

Pluralités culturelles et universalité des mathématiques :  
enjeux et perspectives pour leur enseignement  
et leur apprentissage

espace mathématique francophone  
Alger : 10-14 Octobre 2015



## ENSEIGNER LA GÉOMÉTRIE DANS UNE ACADÉMIE DES MINES EN 1795 ENJEUX DIDACTIQUES ET PRATIQUES SOCIALES

Thomas MOREL\*

**Résumé** – Dans cet exposé, plusieurs aspects précis de l'enseignement des mathématiques dans les académies des mines de Freiberg et Schemnitz à la fin du XVIII<sup>e</sup> siècle sont étudiés. Nous affirmons que dans ces académies nouvellement créées, un nouveau système d'enseignement des mathématiques se met en place, en rupture avec l'enseignement universitaire classique de l'époque. Il s'en distingue non seulement par ses objectifs et ses méthodes, mais aussi par l'interaction avec les autres disciplines et avec le monde professionnel des régions minières. Pour cela, nous entendons avoir recours à la fois à l'histoire – en se basant sur les archives de ces institutions – et à la didactique des mathématiques.

**Mots-clefs** : didactique des mathématiques, géométrie, histoire des mathématiques, académie des mines.

**Abstract** – In that report, several aspects of mathematics teaching at the mining academies of Freiberg and Schemnitz are analyzed. Our hypothesis is that a new system of mathematics teaching, different from the classical teaching in universities, is implemented in these new institutions. The differences are not only related to goals and methods, they also lie in the interactions with other disciplines and the professional environment of the mining states. We use methods both from history (based on the archive of these institutions) and the didactic of mathematics.

**Keywords**: didactic of mathematics, geometry, history of mathematics, mining academies.

### I. INTRODUCTION

Cet exposé porte sur les enseignements de mathématiques dans les écoles des mines et leur évolution dans les décennies qui suivent leur création. Nous avons cherché, dans de précédents travaux, à esquisser les grandes lignes de leur développement dans la seconde moitié du XVIII<sup>e</sup> siècle (Morel 2013, pp. 141-252 ; Morel 2015a). La perspective adoptée était alors clairement celle d'une histoire institutionnelle des sciences et d'une histoire de l'enseignement. Les premières académies, celles de Freiberg (en Saxe) et Schemnitz (en Basse-Hongrie), furent créées dans les années 1760. Si leur importance pour le développement des sciences de l'ingénieur et pour l'essor économique européen n'est plus à démontrer (pour un ouvrage récent réunissant plusieurs contributions sur ce sujet, voir (Konečný & Schleiff 2013)), la forme et le contenu des enseignements des mathématiques sont aujourd'hui encore mal connus. Une difficulté importante est qu'il s'agit d'un

---

\* Université d'Artois (Laboratoire de Mathématiques de Lens) – France – thomas\_morel@msn.com

enseignement fortement tourné vers la pratique et profondément adapté à des problématiques locales. Dans la littérature secondaire, il s'efface généralement au profit des sciences minières, qui semblent être l'objet central de ces institutions (Konečný et al. 2013). Or la place des mathématiques dans ces institutions techniques fut tout à fait cruciale<sup>175</sup>.

Nous entendons ici défendre la thèse suivante : dans ces académies nouvellement créées, un nouveau modèle d'enseignement des mathématiques se met en place, en rupture avec l'enseignement universitaire classique de l'époque. Il s'en distingue non seulement par ses objectifs et ses méthodes, mais aussi par l'interaction avec les autres disciplines et avec le monde professionnel des régions minières. Pour cela, nous entendons avoir recours à la fois à l'histoire et à la didactique des mathématiques. En croisant les méthodes, nous pourrions tenter de cerner en quoi exactement un nouvel enseignement des mathématiques pratiques se met en place dans le dernier quart du XVIII<sup>e</sup> siècle à la *Bergakademie* Freiberg – et dans une moindre mesure à la *Bergakademie* Schemnitz. Il s'agit donc d'un travail expérimental, « hybride » en quelque sorte, dans lequel la didactique des mathématiques sera appliquée à des situations d'enseignement ayant eu lieu il y a plus de deux cents ans.

Dans une première partie, après un bref rappel sur l'histoire des académies des mines et le rôle des mathématiques dans les régions minières, je décrirai le nouveau système d'enseignement mis en place à l'Académie des mines de Freiberg. Le second professeur de mathématiques, J.F. Lempe, actif du début des années 1780 à 1801, en est la figure centrale. Je montrerai ensuite que ce nouveau système d'enseignement permet d'intégrer étroitement les étudiants et professeurs aux pratiques d'exploitation minière, qui servent de pratiques sociales de références, au sens de (Martinand 2003). La seconde partie se focalise sur un débat, qui oppose professeurs et techniciens, portant sur la meilleure manière d'enseigner la géométrie souterraine. Il est significatif que ce débat ait eu lieu, aussi bien à Freiberg qu'à Schemnitz, dans le dernier quart du XVIII<sup>e</sup> siècle. Les deux groupes professionnels s'opposent sur les relations entre théorie et pratiques ; la question précise est de savoir qui doit enseigner la mise en pratique des savoirs géométriques dans les puits de mines.

## II. UN NOUVEAU SYSTÈME D'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Ni l'utilisation de la géométrie, ni même la transmission organisée de connaissances dans les régions minières d'Europe centrale ne commencent avec la création des académies des mines (Morel 2015b). En 1765, la fondation d'une Académie des mines à Freiberg, dans l'État de Saxe, et l'ouverture d'une chaire de mathématiques à Schemnitz, dans l'Empire Austro-hongrois, marquent néanmoins une étape importante. Jusque-là, les seuls apprentissages proposés étaient d'ordre pratique : il s'agissait de la géométrie souterraine, pour diriger les travaux des mines, et de la docimasia, pour l'essayage des métaux. La formation initiale, l'apprentissage de la géométrie ou de l'arithmétique élémentaire, avait lieu dans la sphère privée ou dans d'autres écoles. La formation proprement dite était délivrée par des géomètres souterrains, c'est-à-dire des fonctionnaires des mines. L'arrivée dans ces régions de professeurs de mathématiques va fondamentalement modifier le système.

### 1. *J.F. Lempe : un enseignement coordonné et adapté pour l'Académie des mines*

Les premières années sont le théâtre de multiples expérimentations et vont contribuer à faire émerger des idées qui, bien qu'elles semblent aujourd'hui aller de soi, sont alors radicalement

---

<sup>175</sup> Le didacticien et historien des mathématiques Schubring a très bien illustré le danger, et l'inutilité de chercher à étudier l'enseignement des mathématiques « pour elles-mêmes », en soulignant la nécessité de prendre en compte les interactions (Schubring 2003).

nouvelles. Il en est ainsi de l'idée de *cursum*, inconnue dans les universités de l'époque : un programme d'enseignement où l'étudiant suit des cours selon un plan organisé et où les savoirs acquis ici sont mis en pratique ailleurs<sup>176</sup>. En 1770, lors de l'introduction d'un tel *cursum* à Schemnitz, son utilité est soulignée :

les fruits que l'on a récoltés [avec la création de l'Académie] n'ont encore jamais pu parvenir à maturité, car la théorie n'était pas suffisamment liée avec la pratique, et qu'aucune division des classes et des années d'enseignement n'était prévue. (Décret d'avril 1770, Schmidt 1836, p. 156<sup>177</sup>).

À Freiberg, on trouve dès la création de l'Académie une division en année, mais le problème de l'interaction entre théorie et pratique – c'est-à-dire très concrètement l'utilisation de méthodes mathématiques théoriques pour les sciences des mines – se pose avec la même acuité (Morel 2013, pp. 157-160). Une première raison est qu'il n'y a à cette époque pas de méthode éprouvée pour rendre la théorie utile dans les travaux pratiques, et que cette idée même est encore contestée par certains. Les professeurs de mathématiques, J.F.W. von Charpentier (1738-1805) à Freiberg et le jésuite Nicolaus Poda (1723-1798) à Schemnitz, sont tous deux des universitaires. L'enseignement de la géométrie souterraine reste confié au *Markscheider*, le géomètre de Freiberg en charge du mesurage des mines et de la direction des travaux.

À l'Académie des mines de Freiberg, les choses vont évoluer au début des années 1780 avec l'arrivée d'un nouveau professeur de mathématique. Johann Friedrich Lempe (1757-1801) est un symbole de l'efficacité de l'Académie en tant que nouvelle institution d'enseignement, puisqu'il y a lui-même étudié. Il a appris à la fois la pratique – avec le directeur des mines (*Bergmeister*) Johann Andreas Scheidhauer (1718-1784) – et la théorie avec le professeur de mathématiques Charpentier. Celui-ci certifie lui avoir donné des cours particuliers dans lesquels il « lit avec profit et comprend les textes d'Euler, Käster, Karsten et bien d'autres » (UAF – OBA 242, f. 105r). Lempe étudie ensuite à l'université de Leipzig pour parfaire sa formation théorique, avant de revenir enseigner à Freiberg en 1783. Dans le rapport d'activité de l'Académie de cette année-là, on peut lire :

Pour accroître l'utilité et l'application des théorèmes théoriques des mathématiques pures que ces jeunes gens [les étudiants] ont appris, et pour les leur rendre plus familiers encore, l'administration supérieure des mines a chargé Mr. Lempe d'entreprendre avec eux des exercices pratiques, et de les laisser travailler par eux-mêmes (UAF – OBA 244, f. 86v).

Plusieurs éléments doivent ici être soulignés. D'une part, on voit à quel point l'administration des mines encadre et encourage l'apprentissage des mathématiques. Les professeurs sont inspectés et encadrés, tandis que leurs propositions sont écoutées et le plus souvent mises en pratique. On est bien loin du système universitaire allemand de l'époque, où chaque professeur est indépendant. L'encadrement des études a pour but principal de rendre les mathématiques utiles pour l'exploitation des mines<sup>178</sup>.

D'autre part, la forme du cours est radicalement différente. À l'université, le professeur lit généralement à voix haute un manuel théorique devant une audience parfois très nombreuse ; il arrive plus rarement qu'il procède à des expériences (par exemple en physique), devant des étudiants cantonnés au rôle d'observateur. Il n'y a pas ou peu d'exercices, ni d'examen régulier : comme le montre le dossier de J.F. Lempe durant ses études à l'Université de Leipzig, il se contente de collecter à la fin de chaque semestre des attestations de ses professeurs, qui certifient qu'il a été assidu. À l'Académie des mines, l'organisation est

<sup>176</sup> Ce système, aujourd'hui adopté dans les universités françaises, est d'ailleurs loin d'être universel, et ne s'applique par exemple toujours pas dans les universités allemandes.

<sup>177</sup> Sauf indications contraires, toutes les traductions sont de moi.

<sup>178</sup> Sur la notion « d'utilité » et celle de « mathématiques pratiques », voir Morel 2015c.

complètement différente. Les professeurs discutent avec l'administration le contenu des programmes, et dans les années 1770, un réseau d'écoles secondaires des mines se met en place (Kaden 2012). Pour s'assurer que les supports de cours sont adaptés, J.F. Lempe abandonne les ouvrages universitaires et publie lui-même ses manuels, son cours d'arithmétique et géométrie élémentaire (Lempe 1781), ses cours de géométrie souterraine (Lempe 1782, 1785 avec Beyer), son *Calcul minier* (Lempe 1787) et sa *Théorie des machines* en deux volumes (Lempe 1795-1797). De plus, ces enseignements sont coordonnés, d'une part car ils sont tous assurés par Lempe, et d'autre part car ils ont été conçus ensemble :

Comme les mathématiques pures élémentaires forment la base des sciences susmentionnées [mathématiques appliquées] et sont même indispensables dans de nombreuses expériences de physique, leur plan d'enseignement figure ici en premier. Et tous les plans se suivent, tout comme chacune de ces sciences donne un coup de main aux autres (UAF – OBA 12, f. 21v).

Les cours ont ensuite lieu en petit groupe : pour les mathématiques, il y a généralement entre trois et une quinzaine d'étudiants. Cela permet à J.F. Lempe de proposer à chacun des exercices adaptés, comme nous allons le voir. Dans ses rapports annuels, il fait le bilan des progrès de chaque étudiant dans chaque matière.

## 2. Un enseignement fortement lié aux pratiques sociales des mathématiques

Prenons par exemple le rapport qu'il écrit pour l'année 1785 (UAF – OBA<sup>179</sup> 245, ff. 110r-122r et ff. 135r-161r). Il est divisé en deux grandes parties, la première où il présente (plus ou moins succinctement) les travaux effectués par les 16 étudiants, et la seconde où il présente une liste, un recueil de questions. On voit que certains étudiants sont des débutants, ce qui est confirmé par les listes d'inscriptions à l'Académie (Freiberg 1850, pp. 12-13). Deux étudiants se sont inscrits l'année même (1785). Lempe explique :

Bachmann et Schmidt (de Eisleben) ont résolu des exercices d'arithmétique et de géométrie, la plupart en lien avec les mines, et fourni un travail le plus souvent très satisfaisant pour des débutants (UAF – OBA 245, ff. 120v).

Pour les élèves avancés, Lempe donne des exercices plus complets. À ceux qui ont assimilés les exercices courts et ciblés de (Lempe 1787), il propose des situations pratiques. Voici par exemple l'exercice donné à Schutze jun. qui étudie à ce moment depuis trois ans à l'Académie (voir la figure 1).

Schutze jun (F 14)., Calcul des coûts d'extraction lors du creusement d'un puits d'extraction.

Un tel puits est généralement long de 1 toise et demie et large de  $\frac{5}{8}$  toises<sup>180</sup>.

Le calcul peut être mené facilement et néanmoins correctement, comme si la montagne était en train d'être creusée, toise après toise.

Il faut pour cela supposer qu'il est possible de remonter en une équipe<sup>181</sup> 2 soixantaines de baquets, avec une profondeur de 10 toises (ou 3 échelles) si l'on utilise un treuil à une personne, avec une profondeur de 20 toises (ou six échelles) si l'on utilise un treuil à deux personnes, et que pour un lieu d'une toise de longueur,  $\frac{1}{2}$  toise de largeur et  $1\frac{1}{4}$  toises de hauteur, ce doit être 6 baquets.

À combien se montent à présent les coûts d'extraction pour le creusement du puits, dont la longueur mentionnée est de 6 échelles, en excluant les nécessaires [frais de] cordes et baquets : les sept questions de calcul suivantes doivent être résolues :

<sup>179</sup> UAF - OBA signifie "Universitätsarchiv Freiberg - Oberbergamt".

<sup>180</sup> La toise est l'unité de base, mesure environ 1,9 mètres. Elle est divisée en huitièmes, eux-mêmes composés de 10 pouces.

<sup>181</sup> Une équipe dure à cette époque en général huit heures. Plus généralement, on remarque dans ce problème un grand nombre de données « implicites » : la durée d'une équipe, la longueur d'une toise, la valeur de la monnaie. Cela est caractéristique de bien des milieux professionnels. Voir par exemple (Eric Roditi 2014).

1. Le lieu précédemment mentionné d'une toise de longueur,  $\frac{1}{2}$  toise de largeur et  $1\frac{1}{4}$  toises de hauteur est à considérer comme un parallélépipède ayant ces mesures : déterminer le volume de ce lieu.
2. (le puits est aussi un parallélépipède) calculer le volume de ce puits, d'une longueur de  $\frac{5}{8}$  de toises et d'une toise et demie de longueur, pour une toise de profondeur ?
3. Indiquer ensuite le volume dudit puits pour sa profondeur totale de 20 toises.
4. Déterminer le nombre de baquets nécessaire pour une toise de ce puits, ainsi que pour les vingt toises.
5. Trouver le montant pour un treuil à une personne, pour lequel deux travailleurs sont nécessaires, chacun gagnant 4g. par équipe.
6. Trouver le montant pour le treuil à deux personnes. Pour celui-ci, trois travailleurs sont nécessaire, et chacun gagne 4g. par équipe.
7. Donner le montant total des coûts d'extraction du puits d'une longueur de 20 toises.

L'aspect le plus intéressant de cet exercice est la prise en compte de données réelles. Ce qu'apprend ici l'étudiant, outre l'arithmétique, ce sont les dimensions usuelles des puits de mines, les noms et le fonctionnement des instruments ou encore le salaire horaire moyen d'un travailleur. On trouve généralement le nom exact du lieu, puisque Lempe ne donne que des situations réelles. Un autre exercice réalisé par le même étudiant, se déroule dans la mine « *Neuglück und 3 Eichen* ». Dans cet exercice, il est demandé à l'étudiant d'étudier si l'installation d'un manège à chevaux pour remplacer un treuil serait rentable. Pour cela, celui-ci doit calculer les coûts de cordes, la location des chevaux et les salaires, puis évaluer les quantités extraites, pour calculer le bénéfice annuel. Il doit ensuite comparer ce bénéfice avec l'investissement réalisé pour déterminer le point d'amortissement.

Enfin, pour les meilleurs étudiants, qui maîtrisent donc l'arithmétique, la géométrie, la trigonométrie et souvent le calcul infinitésimal, Lempe propose des questions ouvertes (Morel 2013, pp. 166-170). L'étudiant doit lui-même trouver une mine dans la région où le problème est particulièrement important, formuler la problématique, trouver la modélisation et répondre à la question, sous la supervision de J.F. Lempe. Il s'agit de la dernière étape de la formation, qui prépare directement au futur emploi de l'étudiant : comme celui-ci se destine à l'administration moyenne ou supérieure des mines, il sera en permanence confronté à des problèmes de cet ordre.

En schématisant, on pourrait dire que J.F. Lempe propose un enseignement en trois temps : 1. l'étudiant apprend les bases de la géométrie et de l'arithmétique. 2. Il s'entraîne à résoudre des problèmes articulés, inspirés de situations réelles, apprenant par là même des informations relatives à son contexte professionnel. 3. l'étudiant est confronté à une situation typique de son futur métier, sans indication, et doit lui-même aller sur le terrain construire le problème avant de le résoudre. Lempe résume ses intuitions pédagogiques dans l'un de ses rapports :

Un apprentissage fondamental des mathématiques et de la physique a été mis à profit par ces jeunes, qui ont certes de bonnes dispositions et font preuve d'application, mais qui sans cela ne sont pas préparés par leur éducation ; il faut seulement que l'enseignement soit présenté de manière à ce qu'ils sentent à quel point mathématiques et physique sont utiles dans l'exploitation des mines (UAF - OBA 246, f. 234r-v).

Dans cette première partie, j'ai cherché à montrer qu'une nouvelle forme d'enseignement se met en place à l'Académie des mines de Freiberg. Une plus large place est accordée à la coordination des enseignements, à l'interaction entre le professeur et les étudiants ainsi qu'à l'adaptation du matériau éducatif à des situations réelles, ou du moins plausibles. On peut cependant se demander dans quelle mesure cette volonté de l'administration des mines, mise en application par le professeur J.F. Lempe, avait pour but une véritable utilité de l'enseignement des mathématiques. S'agit-il simplement de sensibiliser les étudiants à leur futur métier, ou bien le but est-il de promouvoir les mathématiques comme outil par excellence pour améliorer l'exploitation ?

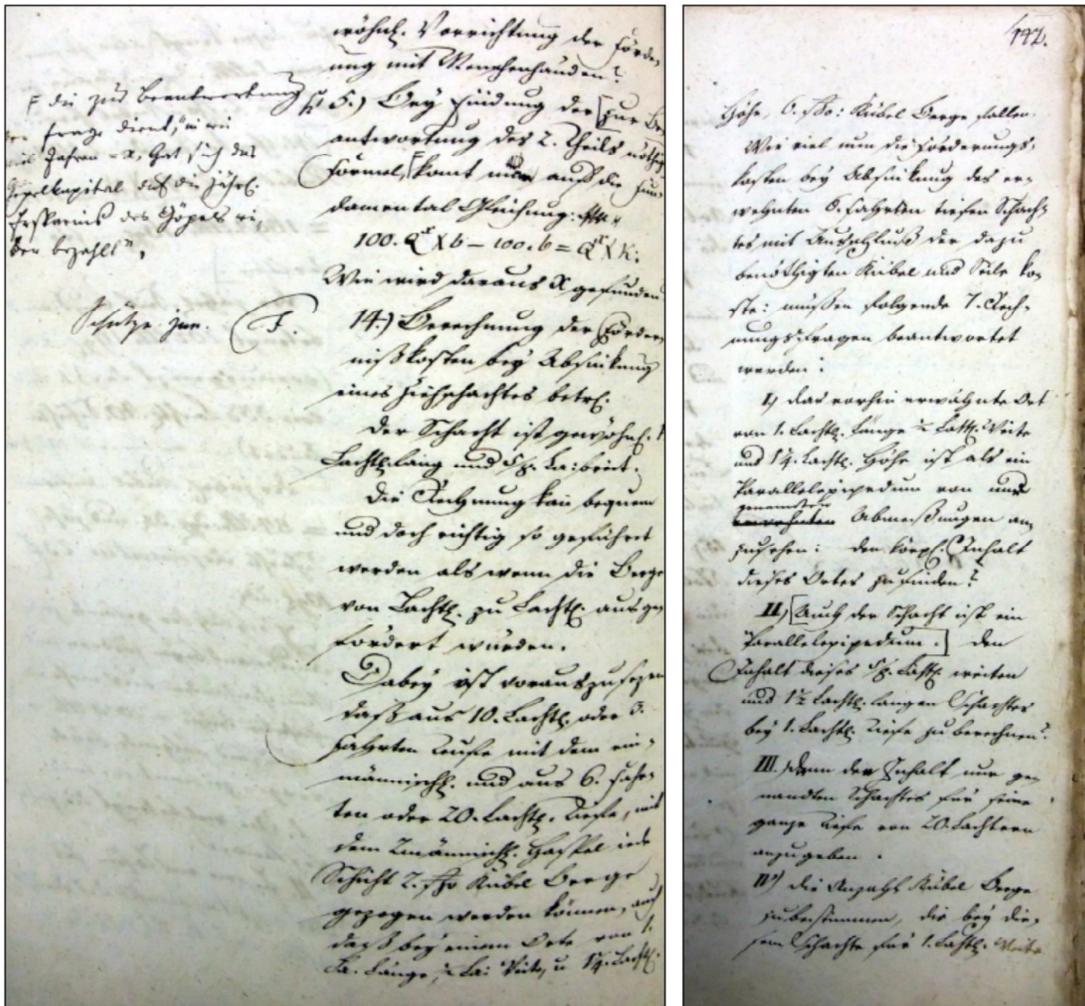


Figure 1 - Exercice de Schutze jun. étudiant à l'Académie des mines de Freiberg en 1785.

Source : UAF – OBA 245, ff. 142r-v.

### 3. Une nouvelle conception des rapports entre mathématiques et technique

Je pense qu'il s'agit véritablement de rentre les mathématiques utiles dans les mines ; en d'autre termes, s'assurer que chaque futur fonctionnaire des mines formé à Freiberg, sera capable : 1. d'utiliser ses connaissances géométriques et arithmétiques pour résoudre les problèmes qui se posent, et 2. d'assimiler les nouvelles réformes, méthodes et procédés proposés par l'administration des mines. C'est un problème que l'on retrouvera en détail dans la seconde partie, mais que l'on peut d'ores-et-déjà évoquer ici : une formation solide en mathématiques est nécessaire pour permettre de standardiser les pratiques et d'accélérer la diffusion des innovations.

Après la Guerre de Sept Ans (1756-1763), la Saxe entame un vaste mouvement de réforme nommé *Rétablissement*. Dans de nombreux États européens, les sciences mathématiques, au sens large, sont largement mises à contribution pour moderniser l'exploitation des mines à la fin du XVIII<sup>e</sup> siècle. Cette évolution est bien sûr partielle, critiquée et inégalement couronnée de succès, elle n'est pas moins une tendance de fond, qui – et le fait est suffisamment important pour être souligné –, précède le début de la révolution industrielle en Saxe

d'environ un demi-siècle<sup>182</sup>. Il est clair, et je l'ai montré dans ma thèse, que le rôle du professeur de mathématique dépasse largement celui de l'enseignement (Morel 2013, p. 190). Il sert d'expert vis-à-vis de l'administration, et collabore avec les directeurs des machines.

Mais ce sur quoi je voudrais insister aujourd'hui est qu'il fait tout cela en tant que professeur et avec ses étudiants : en d'autres termes, on trouve à l'Académie des mines de Freiberg une conception élargie du rôle de l'enseignant, mais aussi des étudiants. Quand il faut par exemple cartographier la région, et donc résoudre le problème épineux du calcul de la longueur de base servant de support à la triangulation, il s'attaque au problème avec plusieurs de ses étudiants.

Il faut de plus souligner le caractère public des travaux réalisés avec les étudiants. Lempe est en effet éditeur d'un journal, qui est le journal de l'Académie des mines. Si les historiens ont longtemps cru que Lempe était le seul auteur des articles, ce n'est pas le cas. On voit très clairement, si l'on compare les archives de ses cours au journal, qu'il fait publier ses étudiants, ce qui est tout à fait novateur en cette fin de XVIII<sup>e</sup> siècle. Dans la préface du premier numéro, il écrit :

J'inclurai ici les travaux qui ont été réalisés, à mon instigation et sous ma supervision, par l'un ou l'autre de mes auditeurs ; bien sûr uniquement les travaux qui ne me sembleront pas indignes d'être publiés ; et ces travaux pourront être un exemple de mes efforts d'enseignement, pour rendre les mathématiques aussi utiles que possible à l'exploitation des mines (Lempe 1785, vol. 1, préface).

Dans le second numéro du magazine, publié en 1786, on trouve par exemple un article intitulé « Calcul des salaires d'extraction lors du creusement d'un puits d'extraction de six échelles [de profondeur] » (Lempe 1786, vol. 2, pp. 106-118). Les données du problème sont exactement les mêmes que celle du problème posé en 1785 à l'étudiant Schulze jun. (évoqué ci-dessus), et l'on retrouve les sept mêmes questions, auquel Lempe ajoute une huitième avant de donner une seconde méthode de calcul.

On voit ainsi que les exercices donnés aux étudiants servent bien l'objectif qui lui a été fixé : en tant que professeur de mathématiques, il doit proposer des méthodes simples et capables de mieux comprendre et d'améliorer la production. Il doit de plus les diffuser largement, ce qu'il fait au moyen de son journal. On pourrait donner d'autres exemples, comme par exemple la question du calcul et de l'optimisation du volume des baquets. On voit ainsi que l'enseignement des mathématiques s'intègre au sein d'un espace social bien particulier et que le professeur cherche à enseigner certaines compétences précises, qui seront directement mises en application dans un futur proche.

---

<sup>182</sup> Sur la modernisation de l'exploitation minière dans les États allemands et le rôle clé de Friedrich Anton von Heynitz (1725-1802), voir (Weber 1976).

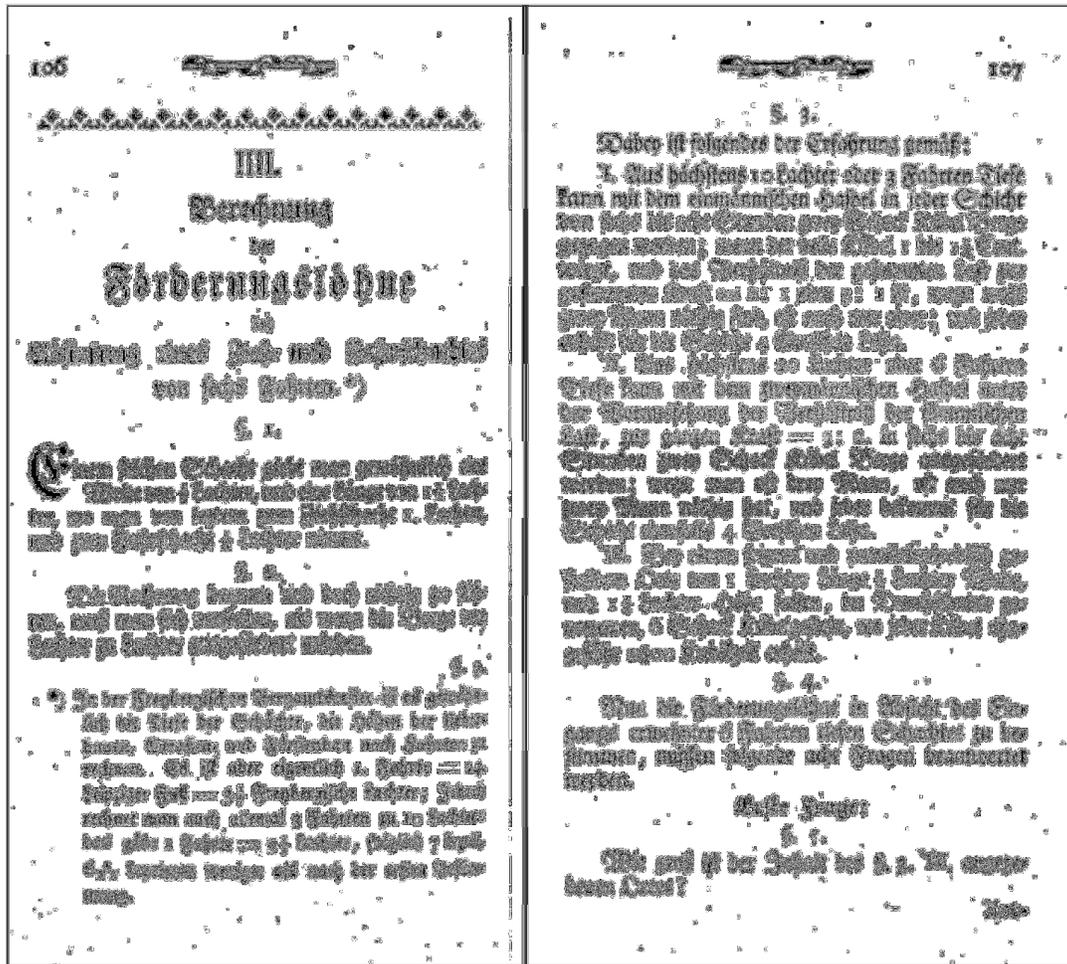


Figure 2 - « Calcul des salaires d'extraction lors du creusement d'un puits d'extraction de six échelles [de profondeur] », in *Magazin für die Bergbaukunde*, vol. 2, pp. 106-118.

### III. PROFESSEURS OU GÉOMÈTRES : QUELLE RÉPARTITION DE L'ENSEIGNEMENT ?

Prenons maintenant un exemple précis, afin d'étudier quels bouleversements furent introduits par la création des académies des mines. Comme nous l'avons indiqué en introduction, il existe depuis au moins le XV<sup>e</sup> siècle des géomètres souterrains (*Markscheider*). Avec la création de l'Académie des mines de Freiberg, la formation initiale des fonctionnaires des mines de Saxe, en arithmétique et en géométrie élémentaire, s'améliore considérablement. Ce nouveau système d'enseignement – qui comprend une véritable institution, un bâtiment, des classes, des professeurs, des manuels et des cours coordonnés – ne remplace pas immédiatement le système de compagnonnage qui lui préexistait.

Concrètement, les élèves suivent un enseignement théorique, puis certains vont étudier le maniement des instruments, la construction des cartes et la résolution de problèmes concrets dans les mines avec un *Markscheider*. Le système de certificats professionnels, en fonctionnement depuis de nombreuses générations, reste en place<sup>183</sup>. Symptomatiquement,

<sup>183</sup> Voir par exemple un certificat daté de 1784 dans UAF – OBA 244, f. 168r.

l'enseignant de géométrie souterraine pratique ne donne pas de rapport détaillé de ses activités ; il ne publie pas de manuel et continue d'utiliser ses manuscrits. Il reste en quelque sorte à l'écart de la nouvelle institution. Avec l'arrivée de J.F. Lempe au poste de professeur de mathématiques, les choses vont changer.

En 1784, et probablement sur demande de l'administration, le *Markscheider* principal de Freiberg, Johann Friedrich Freiesleben, accepte de fournir une liste complète des connaissances théoriques nécessaires à l'apprentissage pratique de la discipline (UAF – OBA 244, ff. 247r-253v). C'est un premier pas important, car la délimitation précise des rapports entre mathématiques théoriques et pratiques est nécessaire pour pouvoir coordonner les enseignements. Or ce partage des tâches n'avait depuis vingt ans jamais eu lieu.

#### 4. La réforme de 1795 : un conflit entre professeurs et praticiens.

Si l'on sent clairement, à la lecture des rapports, que les professeurs de mathématiques – J.F.W. von Charpentier puis J.F. Lempe – voudraient se voir confier l'enseignement de la géométrie souterraine<sup>184</sup>, un certain statu quo se maintient jusqu'en 1795. Il est cependant clair que J.F. Lempe commence à enseigner la géométrie souterraine d'un point de vue théorique ; on en trouve la trace non seulement dans son *Magazin*, mais également dans les rapports qu'il adresse à l'administration et dans certains exercices proposés à ses étudiants. En 1781, en 1782 et finalement en 1785, il a publié successivement trois manuels sur le sujet, dans lequel sa compétence n'est plus à démontrer. À chaque fois, il insiste sur la nécessité de traiter cette discipline comme une discipline scientifique, en utilisant plus de méthode analytique et moins de traditions.

On se trouve en fait dans l'une de ces périodes où l'organisation de l'enseignement, en particulier sa structure institutionnelle, ne correspondent plus à la réalité et aux besoins de la discipline à enseigner. Comme l'explique Yves Chevallard :

On peut imaginer un monde institutionnel dans lequel les activités humaines seraient régies par des praxéologies bien adaptées permettant d'accomplir toutes les tâches voulues d'une manière à la fois efficace, sûre et intelligible. Mais un tel monde n'existe pas : comme on l'a suggéré, les institutions sont parcourues par toute une dynamique praxéologique, qu'on n'examinera ici que très brièvement.

Les praxéologies, en fait, vieillissent : leurs composants théoriques et technologiques perdent de leur crédit et deviennent opaques, tandis que des technologies nouvelles émergent qui, par contraste, portent à suspecter d'archaïsme les techniques établies. (Chevallard 1998, en ligne)

Dans notre situation, la praxéologie correspond à l'ensemble des problèmes que le géomètre doit savoir résoudre. Ils demandent à la fois un savoir-faire dans le maniement des instruments et l'utilisation des cartes, et d'autre part un certain nombre de connaissances mathématiques. La discipline, théorisée et développée d'un point de vue théorique (analytique) par J.A. Scheidhauer puis J.F. Lempe, n'a que peu évolué dans sa réalité pratique. Carl Ernst Richter, de 1765 à 1779, puis Johann Friedrich Freiesleben à sa mort, perpétuent cette approche traditionnelle mathématico-pratique. Celle-ci est adaptée à la bonne marche quotidienne des mines, mais « dans un univers de tâches routinières surgissent à tout instant, ici et là, des tâches problématiques, qu'on ne sait pas – pas encore – accomplir » (Chevallard 1998).

La grande réforme de l'Académie des mines, décidée en 1794 et finalement adoptée en 1797, va être l'occasion de crever l'abcès et de discuter du partage des tâches entre professeurs et géomètres. Le directeur de l'Académie commence par demander à tous les enseignants

<sup>184</sup> Voir par exemple le rapport de Charpentier en 1781 (UAF – OBA 242, ff. 112-113), ou un rapport précédent de 1779 (UAF – OBA 242, f. 106r).

quels sont les problèmes à résoudre dans leurs disciplines respectives. La réponse du *Markscheider* Freiesleben est lapidaire : il explique que « en ce qui concerne l'enseignement de la géométrie souterraine, aucun défaut ne m'est connu », et ne propose aucune évolution<sup>185</sup>. Charpentier, qui fait à présent partie de la haute administration des mines, est cependant d'un autre avis :

Pour l'enseignement de la géométrie souterraine, je dois ici répéter par écrit ce que j'ai eu plusieurs fois l'occasion d'exprimer à l'oral : l'enseignement de la géométrie souterraine suppose une connaissance vraiment approfondie des mathématiques pures et en particulier une application habile de théorèmes et d'exercices trigonométriques souvent complexes ; et nos géomètres souterrains pratiques actuels ne la possèdent pas ; ils ne peuvent par conséquent pas présenter à leurs élèves la totalité des théorèmes concernés et des preuves nécessaires, ni les rendre suffisamment compréhensibles. (UAF – OBA 10, 173r. Partiellement cité dans Morel 2013, p. 234)

Pour résumer rapidement le long débat qui s'engage : il est finalement décidé que la géométrie souterraine sera une matière comme les autres. Le programme est redéfini en accord avec l'administration des mines et le professeur de mathématiques. J.F. Lempe crée alors une matière intitulée « *géométrie souterraine théorique* », et le *Markscheider* est cantonné à l'enseignement de l'application des connaissances obtenues dans ce cours. Cela permet de former la totalité des futurs fonctionnaires des mines à l'aspect théorique de la discipline, tandis que seuls ceux qui en ont vraiment besoin apprennent le maniement des instruments. La discipline est donc intégrée au cursus, son contenu est régulièrement discuté, et les examens ont lieu sous la surveillance des autres professeurs (UAF – OBA 77, ff. 39-41).

##### 5. *Quels enjeux pour l'enseignement ? Comparaison avec l'Académie des mines de Schemnitz*

Il est instructif de comparer la situation à l'Académie des mines de Freiberg et à celle de Schemnitz, dans l'Empire Austro-hongrois. Il y a entre les deux pays de multiples différences ; les académies et l'enseignement des mathématiques ne jouent pas le même rôle. Malgré tout, il faut reconnaître au moins deux points communs fondamentaux : dans les deux cas, il existait avant la création de l'Académie une communauté de géomètres souterrains. Et comme à Freiberg, un débat va s'engager entre professeurs et praticiens sur l'enseignement de la discipline.

À la création de l'Académie de Schemnitz, l'enseignement pratique est bien sûr confié, comme le voulait jusque-là la tradition, à un géomètre souterrain. Une raison supplémentaire est que, contrairement à Freiberg, les professeurs de mathématiques vont se succéder à un rythme rapide. En 1772, un nouveau géomètre souterrain est recruté pour la formation pratique : il s'agit de Franz Dembscher, qui a lui même appris la discipline dans la région. L'année suivante, un nouveau professeur de mathématiques arrive, Johann Thaddäus Anton Peithner (1727-1792), un savant important à la cour de Vienne.

Le conflit va une fois de plus concerner la partie « théorique » de l'enseignement de la géométrie souterraine. S'il est clair que le *Markscheider* doit enseigner le maniement des instruments et le professeur de mathématiques la géométrie élémentaire, les méthodes mathématiques spécifiques à la géométrie souterraine sont disputées. Avant l'arrivée du nouveau professeur, Dembscher semble avoir enseigné la théorie et la pratique. Son enseignement

consistait en ce que je leur [les apprentis] ai montré toutes les manières de décrire les mesures à la surface et donc aussi, par l'exercice, la théorie appliquée des bâtons [de mesure], du quadrant, de la corde d'arpentage (*Astrolab*), du viseur. Mais les jours où le mauvais temps ne permettait pas de travailler à la

<sup>185</sup> UAF – OBA 9, 21, Lettre de J.F. Freiesleben, 07.02.1794.

surface, j'ai expliqué tout à la fois quelques exercices géométriques et trigonométriques sur la direction et l'inclinaison des filons [...] et toute la théorie et l'utilisation des tables de sinus et de logarithme. (Štátny ústredný banský archív v Banskej Štiavnici, Oberkammergrafenamnt (dans la suite du texte, ŠÚBA - HKG) Berichte 21.02.1774, f. 3r.)

Le géomètre défend son droit à enseigner la théorie spécifique à la géométrie souterraine, et affirme même, dans un document ultérieur, avoir « aussi rédigé un véritable manuel de géométrie souterraine pour les apprentis locaux, et [qu'il] peut le mettre sous presse » (ŠÚBA – HKG, résolution du 11.03.1774). Il y a donc, ici aussi, un conflit entre le savoir des universitaires savants et celui des praticiens. Dembscher affirme qu'on lui avait fait miroiter le salaire et le titre d'un professeur (ŠÚBA – HKG, compte-rendu du 21.02.1774, f. 1r.). Peithner, savant et professeur, cherche au contraire à se distinguer des praticiens et affirme la supériorité que lui donne la maîtrise de la théorie. Il va jusqu'à rédiger un véritable cours théorique de géométrie souterraine, qui ne sera cependant jamais publié (Leoben, Rara MSK/V/32 35583).

Du professeur Peithner, on possède également les questions posées à l'université de Prague en 1766, où il enseignait auparavant l'utilisation des mathématiques dans les sciences minières<sup>186</sup>. Les questions sont bien différentes de celles que les géomètres souterrains peuvent travailler avec leurs apprentis et relèvent plutôt d'une approche philosophique, souvent proche de la philosophie naturelle, caractéristique des universités allemandes de l'époque. Elles sont essentiellement qualitatives, du type « qu'est ce qu'un point ? une ligne ? un corps ? ». Même lorsqu'il s'attarde spécifiquement sur la géométrie souterraine, c'est pour demander au candidat d'expliquer « quels instruments sont nécessaires pour pratiquer l'art de la mesure souterraine, et leur emploi ». (Národní archiv, Praha - Staré Montanum MM 233, 4/10, partie « *Aus der Körper Meß-Kunst* »)

À l'inverse, on peut voir comment la géométrie souterraine pratique était enseignée à Schemnitz. En 1777, un décret royal confirme que le *Markscheider* ne doit pas « répéter les principes théoriques algébrique-géométriques et trigonométriques » et se contenter de les appliquer dans des travaux en extérieur (Schmidt 1836, 2(14), p. 153). Une insistance particulière est portée sur le dessin : les étudiants doivent réaliser des mesures et faire des cartes. La même année, un programme d'enseignement est demandé au *Markscheider* Lorenz Siegel ; celui-ci propose un plan détaillé d'enseignement théorique et pratique (la partie théorique est bien sûr refusée par l'administration). L'année suivante, il propose un rapport détaillé sur le déroulement du cours, où l'on voit toutes les conséquences de la division de l'enseignement :

#### Applications pratiques

L'arpentage pratique, qui a été enseigné l'année dernière 1777 à Windschacht aux apprentis.

On a tout d'abord expliqué et présenté l'utilisation des instruments nécessaires à l'arpentage, dont on se sert à la surface, et ceux-ci sont : le bâton, la tige de mesure, le cordeau de mesure, la chaînette de mesure, l'astrolabe [...] Après la présentation de ceux-ci, nous sommes passés à l'exercice proprement dit à la surface, et avons tenu pour nécessaire de montrer [la résolution] pratique des exercices suivants, dans cet ordre :

1er exercice : Montrer la fabrication d'une échelle réduite, d'après une ligne arbitrairement choisie, ainsi que son utilisation et son application concrète. (ŠÚBA – HKG Ordinaria du 06.04.1778)

On voit donc que le cours, comme il avait été ordonné, se limite à des manipulations pratiques et à des mesures, en l'absence de toute théorie. De plus, le cours a lieu à Windschacht, une petite ville située à une heure de marche de Schemnitz. Le cours avait ainsi lieu dans la

<sup>186</sup> archiv, Praha - Staré Montanum MM 233, 4/10. Merci à Peter Konecny de m'avoir signalé cette source, et de m'avoir très gentiment fourni sa transcription partielle.

*Markscheiderey*, le quartier général des géomètres souterrains où étaient conservés les cartes et les instruments. Certains exercices des étudiants sont conservés dans les archives de l'Académie ; le soin porté à la finition des cartes contraste avec la rusticité des méthodes utilisées. Si celles-ci sont acceptables pour de l'arpentage, elles sont tout à fait insuffisantes pour réaliser des plans de mines précis. L'enseignement pratique se fait donc au milieu des praticiens, ce qui est un avantage. La séparation des lieux (Académie/*Markscheiderey*), des statuts (professeur/praticien) et le peu de communications entre les deux mondes va cependant, à terme, peser sur le développement de la géométrie souterraine à Schemnitz.

#### IV. CONCLUSION

Cette étude des méthodes et du contenu de l'enseignement des mathématiques dans les Académies des mines de Freiberg, et dans une moindre mesure de Schemnitz, montre donc qu'un nouveau modèle d'enseignement des mathématiques s'y met en place. Ce modèle possède plusieurs caractéristiques qui seront ensuite reprises par de nombreuses institutions d'enseignement scientifique et technique : on y trouve un cursus pluriannuel, dans lequel les enseignements sont progressivement coordonnés à la fois à l'intérieur d'une matière (sur plusieurs années) et à l'intérieur d'une classe (entre plusieurs matières).

J.F. Lempe innove et teste de nouvelles méthodes d'enseignement des mathématiques. Outre l'adaptation du contenu aux pratiques sociales de références, il rend l'apprentissage bien plus interactif ; l'introduction systématique d'exercices adaptés pour et discutés avec chaque étudiant est une nouveauté. L'enseignement des mathématiques a de plus lieu dans le contexte des régions minières. Les étudiants sont envoyés dans les mines pour faire des observations, et leurs résultats sont publiés dans un journal scientifique, ce qui montre qu'il s'agit bien là d'un « savoir utile ».

Si l'on se focalise sur un objet d'enseignement particulier, la géométrie souterraine, on s'aperçoit que ces évolutions ne se font pas sans frictions. Elles modifient en effet radicalement des méthodes d'enseignement et des pratiques en vigueur depuis plus de deux siècles. À Freiberg comme à Schemnitz, le conflit porte sur la « géométrie souterraine théorique », c'est-à-dire les méthodes, théorèmes et formules spécifiques à cette discipline. À Freiberg, l'administration va confier ces enseignements aux professeurs de mathématiques pour permettre d'imposer de nouvelles praxéologies ; après une période d'adaptation, la mathématisation de la géométrie souterraine sera un grand succès. Une tentative similaire à lieu à Schemnitz, mais le manque d'implication des professeurs de mathématiques ne va pas permettre d'arriver aux mêmes résultats.

#### REFERENCES

- Chevallard Y. (1998) Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique. In *Actes de l'université d'été Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques* (pp. 91-12). IREM de Clermont-Ferrand. [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Analyse\\_des\\_pratiques\\_enseignantes.pdf](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Analyse_des_pratiques_enseignantes.pdf)
- Freiberg (1850) *Die Bergakademie zu Freiberg: Zur Erinnerung an die Feier des hundertjährigen Geburtstages Werners*. Freiberg : Engelhardt.
- Kaden H. (2012) *Das Sächsische Bergschulwesen. Entstehung, Entwicklung, Epilog (1776-1924)*. Köln : Böhlau.
- Konečný P., Schleiff H. (2013, Eds.) *Staat, Bergbau und Bergakademie: Montanexperten im 18. und frühen 19 Jahrhundert, Vierteljahrschrift für Sozial- und Wirtschaftsgeschichte – Beihefte n° 223*. Stuttgart : Franz Steiner.

- Lempe J.F. (1781) *Erläuterung der Kästnerischen Anfangsgründe der Arithmetik, Geometrie, ebenen und sphärischen Trigonometrie*. Altenburg : Richter.
- Lempe J.F. (1782) *Gründliche Anleitung zur Markscheidkunst*. Leipzig : Crusius.
- Lempe J.F. (1785-1799) *Magazin für die Bergbaukunde*, 13 volumes.
- Lempe J.F. (1787) *Bergmännisches Rechenbuch*. Freiberg : Barthel.
- Lempe J.F. (1795-1797) *Lehrbegriff der Maschinenlehre, mit Rücksicht auf den Bergbau*. Leipzig : Crusius.
- Lempe J.F., Beyer A. (1785) *Gründlicher Unterricht vom Bergbau, nach Anleitung der Markscheidkunst*. Altenburg : Richter.
- Martinand J.-L. (2003) La question de la référence en didactique du curriculum. *Investigações em Ensino de Ciências* 8(2), 125-130.
- Morel T. (2013) *Mathématiques et politiques scientifiques en Saxe (1765-1851) : institutions, acteurs et enseignements*, Thèse de doctorat de l'Université de Bordeaux.
- Morel T. (2015a) Enseigner les mathématiques dans un domaine technique. Écoles et académies des mines au XVIIIe siècle. In Mathé A.-C., Mounier E. (Eds.) *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2014* (pp. 253-269). Paris : IREM de Paris 7 et ARDM,.
- Morel T. (2015b) Le microcosme de la géométrie souterraine : échanges et transmissions en mathématiques pratiques. *Philosophia Scientiae*, cahier thématique « Échanges mathématiques : études de cas (XVIIIe-XXe siècles), 17-36.
- Morel, T. (2015c) Usefulness and practicability of Mathematics: German Mining Academies in the 18th century. *Preprint of the Max-Planck Institute for the History of Science*, « *The Making of Useful Knowledge* », à paraître.
- Schmidt F.A. (1836) *Chronologisch-systematische Sammlung der Berggesetze der Königreiche Ungarn* 2(14).
- Schubring G. (2003) Recent Developments in Research on the Institutional History of Mathematics. *Llull* 26(57), 1045–1059.
- Weber W. (1976) *Innovationen im Frühindustriellen deutschen Bergbau und Hüttenwesen : Friedrich Anton von Heynitz*. Göttingen : Vandenhoeck et Ruprecht.