avec d'autres contractuels ou non, existence d'une équipe pédagogique ou non, appui du pilotage de l'établissement ou non…). Nous

[2] Dans chaque lycée et collège ou regroupement de collège d'une localité et pour chaque discipline, existe une structure qui regroupe les enseignants de la discipline et qui sert de cadre pour se concerter autour des activités de formation (organisation des ateliers de formation ou d'autoformation etc.) et des activités d'enseignement (discussion autour des progressions communes, de la façon dont seraient abordées certaines parties difficiles du programme). Ces structures sont appelées cellule et la métaphore biologique prend tout son sens. Les cellules ne vivent pas toutes au même rythme : celles qui sont très dynamiques organisent régulièrement des sessions de formation et d'autres peuvent rester toute l'année sans une seule rencontre

décrirons plus précisément ces ressources support de notre expérimentation dans notre dispositif expérimental §IV-4.

Rappelons que ces professeurs de niveau du Baccalauréat sont tous bivalents. Il faut noter également que la bivalence n'est pas la seule difficulté : ces enseignants doivent travailler 25 heures par semaine dans des classes souvent pléthoriques (en moyenne près de 68 élèves, PDEF 2003). Il faut signaler aussi que, durant la formation aucune réduction horaire ne leur ait accordé. Toutes ces difficultés pourraient conduire ces enseignants à faire des choix : privilégier leur formation et la préparation de l'examen au détriment de leur enseignement ou inversement.

3. *Les ressources de la formation des professeurs contractuels*

La formation des professeurs contractuels repose sur des tapuscrits, conçus par les formateurs titulaires des cours en FIP. Ces ressources de formation, que nous appellerons désormais ReF, sont toutes conçues, pour chaque cours, sur un même modèle, en quatre blocs (description des objectifs et des prérequis, proposition d'activités d'apprentissage, présentation du contenu d'enseignement et enfin des exercices ; voir un exemple annexe 1). La première année, ces ressources (ReF1) sont structurées en trois grands ensembles : deux cours (algèbre - voir annexe 2 le programme d'algèbre - et analyse) de niveau première année universitaire (correspondant à la perspective 1, Figure 1) et un cours de géométrie de niveau collège (correspondant à la perspective 4, Figure 1). La deuxième année, les ressources (ReF2) présentent les notions à enseigner, depuis la définition d'un objectif pédagogique à des propositions de solutions d'exercices de niveau collège (correspondant à la perspective 4, Figure 1).

La remise des tapuscrits aux stagiaires a lieu à la FASTEF et est accompagnée de séances d'échanges de 4 à 6 heures, entre les contractuels et les formateurs, sur les contenus et sur les modalités de formation. Ces échanges peuvent aller de l'explication d'une notion jusqu'à des propositions de méthode d'organisation du travail. Des échanges informels peuvent aussi avoir lieu pendant l'année entre contractuels et entre contractuels et formateurs.

A distance, des stagiaires, la plupart du temps encouragés par l'existence de regroupement dans des établissements, appellent au téléphone ou envoient des courriels aux responsables de cours pour des éclaircissements. D'autres, toujours en groupe, sollicitent et obtiennent des séances de travaux dirigés en présentiel avec des formateurs de la FASTEF. Notre étude portera plus particulièrement sur les ReF1 et sur la façon dont elles s'intègrent dans le système de ressources des stagiaires de première année, qui nous paraît être l'année la plus sensible pour l'entrée dans une dynamique de formation. On peut faire l'hypothèse que, compte tenu de leur niveau académique et de la quantité de travail qu'ils doivent assumer, les stagiaires n'ont pas, dans des conditions ordinaires, les moyens d'intégrer seuls les ressources de formation dans leur propre système de ressources : soit leurs ressources propres et les ressources de formation restent étanches les unes par rapport aux autres, soit les ressources de formation sont « parachutées » telles qu'elles dans la classe.

Le dispositif expérimental que nous avons mis en place est limité, pour une « simple » étude de cas : il s'est agit pour nous d'injecter dans le dispositif ordinaire des acteurs jouant le rôle de tuteurs proactifs en relation avec un groupe de stagiaires de première année exerçant dans le même établissement. Nous voulons étudier les effets de cette modification du dispositif, dans l'hypothèse que l'interaction d'un tuteur proactif avec des stagiaires jouant le jeu de la collaboration sera décisive pour le développement des médiations documentaires. Il devra travailler avec les stagiaires des organisations mathématiques locales pour soutenir leur activité d'enseignement, en faire un ressort pour enclencher l'étude d'une organisation mathématique globale dans un objectif de formation mathématique. Les phases d'instrumentation des ressources de formation par les stagiaires appuient leur enseignement. Les enseignants qui ont une certaine maitrise de la ressource, dans leur enseignement, comprendront mieux leur organisation mathématique et sauront mieux réguler les organisations didactiques. Les phases d'instrumentalisation par les stagiaires des ressources soutiennent quant à elles leur formation. En effet, les enseignants qui, à travers les ressources de formation tentent de les modifier à des fins d'enseignement, en feront une meilleure appropriation et auront ainsi une meilleure idée de leur formation. L'activité propre du tuteur se déploiera en synergie avec l'activité des stagiaires dans l'établissement. L'importance des échanges entre le collectif des professeurs stagiaires au sein de leur établissement d'exercice est en effet un élément majeur, qui apparaît dans de nombreuses études sur la formation continue des enseignants (voir par exemple Soury-Lavergne *et al.* ibidem). Nous faisons l'hypothèse que l'activité du collectif et la proactivité des tuteurs pourront nourrir conjointement les genèses documentaires.

IV. LES ELEMENTS METHODOLOGIQUES

Dans cette section nous présentons, en plusieurs points, la méthodologie qui a sous-tendu cette étude : seront précisés le thème mathématique qui sera abordé, les acteurs qui vont endosser le rôle de tuteur et les stagiaires dont la formation va être étudiée.

1. Le choix du thème mathématique

Le choix du thème est guidé par trois préoccupations majeures :

- Le premier critère est la présence du thème à la fois dans programme d'enseignement au collège et dans le programme de formation des stagiaires ;
- Le deuxième critère est la rareté des ressources relatives à ce thème permettant de motiver davantage l'intégration des ressources proposées ;
- Le troisième critère est relatif à difficulté du thème, motivant davantage le soutien d'un tuteur proactif et des échanges entre pairs.

Nous avons ainsi choisi le thème de la logique : en effet, au Sénégal, l'enseignement du raisonnement et de la logique est présent dans tous les ordres d'enseignement. Le programme de mathématiques de collège demande « de renforcer la maitrise de la pensée logique et mathématique de l'élève» (Programme de $6^{ème}$ 2006, CNM 2006) et contrairement aux autres parties, le programme ne propose pas de ressource et ne suggère pas de technique d'enseignement ; enfin tous les étudiants de même niveau arrivant à l'université éprouvent des difficultés sérieuses en logique (Durand-Guerrier & Ngandop 2009).

2. Des tuteurs proactifs

Les tuteurs n'existant pas dans le dispositif actuel de formation, il s'agit de « recruter » des personnes susceptibles de devenir des tuteurs proactifs. Ces tuteurs doivent être suffisamment proche des situations professionnelles des stagiaires pour être en mesure d'anticiper certaines difficultés et capable de leur proposer des solutions adaptées à leurs préoccupations, ils doivent être ouverts et considérer les stagiaires comme des partenaires dans le processus de formation. Suivant ces critères, deux « candidats tuteurs », Nourou et Martin[3], ont été choisis parmi les étudiants de la FASTEF : ils ont un master de mathématiques et ont validé une

[3] Pour respecter l'anonymat des personnes, les noms réels sont changés par les noms que voilà.

année de formation professionnelle. Ils ont aussi une certaine ouverture par rapport aux mathématiques et à leur enseignement, ouverture repérée à partir des rapports de stage (qualité académique et professionnelle, capacité d'écoute des autres, capacité d'accueil à des solutions alternatives proposées par d'autres). Afin de leur permettre de jouer le mieux possible leur rôle, une préparation spécifique est organisée par le concepteur de cours (un des auteurs de cet article) en deux séances de deux heures, préparant aussi une répartition des rôles : Nourou se charge de trouver des ressources appropriées pour la formation des stagiaires et Martin organise des sessions de formation en présentiel en s'appuyant sur les ressources proposées par Nourou.

3. *Choix des stagiaires*

Nous avons mené cette étude auprès des 1262 stagiaires en mathématiques qui se sont inscrits en première année de la section C de la FCD (784 en mathématiques et sciences de la vie et de la terre MSVT et 478 en mathématiques et physique-chimie MPC). Parmi ces 1262 stagiaires, 39 (19 MSVT et 20 MPC) ont sollicité et obtenue des séances gratuites de formation en présentiel pendant trois semaines avec le concepteur de cours de logique (un des auteurs de cet article). Trois stagiaires parmi les 39, tous d'une même cellule pédagogique de la région de Dakar (Diène, Moussa et Félicité) et tous volontaires, sont choisis pour le dispositif expérimental. Ce choix de travailler avec des enseignants d'une même cellule est motivé par un besoin d'éprouver l'idée selon laquelle la collaboration peut être décisive pour le développement des médiations documentaires.

4. *Le dispositif expérimental de recherche et de formation*

Le dispositif de formation et de recherche peut être subdivisé en deux phases.

La première phase du dispositif permet de recueillir des données nécessaires au travail de tuteurs proactifs (la détermination de nœuds difficiles, conceptuels et stratégiques sur la conception et la mise en œuvre de ressource) et prépare ainsi les activités de la phase 2. Elle s'appuie sur l'examen de passage en 2ème année des étudiants de la section C (voir § III-1) : Les 1262 stagiaires qui se sont inscrits en première année de la section C de la FCD ont fait cet examen en octobre 2014. En logique et algèbre l'épreuve est de niveau Licence1 mais elle s'appuie sur le programme de collège. Elle comprend deux exercices : l'exercice 1 avec 16 questions à choix multiples sur l'algèbre et la logique et un exercice 2 spécifiquement sur la logique (voir annexe 3 l'épreuve de 2014). Ainsi nous allons analyser les ressources (ReF1-Algèbre et Logique) et l'épreuve d'algèbre et logique, nous analyserons ensuite les résultats des 1262 stagiaires puis ceux particulier des 39 qui ont suivis des formations en présentiel et nous allons enfin analyser les copies de Diène, Félicité et Moussa.

Dans la deuxième phase, nous allons mettre en place un dispositif expérimental que nous allons analyser. La phase de réalisation de l'expérimentation est organisée autour de quatre étapes (Figure 5) :

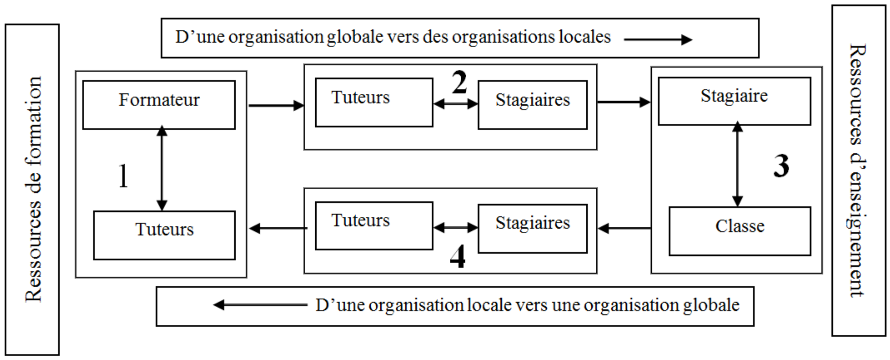


Figure 5 - *Dispositif de formation et de recueil de données.*

S'adossant sur notre proposition de tutorat proactif (figure 5) et de notre choix d'organiser les collaborations pour les formations le concepteur de cours aménage, à *l'étape 1* du dispositif, des échanges avec les tuteurs sur les résultats de l'examen et sur l'articulation entre différentes organisations mathématiques ponctuelles et leur mise en œuvre en classe afin d'analyser des ressources ReF1. Cette étape permettra de dégager des critères d'un tutorat proactif de formation des enseignants. A *l'étape 2* un travail collaboratif de conception d'une fiche de cours sera organisé entre tuteurs et stagiaires qui s'appuie sur l'analyse des ressources ReF1 de l'étape 1. A *l'étape 3*, la fiche cours de l'étape 2 sera mise en œuvre par un stagiaire en présence des deux autres stagiaires et des deux tuteurs. Cette étape permettra d'étudier les corrélations entre critères de proactivité choisis en phase 2 et le niveau d'instrumentation du stagiaire. *L'étape 4* sera une séance de formation au module de logique organisée par les deux tuteurs pour les trois stagiaires en s'appuyant sur les difficultés observées lors de l'étape 3 (on notera les modifications opérées sur les ressources ReF1). L'étude de cette 4ème étape permet d'analyser, avec les critères éprouvés, le niveau de proactivité des tuteurs. Un 2nd cycle de 4 étapes se déroulera dans les mêmes conditions pour vérifier la solidité des résultats obtenus lors du 1er cycle.

5. *Les données à recueillir et la méthode de recueil des données*

La conception des outils de recueil de données s'inspire fortement de la méthodologie d'investigation réflexive (Gueudet & Trouche 2008), c'est-à-dire qu'elle mobilise le regard des acteurs sur leur propre activité. Ces outils permettront le suivi du travail documentaire des tuteurs et des stagiaires (sous la forme de journaux de bord) et le suivi de l'intégration de nouvelles ressources dans leurs systèmes de ressources (sous la forme de représentations graphiques des ressources qui organisent l'enseignement de la logique). Dans cet article ne seront présentés que les résultats tirés de la première phase du dispositif expérimental § IV-4, ceux de la 2nd phase faisant l'objet d'une étude en cours.

V. ELEMENT D'ANALYSE

Cette étude est en cours, l'analyse qui sera présentée dans cet article se limitera à la phase 1 du dispositif expérimental.

L'analyse des ressources (Ref1 Algèbre et logique) montre que ces ressources s'appuient sur des activités qui peuvent faire sens chez les enseignants avant de construire des mathématiques abstraites condensées et compressées (figure 1, perspective1) : dans l'esprit d'une formation mathématique pour des mathématiciens cela a du sens de faire une incursion dans l'algèbre de Boole, mais pour un enseignant qui doit expliquer, justifier, décortiquer et décompresser la tendance devrait être orientée vers la perspective 4. L'analyse de l'épreuve et des résultats des stagiaires le confirme.

L'analyse de l'épreuve montre que 8 des 16 questions de l'exercice 1 peuvent être traitées avec des connaissances mathématiques du collège. Il s'agit des questions 3, 4, 6, 10, 11, 13, 14 et 16. Les questions 3, 6, 10 et 13 sont sur le sens de l'implication. Qu'est-ce qu'une condition nécessaire ; Qu'est-ce qu'une condition suffisante ? C'est le cas de la question n°13 : Pour qu'un parallélogramme ABCD soit un rectangle il suffit que ABC soit un triangle rectangle en B. Les autres questions utilisent les quantificateurs (Pour tout réel x, est-ce qu'il existe un réel y tel x +y = 0 question n°14). Les 8 autres questions de l'exercice 1 sont en rapport avec des mathématiques abstraites qui ne sont pas mobilisables par l'enseignant dans sa classe (par exemple la question 2, est ce que toute relation symétrique est une relation reflexive ?). Dans l'exercice 2, l'idée était de travailler sur la validité d'un énoncé quantifié et de construire sa négation « il existe un entier naturel mutiple de trois et dont la somme de ses chiffres est 7 ». Pour prouver que cet énoncé est faux, il faut écrire sa négation qui fait appel à l'écriture de la négation des quantificateurs « Quel que soit l'entier n, s'il est multiple de 3 alors la somme de ses chiffres est multiple de 3 (***donc différents de 7***)». Si un entier n = $\sum_{k=0}^{n} c_k 10^k$ est divisible par 3 alors $\sum_{k=0}^{n} c_k (3\times 3+1)^k$ qui est égal à $3\times\sum_{k=0}^{n} c_k \alpha_k + \sum_{k=0}^{n} c_k$ est divisible par 3. Donc $\sum_{k=0}^{n} c_k$ est divisible par 3. Or 7 n'est pas divisible par 3 donc la proposition est fausse.

Malgré la proximité de ces exercices avec ce que ces stagiaires sont sensés enseigner, seulement 44,06 % d'entre eux ont eu la moyenne. A l'exercice 2 par exemple, leur principale difficulté apparait dans la justification de leur réponse. Même, s'ils ont eu, pour la plupart, le sentiment que la proposition est fausse, pour la prouver, les méthodes utilisées montrent les difficultés qu'ils ont à intégrer les ressources de formation dans leur propre système de ressources. Ils prennent par exemple plusieurs multiples de 3 *(3; 6; 9; 12; 15; 18; 21; 24; 27; 30; 33; 36; 39; 42; 45; 48; 51; 54)* pour constater que la somme de leurs chiffres est différente de 7. Ceux-là sont dans une attitude très « scolaire » et ne parviennent pas à organiser le processus de démonstration en lien avec leurs ressources de formation; d'autres sont sur une compréhension formelle du cours de logique et ne parviennent pas à le relier aux mathématiques scolaires. Ils savent que *la négation de « $\exists x\ p(x)$ »* est *« $\forall x\ \urcorner p(x)$»,* que celle de *« $P \wedge Q$»* est *« $NonP \vee NonQ$ ».* Pour eux la négation de la proposition est alors « **Quel que soit** l'entier multiple de 3 **ou** dont la somme de ses chiffres est multiple de 3 ». Ceci ne veut pas dire que ces enseignants sont incapables d'enseigner : ils manifestent seulement des difficultés à faire par eux même les liens entre les mathématiques abstraites et les mathématiques qu'ils enseignent. On peut même faire l'hypothèse que ces mathématiques abstraites, cachent et parfois font écran aux mathématiques scolaires. Parmi les 39 qui ont suivis des séances de décorticage et de décompression des mathématiques abstraites plus de 82 % ont eu la moyenne. Il est évident que ces enseignants étaient également très motivés et engagés dans leur formation pour consacrer trois semaines de vacances scolaires à leur formation et l'écriture des quantificateurs et de la négation de l'implication leur était familière. Ils écrivent correctement la négation même si certains ont eu des difficultés à aller jusqu'au bout de leur démonstration. C'est le cas de Moussa et Félicité. Diène lui, a montré un niveau tout à fait appréciable aussi bien sur les mathématiques abstraites que sur les mathématiques scolaires. Nous verrons dans la deuxième phase comment leur comportement par rapport aux mathématiques va impacter sur leur pratique de classe.

De l'analyse de ces ressources, des épreuves et des résultats que nous allons poursuivre, on peut noter d'ores et déjà que les difficultés rencontrées par ces enseignants sont liées à l'organisation du dispositif et l'articulation entre les mathématiques abstraites qu'ils apprennent et les mathématiques scolaires qu'ils enseignent.

VI. CONCLUSION

Perriault (2002, p. 14) appelle l'effet diligence : « Phénomène que connaît bien l'histoire des techniques : les premiers wagons ressemblaient aux diligences tout comme bien des cours mis en ligne ressemblent, aujourd'hui, à des manuels scolaires ». Le fonctionnement d'un dispositif de formation à distance non repensé mais vécu comme une duplication du dispositif en présentiel était loin d'être une panacée. L'analyse des ressources et des résultats montrent que le problème ne se pose pas en terme de « qui peut le plus peut le moins » comme si les « connaissances » des mathématiques supposées plus « difficiles » facilitent l'enseignement des mathématiques scolaires. La mise en œuvre du dispositif expérimental que nous avons présenté ici permettra, nous l'espérons, de valider notre hypothèse que la formation doit se faire autour des mathématiques que ces stagiaires enseignent, en s'appuyant sur leur travail collaboratif au sein des cellules d'établissement, avec des tuteurs qui puissent prendre en compte le développement de la *culture mathématique* en rapport avec celui de la *culture d'enseignement des mathématiques*. Ces compléments d'analyse, essentiels, seront au cœur de notre communication au colloque EMF2015.

REFERENCES

Assude T. (2009) Une approche systémique et fonctionnelle de la conception de parcours de formation. In Kuzniak A., Sokhna M. (Eds.) *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone EMF2009, Enseignement des mathématiques et développement : enjeux de société et de formation* (pp. 827–842). LIENS, numéro spécial http://fastef.ucad.sn/EMF2009

Chevallard Y. (1997) Familière et problématique, la figure du professeur. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *17*(3), 17-54.

Duplàa E., Galisson A., Choplin, H. (2003) Le tutorat à distance existe-t-il ? Propositions pour du tutorat proactif à partir de deux expérimentations de FOAD. In Desmoulins C., Marquet P., Bouhineau D. (Eds.), *Actes de la conférence EIAH 2003* (pp. 477-484), ATIEF et INRP.

Durand-Guerrier V., Ngandop J.-N. (2009) Questions de logique et de langage à la transition secondaire – supérieur. L'exemple de la négation In Kuzniak A., Sokhna M. (Eds.) *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone EMF2009, Enseignement des mathématiques et développement : enjeux de société et de* formation (pp. 1033-1047). LIENS, numéro spécial http://fastef.ucad.sn/EMF2009

CNM (2006) *Programme de mathématiques de l'enseignement moyen et secondaire,* Inspection Générale de l'Education Sénégal, [http://igen.education.sn], dernière consultation, décembre 2014.

Gueudet G., Trouche, L. (2010) *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques*, INRP et Presses Universitaires de Rennes.

Gueudet G., Trouche L. (2008) Du travail documentaire des enseignants : genèses, collectifs, communautés. Le cas des mathématiques. *Education et didactique* 2(3), 7-33.

Hache C., Proulx J., Moussa, S. (2009) Formation mathématique des enseignants : contenus et pratiques Compte-rendu du Groupe de Travail n°1– EMF2009. In Kuzniak A., Sokhna M. (Eds.) *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone EMF2009, Enseignement des mathématiques et développement : enjeux de société et de* formation (pp. 34-39). LIENS, numéro spécial http://fastef.ucad.sn/EMF2009

Hitt F., Maschietto M., Trgalova J., Sokhna M. (2012) Ressources et développement professionnel des enseignants. In Dorier J.-L. (Ed.) *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone EMF2012* (pp. 772-783), Genève, Suisse http://www.emf2012.unige.ch/index.php/actes-emf-2012

PDEF (2003) *Programme de développement de l'éducation et de la formation du Sénégal,* [http://www.education.gouv.sn/politique/Fichiers/pdef-ept.pdf], dernière consultation, février 2006

Perriault J. (2002) *L'accès au savoir en ligne*. Paris : Odile Jacob.

Rabardel P. (1999) Eléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques. In Bailleul M. (dir.) *Actes de la X^e^ Ecole d'été de didactique des mathématiques* (pp. 202-213). Caen : IUFM.

Sokhna M. (2006) *Formation continue des enseignants de mathématiques du Sénégal: genèse instrumentale de ressources pédagogiques*. Thèse de Doctorat. Université Montpellier 2. https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00917620

Sokhna M., Sarr J. (2010) L'Université Virtuelle Africaine: passage d'une formation d'enseignants aux mathématiques à une formation d'enseignants de mathématiques au Sénégal. *Scientific Annals of "Alexandru Ioan Cuza" University of Iaşi, Educational Sciences Series* 13, 75-94

http://www.psih.uaic.ro/cercetare/publicatii/anale_st/rezumate/cuprinsSE09.htm

Soury-Lavergne S., Trouche L., Loisy C., Gueudet G. (2013) *Le travail collectif et les pratiques réflexives au cœur des dispositifs hybrides de formation : de Pairform@nce à M@gistère*, rapport à destination du MEN et du MESR, IFÉ-ENS de Lyon. https://www.academia.edu/5014855/Soury-Lavergne_S._Trouche_L._Loisy_C._and_Gueudet_G._2013_Le_travail_collectif_et_les_pratiques_r%C3%A9flexives_au_coeur_des_dispositifs_hybrides_de_formation_de_Pairform_at_nce_%C3%A0_M_at_gist%C3%A8re

Annexe 1	**Annexe 2**
STRUCTURE D'UN COURS	Programme Algèbre et Logique (Cours annuel de 6 heures semaine cours et TD)
I.IDENTITE	**THÈME 1 :** LOGIQUE ET RAISONNEMENT; **THÈME 2 :** RELATIONS ET GRAPHE D'UNE RELATION ; **THÈME 3 :** GROUPE ; **THÈME 4 :** ANNEAU ET CORPS ; **THÈME 5 :** LES NOMBRES COMPLEXES ; **THÈME 6 :** ANNEAU DE POLYNOMES ; **THÈME 7 :** ESPACES VECTORIELS ET APPLICATIONS LINEAIRES ; **THÈME 8 :** MATRICES **THÈME 9 :** DETERMINANTS ET APPLICATIONS ; **THÈME 10 :** ARITHMETIQUE ; **THÈME 11 :** LES ENTIERS NATURELS ET L'ANALYSE COMBINATOIRE.
1.1. Titre du cours	
1.2. Volume horaire	
1.3. Auteur(s) du cours	
1.4. Contacts de l'auteur	
2. INTENTIONS PEDAGOGIQUES	
2.1. Objectifs généraux	
2.2. Objectifs spécifiques	
3. CONDITIONS REQUISES	
3.1. Pré-requis	
3.2. Outils didactiques	
4. CONTENUS	
4.1. Résumé du cours	
4.2. Plan détaillée	
4.3. Organisateur graphique (conceptogramme)	
5. RESSOURCES COMPLEMENTAIRES	
5.1. Glossaire des principaux concepts	
5.2. Références bibliographiques	
6. ACTIVITES D'APPRENTISSAGE	
6.1. Résumé de l'activité	
6.2. Description détaillée	
6.3. Evaluation formative	
7. EVALUATION	
7.1. Auto-évaluation des acquis	
7.2. Synthèse de remédiation	
7.3. Evaluation sommative	
Tableau de Planification	

Annexe 3

Université Cheikh Anta Diop

(1) FACULTE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE L'EDUCATION ET DE LA FORMATION

Département de mathématiques

Examen algèbre C1 FAD octobre 2014
Section : MPC ☐ MSVT. ☐
Prénom et Nom :……………………………………………………
Date et lieu de naissance : …………………………………………
Tel : ………………………… Série du Baccalauréat ☐

METTEZ VOS RÉPONSES DIRECTEMENT SUR CETTE FEUILLE QUI SERA RAMASSÉE.

EXERCICE 1 :

A CHACUNE DES QUESTIONS CI-DESSOUS, SOULIGNER LA OU LES RÉPONSE(S) JUSTES.

n°	La proposition n°i est-elle	vraie ?	fausse ?	ni vraie ni fausse ?	à la fois vraie et fausse ?
1	Pour que $(P \Rightarrow Q)$ soit fausse il faut et il suffit que $(P \wedge \rceil Q)$ soit vraie				
2	Toute relation symétrique est une relation reflexive.				
3	Soient a et b deux réels, pour que le produit ab soit égal à 0 il faut et suffit que b soit égal à 0				
4	Il existe un réel x tel que pour tout réel y, xy = y				
5	Il existe un réel x tel que pour tout réel y, (x + y)(1+xy) = y				
6	Pour qu'un quadrilatère ABCD soit un losange il faut que la diagonale (AC) soit perpendiculaire à la diagonale (BD).				
7	Pour que $(P \Rightarrow Q)$ soit vraie il faut et il suffit que $(\rceil Q \Rightarrow \rceil P)$ soit vraie				
8	La fonction ln est un homomorphisme du groupe $(IR^*_+, .)$ vers le groupe (IR, +)				
9	Pour que l'implication $(P \Rightarrow Q)$ soit vraie il faut que les deux assertions (P et Q) soient toutes deux vraies.				
10	Pour qu'un parallélogramme ABCD soit un rectangle il faut que ABC soit un triangle rectangle en B.				
11	Pour tout réel x, il existe un réel y tel que xy = 1				
12	Soient A et B deux ensembles non vides, pour que $A \cap B = \{ \}$, il faut que $A \subset \overline{B}$				
13	Pour qu'un parallélogramme ABCD soit un rectangle il suffit que ABC soit un triangle rectangle en B.				
14	Pour tout réel x, il existe un réel y tel x +y = 0				
15	Soient A et B deux ensembles non vides, pour que $A \cap B = \{ \}$, il suffit que $A \subset \overline{B}$				
16	Il existe un réel y tel que pour tout réel x, x +y = 0				

EXERCICE 2

Dites si la phrase ci-dessous est vraie donner sa négation. (Vous devez justifier votre réponse)
« il existe un entier naturel mutiple de trois et dont la somme de ses chiffres est 7 »