La Multiplication Grecque: un algorithme d'origine historique et son enseignement a l'education grecque

CHARALAMBOS LEMONIDIS 3em KM Florina – Niki
53100, Florina xlemon@uowm.gr
KONSTANTINOS NIKOLANTONAKIS 3em KM Florina – Niki 53100, Florina
nikolantonakis@noesis.edu.gr & knikolantonakis@uowm.gr

Résumé. Pendant l'histoire beaucoup d'algorithmes ont été utilisés pour effectuer l'opération de la multiplication des nombres de plusieurs chiffres. Dans le cadre de l'éducation souvent l'algorithme égyptien, son variation qui s'appelle algorithme Russe et la multiplication Arabe ont été introduits. La multiplication grecque, d'un côté n'est pas connue et de l'autre n'a pas été introduite par ce nom. Les seuls qui donnent une référence sont quelques auteurs français (Cerquetti-Aberkane, 1992) mais ils n'expliquent pas son origine historique.
Dans cet article nous allons présenter l'origine historique de la multiplication grecque. Nous allons montrer aussi, par une recherche empirique que les élevés chypriotes avant l'introduction de l'algorithme moderne dans leur formation utilisent des méthodes non-formelles pour la multiplication et celles-ci ont la même logique (structure) que l'algorithme grec. Enfin, nous allons expliquer l'introduction et l'application de cet algorithme dans le cadre de l'éducation grecque.

Mots – Clés. Multiplication Grecque, Education Primaire, Algorithme, Education Grecque, Histoire des Mathématiques.

Introduction

Dans le cadre des systèmes éducatifs quelques algorithmes d'origine historique sont utilisés. L'algorithme égyptien, paru dans le papyrus Rhind, environ 1650 avant J.-C., est basé sur la duplication des nombres. Une variation de cet algorithme est la multiplication utilisée par les agriculteurs Russes pendant le début du 20ème siècle. Cet algorithme est basé sur la duplication et la sous-duplication des nombres (Cerquetti-Aberkane et al., 1997). La méthode de la duplication continue est souvent utilisée par les élèves avant l'enseignement de n'importe quel algorithme. Nous pouvons dire que cette méthode est une méthode intermédiaire entre l'addition et la multiplication. A cause de sa simplicité cette méthode peut être proposée auprès des étudiants en difficultés d'apprentissage des algorithmes.
Un autre algorithme historique est la multiplication arabe. Cette méthode nécessite la connaissance des tableaux de la multiplication et a été appliquée au début du 9ème siècle par le mathématicien arabe Al-Khwarizmi. Une autre méthode apparait dans les écrits du mathématicien Al-Kashi (15ème siècle). C'est la méthode qui s'appelait per gelosia par les Italiens.
Il y a beaucoup d'algorithmes qui se sont apparus afin d'effectuer l'opération de la multiplication. Les seuls qui donnent une référence sont quelques auteurs français mais ils n'expliquent pas toujours leur origine historique (Cerquetti-Aberkane, 1992, p. 79). Nous trouvons une estimation qui explique ce nom par le fait que les mathématiciens grecs de l'antiquité utilisaient une figure géométrique pour résoudre des problèmes. Les nombres ont été représentés par les longueurs, le produit de deux nombres par les surfaces et le produit des trois nombres par les volumes. Le fait que dans le cadre du langage mathématique nous

appelons carré la puissance de 2 et cube la puissance de 3 peut être dû à la représentation géométrique utilisée par les grecs pour effectuer les calculs de la multiplication.
Nous allons ensuite appréhender la multiplication grecque par un exemple 17x25 écrite de façon moderne.

$$
\begin{array}{cccc}
 & & 1 & 7 \\
 & \mathrm{x} & 2 & 5 \\
\hline
 & & 3 & 5 \\
 & & 5 & 0 \\
 & 1 & 4 & 0 \\
+ & 2 & 0 & 0 \\
\hline
 & 4 & 2 & 5
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{cccc}
 & & 1 & 7 \\
 & \mathrm{x} & 2 & 5 \\
\hline
 & & 8 & 5 \\
+ & 3 & 4 & \\
\hline
 & 4 & 2 & 5
\end{array}
$$

Multiplication grecque *Algorithme moderne*

Nous pouvons remarquer que la multiplication grecque ressemble beaucoup à l'algorithme moderne (classique) que nous utilisons aujourd'hui. Cet algorithme est plus analytique parce qu'il nous donne tous les produits partiels parmi les chiffres de deux nombres. A l'algorithme moderne nous avons les produits partiels créés par la multiplication de chaque chiffre du multiplicateur par tout le multiplicande. L'algorithme moderne est plus dense et concis et en même temps plus complexe pour être expliqué auprès des élèves. La multiplication grecque est plus simple et peut être utilisée avant l'algorithme moderne pour l'introduire et expliquer ses propriétés. La multiplication grecque peut être utilisée aussi dans le cadre de l'enseignement auprès des adultes (Numeracy etc.). Dans ce cadre elle peut être introduite en tant qu'exemple historique. Cet algorithme peut être utilise aussi auprès des élèves en difficultés d'apprentissage.
Dans le cadre de cet article, nous allons introduire cet algorithme et son origine historique. Dans les sources primaires, nous avions trouvé que cet algorithme a été décrit par Eutokios d'Ascalon (environ 6ème siècle après J.-C.) dans les *Commentaires* pour le traité de *La Mesure du Cercle* d'Archimède. Eutokios utilise les multiplications pour trouver le carré d'un nombre. Chaque fois, il multiplie un nombre par soi-même. Il découpe le nombre en unités, décades, centaines etc. et il trouve les produits partiels et ensuite il les additionne pour trouver le résultat final (Lemonidis & Nikolantonakis, 2007).
Les propositions modernes de l'enseignement des opérations proposent la diminution de l'emphase exagérée pour les algorithmes écrits et rejettent l'introduction prématurée auprès des élèves, comme c'était le cas dans le cadre de l'enseignement traditionnel (Principles and Standards 2000, DfEE 1999). Avant l'enseignement des algorithmes des opérations, ils suggèrent que les élèves aient travaillé sur la signification des nombres, sur le système arithmétique et sur les calculs mentaux. Par la résolution des problèmes familiers les élèves ont la possibilité de découvrir et d'appliquer des méthodes non-formelles pour les opérations. Par ces méthodes non-formelles, les élèves peuvent être menés aux algorithmes formels et les comprendre mieux (Anghileri, 1999; Thompson, 1999).
Dans beaucoup d'articles, les auteurs se réfèrent à la méthode de la multiplication grecque sans donner son nom. Par exemple, Ian Thompson la mentionne en tant qu'algorithme 'd'usage-ami' (user friendly) (1999, p. 178-180). Il dit qu'il se base aux idées utilisées par les élèves pendant leurs calculs mentaux non-formelles. Dans cet algorithme la conservation de la

valeur positionnelle des chiffres est respectée et les élèves travaillent par les quantités et non par des symboles isolés comme c'est le cas dans l'algorithme moderne. Cette approche aide les élèves de vérifier leur pensée à chaque pas du calcul.

Jae-Meen, Baek (1998) a fait une recherche auprès des élèves de la troisième jusqu'au cinquième classe de l'école primaire pour examiner quels étaient les algorithmes de la multiplication que les élèves inventaient. Cette recherche empirique n'examine pas le comportement des élèves concernant la composante historique. Les élèves examinés n'avaient jamais appris des règles ou des algorithmes formels pour pouvoir les utiliser. Dans le cadre de cette recherche les algorithmes inventés par les élèves ont été classifiés en quatre catégories: modélisation directe, stratégies du nombre entier, stratégies du nombre désuni et stratégies de compensation

Dans le cadre des stratégies *des nombres désuni en décades*, nous pouvons discerner deux cas: un nombre se désuni en somme de deux nombres selon la valeur positionnelle du système arithmétique ou se désuni toutes les deux nombres. Dans ce cas les élèves utilisent leur connaissance du système arithmétique pour désuni le multiplicateur, le multiplicande ou tous les deux. Les élèves trouvent les produits plus facilement et ils utilisent cet algorithme dans des problèmes avec des nombres de plusieurs chiffres. L'algorithme mise en pièces de deux nombres est la méthode de la multiplication grecque. Par exemple, pour effectuer 26x39, un élève avait créé quatre produits partiels. 26x39 = (20x30) + (20x9) + (6x30) + (6x9) parce que 20x39 = (20x30) + (20x9) et 6x39 = (6x30) + (6x9). Nous voyons donc que les élèves sans avoir été enseigné une méthode pour effectuer la multiplication de deux nombres à deux chiffres ils utilisent spontanément la méthode de la multiplication grecque. Ce fait montre que la méthode de la multiplication grecque convient à la manière de la pensée des élèves.

1. Analyse historique de la multiplication grecque

Nous n'avons que peu de renseignements sur la vie d'Eutokios (Heath T.L., 2001, II, σελ. 540-1, Decorps-Foulquier M., Vol. 1, Fascicule 1, 1994). Il était originaire de la ville d'Ascalon, en Syrie actuelle, d'après les titres donnés à ses différents ouvrages dans les manuscrits. On peut dire en résumé que les seuls éléments fiables pour la datation d'Eutokios sont les suivants: Eutokios a été disciple du philosophe Ammonios d'Alexandrie et il lui a dédié ses premiers commentaires sur Archimède (*Sur la Sphère et le Cylindre* et *Sur la mesure du Cercle*), qui sont un travail de sa jeunesse. Ces deux commentaires ont été révisés postérieurement par Isidore de Milet. S'il faut ajouter foi au témoignage du *Laurentianus* 28, 34 manuscrit, Eutokios a dressé, dans un ouvrage intitulé *Astrologoumena*, un horoscope calculé pour la date du 28 Octobre 497. Nous savons qu'Ammonios enseignait déjà à Alexandrie entre 475 et 485. Si on tient compte du fragment astrologique parvenu sous le nom d'Eutokios, on obtient comme terminus post quem pour la date de naissance du mathématicien, les alentours de 450, et comme terminus post quem pour la date de sa mort, l'année 497. Eutokios a produit des commentaires sur les traités d'Archimède *Sur la Sphère et le Cylindre*, *Sur la mesure du Cercle L'équilibre des figures planes* et une édition commentée des Livres I-IV des *Coniques* d'Apollonios de Pergè.

1.1. Le Traité *Sur le Mesure du Cercle* et la multiplication Grecque

L'importance d'Eutokios pour l'histoire des sciences mathématiques réside dans le fait que le texte de la *Mesure du Cercle* n'existait plus à son temps que sous sa forme actuelle, c'est-à-

CHARALAMBOS LEMONIDIS 3em KM Florina – Niki 53100, Florina xlemon@uowm.gr
KONSTANTINOS NIKOLANTONAKIS 3em KM Florina – Niki 53100, Florina nikolantonakis@noesis.edu.gr & knikolantonakis@uowm.gr

dire sous la forme d'un traité plus ample. En développant dans le détail les opérations de calcul qui avaient été omises dans cet extrait, soit par Archimède lui-même, qui voulait en laisser le soin à ses correspondants d'Alexandrie et aux lecteurs initiés à l'art du calcul, λογιστική, soit par un abréviateur postérieur désireux de réduire le traite à l'essentiel, Eutokios nous renseigne, à propos des exemples concrets qui rencontrait dans ce travail, sur les procédés de calcul arithmétique des grecs.

La Mesure du Cercle contient trois propositions. La première montre que l'aire d'un cercle est égale à celle d'un triangle rectangle dans lequel la perpendiculaire est égale au rayon du cercle et la base égal à la circonférence du cercle. La deuxième montre que l'aire d'un cercle au carré dans sa diagonale est égale au rapport 11 sur 14. La troisième montre que le rapport de la circonférence de chaque cercle sur son diamètre est plus petit que 3 1/7 et plus grand que 3 10/71. Cette proposition contient l'approche de π. (Heath, 2001, pp. 69).

La méthode est le calcul approximatif du périmètre de deux polygones réguliers de 96 côtés. Le périmètre est une fois circonscrit et l'autre fois inscrit. Le calcul commence par une limite maximum et une limite minimum à la valeur $\sqrt{3}$, auquel Archimède donne, sans commentaire, comme relation connue la suivante $265:153 < \sqrt{3} < 1351:780$.

Dans ses commentaires Eutokios note pour la troisième proposition que nous sommes toujours obligés de trouver la racine carrée d'un nombre donné. Il note aussi que c'est impossible de trouver une valeur exacte pour un nombre non-carré et que la somme d'un nombre et d'une fraction de ce nombre, multiplié par lui-même, donne un nombre et une fraction de ce nombre. Il se réfère aux méthodes pour le calcul des valeurs approximatives de la racine carrée d'un nombre donné aux *Métriques* de Héron, au Pappus, au Théon et à d'autres scholiastes de l'*Almageste* de Ptolémée (Mugler, 1972, pp. 142-163). Archimède commence à examiner le cas du polygone circonscrit et il arrive au résultat que le périmètre du cercle est plus petit que 3 1/7 du diamètre. (Stamatis, 1970, pp. 223).

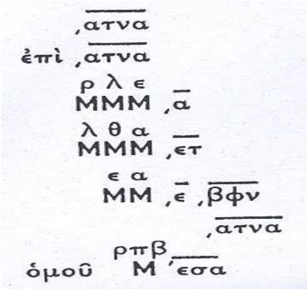
Ensuite, il examine le cas du polygone inscrit et il arrive au point (Stamatis, 1970, p. 225-7) que la circonférence du cercle est plus grande que $3\frac{10}{71}$ du diamètre.

Au total, Eutokios dans ses *Commentaires* au traite d'Archimède sur la *Mesure du cercle* analyse les opérations de la multiplication suivantes toujours de nombres carrés 306, 153, 265, 571, $591\frac{1}{8}$, $1162\frac{1}{8}$, $1172\frac{1}{8}$, $2334\frac{1}{4}$, $2339\frac{1}{4}$, 1560, 780, 1351, 2911, $3013\frac{1}{2}\frac{1}{4}$, 1823, 240, $1838\frac{1}{9}\frac{1}{11}$, 1007, 66, $1009\frac{1}{6}$, $2016\frac{1}{6}$, $2017\frac{1}{4}$.

Ensuite, nous allons donner deux exemples de multiplication de nombres, un desquels sera d'un nombre fractionnaire.

Le multiplicande s'écrit d'abord et en bas s'écrit le multiplicateur avec le mot επί. Le terme qui contient la plus grande puissance de 10 dans le multiplicateur s'est multiplié avec tous les termes du multiplicande et ensuite on continue avec la valeur suivante e.tc. C'est la même méthode utilisé pour des nombres fractionnaires.

Par un symbolisme moderne le calcul est le suivant:


,ατνα
ἐπὶ ,ατνα
ρ λ ε
ΜΜΜ ,α
λ θ α
ΜΜΜ ,ετ
ε α
ΜΜ ,ε ,βφν
,ατνα
ρπβ
ὁμοῦ Μ ʹεσα

			1351
		x	1351
1 000 000	300 000	50 000	1 000
300 000	90 000	15 000	300
50 000	15 000	2 500	50
1 000	300	50	1
Total			1 825 201

L'analyse mathématique en notation moderne est la suivante:

(1 Mille + 3 Centaines + 5 Décades + 1 unité)(1 Mille + 3 Centaines + 5 Décades + 1 Unité) =

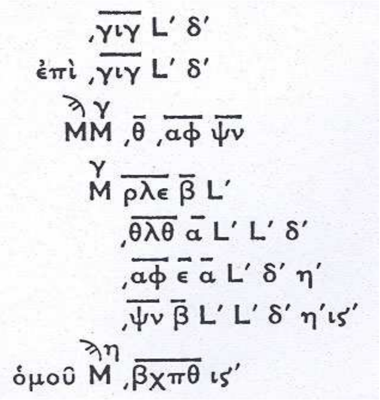
1 Million + 3 Centaines de Mille + 5 Myriades + 1 Mille

3 Centaines de Mille + 9 Myriades + 15 Mille + 3 Centaines

5 Myriades + 15 Mille + 25 Centaines + 5 Décades

1 Mille + 3 Centaines + 5 Décades + 1 Unité

CHARALAMBOS LEMONIDIS 3em KM Florina – Niki 53100, Florina xlemon@uowm.gr
KONSTANTINOS NIKOLANTONAKIS 3em KM Florina – Niki 53100, Florina nikolantonakis@noesis.edu.gr & knikolantonakis@uowm.gr


,γιγ L′ δ′
ἐπὶ ,γιγ L′ δ′
ϡγ
MM ,θ ,αφ ψν
γ
M ρλε β L′
,θλθ α L′ L′ δ′
,αφ ε α L′ δ′ η′
,ψν β L′ L′ δ′ η′ ις′
ϡη
ὁμοῦ M ,βχπθ ις′

Par un symbolisme moderne le calcul est le suivant:

$$3013\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ [= 3013\ ¾]$$

$$\text{x} \qquad 3013\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$$

9 000 000	30 000	9 000	1 500	750
30 000	100	30	5	$2\frac{1}{2}$
9 000	30	9	$1\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$
1 500	5	$1\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
750	$2\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$	1/16

Total 9 082 689 1/16

L'analyse mathématique en notation moderne est la suivante:

(3 Mille + 1 Décade + 3 Unités + $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$)(3 Mille + 1 Décade + 3 Unités + $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$)=

9 Centaines de Myriades + 30 Myriades + 9 Mille+ 15 Centaines + 75 Décades +

3 Myriades + 1 Centaine + 3 Décades + 5 Unités + 2 Unités + $\frac{1}{2}$ +

9 Mille + 3 Décades + 9 Unités + 1 Unité + $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$

15 Centaines+ 5 Unités + 1 Unité + $\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{4}$ + $\frac{1}{8}$

75 Décades + 2 Unités + $\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{4}$ + $\frac{1}{8}$ +1/16

2. Recherche sur les connaissances non-formelles des élèves

2.1. But de la Recherche[1]

Le but principal de la recherche était d'investiguer des méthodes non-formelles développées par des élèves chypriotes pour la résolution des problèmes de multiplication de deux nombres en deux chiffres, avant l'enseignement d'algorithme en verticale.

2.2. Echantillon

L'échantillon contient 75 élèves (filles et garçons) de la troisième classe de l'école primaire (environ 9 ans), par des écoles de Larnaka et de Nicosie. Les élèves avaient été enseignés les tableaux de multiplication mais ils n'avaient pas été enseignés d'une manière systématique ni la stratégie des nombres désunis, ni l'algorithme en verticale de la multiplication.

2.3. Moyen de collection de données

Pour effectuer la recherche nous avons développé un questionnaire qui contenait deux problèmes et une opération de multiplication. Pour la résolution du premier problème les élèves devaient effectuer une multiplication entre un nombre à un chiffre et un nombre à deux chiffres (7x15). Pour le deuxième problème il fallait qu'ils effectuent une multiplication de deux nombres à deux chiffres, mais un de deux nombres étaient multiple de 10 (12x30). Le calcul simple qui était la partie la plus difficile du questionnaire, était une multiplication de deux nombres à deux chiffres, où aucune des nombres n'était multiple de 10 (25x21).
Les chercheurs poussaient les élèves de donner des explications pendant la résolution des problèmes. A part le questionnaire, ils ont effectué 15 interviews personnelles à la fin des leurs travaux. Le but des interviews était que les élèves expliquent la manière dont ils ont travaillé pour répondre aux questions posées. Les élèves ont eu 30 minutes pour répondre.

2.4. Résultats

Pour effectuer la multiplication dans les trois problèmes donnés les élèves ont utilisées les stratégies suivantes : modélisation directe[2], stratégie du nombre entier (addition continue)[3], stratégie du nombre désuni[4] et algorithme vertical[5] de la multiplication.

---

[1] Les éléments présentées ici provient de la recherché faite par les Trachilou, E., Christou, Z. & Lemonidis, Ch., 2008.
[2] Modélisation directe: Les élèves emploient la modélisation directe en utilisant des calculateurs (counters), des blocks de base dix ou autres dessins pour calculer le nombre total des objets. Il y a deux types de modélisation directe : modélisation directe par uns (ones) et modélisation directe par dix.
[3] P.e. 7+7+…+7 (15 fois) ou 15+15…+15 (7 fois)
[4] P.e. 15 x 177 = (5x3) x 177 = 5x(3 x 177) ou 26 x 39 est 20x30, 20x9, 6x30 et 6x9
[5] Notre algorithme moderne

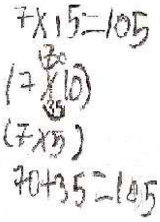
CHARALAMBOS LEMONIDIS 3em KM Florina – Niki 53100, Florina xlemon@uowm.gr
KONSTANTINOS NIKOLANTONAKIS 3em KM Florina – Niki 53100, Florina nikolantonakis@noesis.edu.gr & knikolantonakis@uowm.gr

Il faut noter que beaucoup d'élèves qui ont utilisés une des ces stratégies ont fait des fautes de calculs ou d'algorithme. Ils ont oublié de multiplier quelques chiffres des nombres.

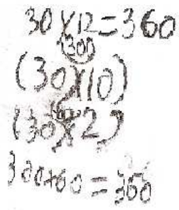
	Modélisation	**Addition continue**	**Stratégie du nombre désuni**	**Algorithme vertical**
Pr. 1 (7x15)	26 (34,67%)	17 (22,67%)	14 (18,67%)	9 (12%)
Pr. 2 (12x30)	8 (10,67%)	8 (10,76%)	17 (22,67%)	12 (16%)
Ex. 3 (25x21)	3 (4%)	24 (32%)	10 (13,33%)	21(28%)

Tableau 1. Les stratégies utilisées par les élèves pour la multiplication

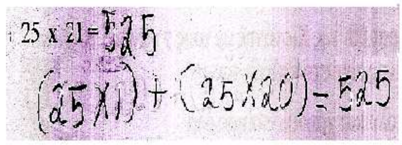
Les élèves qui ont utilisés la modélisation directe du problème pour donner une réponse se trouvent dans une phase pro-algorithmique. Ils ont une pensée moins développée que ceux qui ont utilisées l'addition répétitive. Par le tableau 1, nous pouvons remarquer qu'il y a beaucoup d'élèves qui ont fait la modélisation du problème. D'une façon plus détaillée 34,67% ont fait la modélisation du premier problème, 10,67% du second et 4% du troisième. Nous remarquons aussi que le nombre d'élèves qui ont utilisés la modélisation diminue beaucoup en passant du premier problème au troisième parce que les nombres deviennent plus grands. C'était très difficile de modéliser le problème, de designer par exemple 25 séries qui ont 21 objets (troisième exercice du questionnaire) et après compter tous les objets pour trouver la réponse.
En ce qui concerne la stratégie de l'addition répétitive, le pourcentage des élèves qui utilisent cette stratégie s'accroit dans le premier et le troisième problème. Les élèves regardent la stratégie du nombre entier comme une stratégie dans laquelle ils peuvent se tromper moins, car ils peuvent manipuler aisément l'opération de l'addition.
En ce qui concerne la stratégie du nombre désuni, les élèves ont donnés les réponses suivantes:
1er Problème: 7 x 15 = (7 x 5) + (7 x 10) = 105
2^{em} problème: 12 x 30 = (10 x 30) + (2 x 30) = 360
3^{em} problème: 25 x 21 = (25 x 1) + (25 x 20) = 525
ou 25 x 21 = (20 x 20) + (20 x 1) + (5 x 20) + (5 x 1) = 525
Nous remarquons que la stratégie du nombre désuni tient une place non négligeable dans les algorithmes utilises par les élèves d'un pourcentage du 13,33% au 22,67%. La modélisation directe et l'addition continue ont un rapport plus fort avec les méthodes d'enseignement des mathématiques dans les premières classes de l'école primaire.
A la suite, nous présentons quelques exemples de solutions données par les élèves pour les trois problèmes du questionnaire.



1ο πρόβλημα



2ο πρόβλημα



3ο πρόβλημα

Les élevés ont commis assez d'erreurs quand ils désunissent tous les deux nombres. Ces élèves multipliaient simplement les premiers chiffres de deux nombres et non chaque chiffre par les deux autres.

Ensuite, nous présentons quelques interviews où les élèves expliquent leur pensée.

<u>Andreas</u> *(pour le deuxième problème, 12x30) : J'ai multiplié le 2 par 0 et j'ai trouvé 0 et ensuite j'ai multiplié le 3 par 1, et j'ai trouvé 3. La réponse est 30.*

<u>Maria</u> *(pour le troisième problème, 25x21) : J'ai multiplié le 5 par le 1 et j'ai trouvé 5. Ensuite, j'ai multiplié le 20 par le 20 et j'ai trouvé 400. 400+5, font 405.*

<u>Katerina</u> *(pour le troisième problème, 25x21) : J'ai multiplié le 5 par le 1 qui fait 5 et ensuite le 2 par le 2 et j'ai trouvé 4. La réponse est donc 45.*

Concernant la stratégie de l'algorithme vertical, un grand pourcentage d'élèves met les nombres verticalement pour effectuer l'opération. Ce fait puisse s'expliquer soit par leur tendance de mimétisme soit par l'influence de l'addition et de la soustraction verticale. Au troisième problème, le pourcentage d'élèves qui utilisent l'algorithme vertical augmente (28%). Nous pouvons expliquer ce fait par la faiblesse des élèves de trouver une autre façon pour résoudre le problème une fois que les nombres grandissent. Nombreux élèves qui ont essayé d'utiliser la multiplication verticale n'ont pas fait la multiplication mais ils exécutent une addition.

3. L'application de la multiplication grecque à l Education grecque

La multiplication grecque s'avère utile pour les élèves et il est plus facile à l'introduire si nous utilisons un tableau 2x2 pour l'analyse du multiplicateur et du multiplicande. Les deux facteurs du produit s'analysent en unités, décades, centaines etc. aux colonnes du tableau nous mettons l'analyse du multiplicande et aux lignes celle du multiplicateur (tableau 2). Nous proposons de mettre le multiplicateur et le multiplicande à ces places pour créer une correspondance avec l'algorithme classique dans lequel nous mettons le grand nombre – le multiplicande- par-dessus du petit nombre – le multiplicateur-.

CHARALAMBOS LEMONIDIS 3em KM Florina – Niki 53100, Florina xlemon@uowm.gr
KONSTANTINOS NIKOLANTONAKIS 3em KM Florina – Niki 53100, Florina nikolantonakis@noesis.edu.gr & knikolantonakis@uowm.gr

Comme nous avons vu, Eutokios effectuait les produits partiels en série diminutive. Il multipliait d'abord les plus grands nombres et ensuite les plus petits. Dans l'algorithme moderne la multiplication s'effectue de droite à gauche, c'est-à-dire que les chiffres des nombres paraissent en série croissant. Dans le tableau, n'a pas d'importance la série par laquelle nous effectuons les produits partiels.

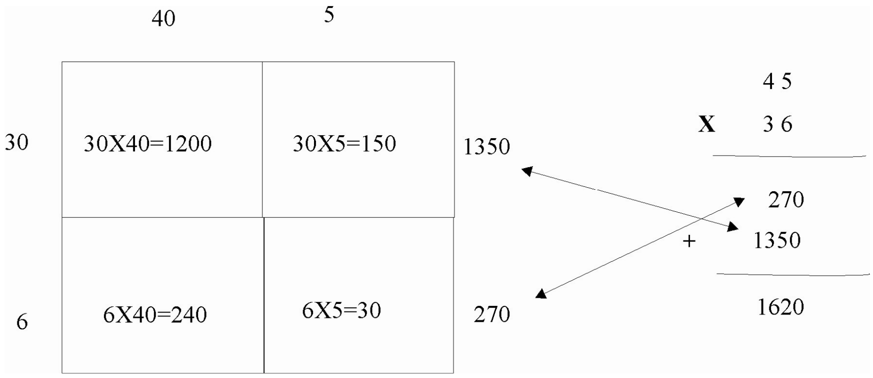


Tableau 2. Présentation de la multiplication grecque

Nous introduisons la multiplication grecque dans le nouveau manuel scolaire pour la troisième classe de l'école primaire. L'équipe des écrivant du manuel adopte une conception pour l'enseignement de mathématiques qui se décrit par le titre « Mathématiques de la nature et de la vie ». Certaines principes de cette école pour l'enseignement des mathématiques sont les suivants: Le contexte des situations didactiques et des problèmes, qui est utilisé pour l'introduction et l'application des notions mathématiques, est supposé très important. Il faut que les contenus des ces situations proviennent de la vie de l'élève, de ses connaissances préexistantes et qu'ils se réfèrent à la nature, à la culture et à l'histoire des mathématiques (Lemonidis, 2005).
Dans le manuel de la troisième classe la multiplication grecque s'est faite utilisé comme un utile pour introduire l'algorithme formel que nous utilisons aujourd'hui. Dans une première phase nous proposons aux élèves des problèmes de multiplication des nombres en plusieurs chiffres pour qu'ils développent les méthodes de calcul non-formelles. La multiplication grecque s'introduit dans un contexte géométrique, c'est-à-dire par des situations de mesure des surfaces en papier quadrillé. Les élèves mesurent les surfaces des carrés et des rectangles par unité de mesure d'un carré. A la fin ils arrivent à utiliser la multiplication grecque avec l'aide du tableau. La multiplication grecque s'utilise pour l'introduction de l'algorithme formel. En se basant à la multiplication grecque nous pouvons donner des explications sur l'algorithme formel. Cela rend plus compréhensible, surtout pour les élèves la façon par laquelle on obtient les produits partiels et leur position relative.

Conclusion- Discussion

Nous avons vu par l'analyse historique que la multiplication grecque est un algorithme qui apparait aux alentours du 5ème siècle dans les textes d'Eutokios produits dans le cadre de la tradition mathématique grecque. Il a la même logique que l'algorithme que nous utilisons aujourd'hui, d'origine arabo-indienne. Dans cet algorithme nous utilisons les mêmes propriétés mathématiques, la propriété de la distribution de la multiplication par rapport à

l'addition et l'analyse additionnelle des facteurs de la multiplication basée à la valeur positionnelle du système arithmétique. Nous pouvons penser, donc, que cet algorithme est une forme primaire et un ancêtre de l'algorithme moderne. L'algorithme grec a beaucoup d'avantages et il est très approprié à l'enseignement. C'est une manière de pensée facile et elle convient à la pensée humaine. Cela est dû au fait que les élèves utilisent cette méthode (non-formelle) avant l'enseignement d'un autre algorithme. Dans cette méthode nous analysons les termes de la multiplication en sommet des puissances de dix (unités, décades etc.). Par cette façon, dans les calculs, nous prenons des quantités que nous connaissons leur valeur et pas des chiffres séparés pour lesquels nous n'avons pas de référence à leur valeur, comme c'est le cas dans l'algorithme moderne. Ce caractéristique de la multiplication grecque lui donne une valeur d'utilité pour l'enseignement parce qu'il est très explicatif concernant la valeur et la façon par laquelle on obtient des produits partiels.
Dans les nouveaux manuels de mathématiques de la troisième classe de l'école primaire cet algorithme se présente par un bref note historique. Cette méthode s'utilise comme une phase pro-introductive de l'algorithme moderne. Cet algorithme historique pourrait être utile dans d'autres niveaux d'éducation et pour des élèves en difficulté d'apprentissage.
Bien évidement, cela exige la formation des enseignants sur la gestion didactique de cet algorithme. Les recherches qui continuent et leurs données vont nous permettre d'évaluer les choix qui ont été fait pour les manuels scolaires. Ces recherches vont être aussi très utiles pour l'évaluation de l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques.

Bibliographie

ANGHILIERI J. (1999), Issues in teaching multiplication and division, in *Issues in teaching numeracy in primary schools.* Edited by Ian Thompson, pp. 184-194. Open University Press. Buckingham – Philadelphia.

BAEK J.-M. (1998), Children's Invented Algorithms for Multidigit Multiplication Problems. In *The Teaching and Learning of Algorithms in School Mathematics*, 1998 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), edited by Loma J. Morrow and Margaret J. Kenney, pp. 151-60. Reston, Va.: NCTM.

CERQUETTI-ABERKANE FR. (1992), *Enseigner les mathématiques à l'école*, Edition Hachette, Paris.

CERQUETTI-ABERKANE FR. & RODRIGUEZ A. & JOHAN P. (1997), *Les mathématiques ont une histoire, activités pour le cycle 3*, Edition Hachette, Paris.

DECORPS-FOULQUIER M. (1994), *Les Coniques d'Apollonios de Pègre. Histoire du texte des Livres I-IV. Edition critique et traduction du Livre I*, Thèse de Doctorat d' Etat, Vol. 1, Fascicule 1.

DfEE (Department for Education and Employment) (1999), *The National Numeracy Strategy Framework for Teaching Mathematics from Reception to Year 6*, London: DfEE.

CHARALAMBOS LEMONIDIS 3em KM Florina – Niki 53100, Florina xlemon@uowm.gr
KONSTANTINOS NIKOLANTONAKIS 3em KM Florina – Niki 53100, Florina nikolantonakis@noesis.edu.gr & knikolantonakis@uowm.gr

HEATH T.L. (2001), *Histoire des mathématiques grecques*, De Thales à Euclide, Vol. 1, Ed. Κ.Ε.ΕΠ.ΕΚ., Athènes. [En grec]

LEMONIDIS CH. (2005), Les mathématiques de la nature et de la vie: une conception pour l'enseignement des mathématiques. Présentation d'un exemple extrait de la formation des enseignants, *Colloque COPIRELEM 30,* 31- Mai, Strasbourg 2005.

LEMONIDIS CH. & NIKOLANTONAKIS K. (2007), La multiplication grecque: un algorithme d'origine historique peu connu, mais très utile pour l'enseignement, Education Moderne, Vol. 151, pp. 169-178. [En grec]

MUGLER CH. (1972). *Archimède IV, Commentaires d'Eutocius et Fragments,* C.U.F., Paris.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (2000), *Principles and Standards for School Mathematics*, Association Drive, Reston, USA.

STAMATIS E. (1970), *Archimède, Texte-traduction-scholies, Vol. A, Partie B, TEE*, Athènes. [En grecque]

TRACHILOU E. & CHRISTOU Z. & LEMONIDIS CH. (2008), Les stratégies non-formelles des élèves pour la multiplication, *Annales 10em Congrès Pan Chypriotes sur l'Education Mathématique et Scientifique*, *Pafos 1-3 Février*, pp. 449-462. [En grec]

THOMPSON I. (1999), Written methods of calculation, In *Issues in teaching numeracy in primary schools*, Edited by Thompson I., pp. 169-183, Open University Press. Buckingham – Philadelphia.

CHARALAMBOS LEMONIDIS
3em KM Florina – Niki
53100, Florina
xlemon@uowm.gr

KONSTANTINOS NIKOLANTONAKIS
3em KM Florina – Niki
53100, Florina
nikolantonakis@noesis.edu.gr & knikolantonakis@uowm.gr