

Pluralités culturelles et universalité des mathématiques :
enjeux et perspectives pour leur enseignement
et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015



INFLUENCE DE LA SÉMIOTIQUE D'UNE MACHINE-OUTIL À COMMANDES NUMÉRIQUES SUR L'ENSEIGNEMENT DES VECTEURS DANS LA FILIÈRE PRODUCTIQUE-USINAGE EN LYCÉE PROFESSIONNEL

Nathalie AUXIRE* – Nicole BIAGIOLI* – René LOZI*

Résumé – Dans le cadre d'une approche comparatiste de l'enseignement des vecteurs par trois disciplines de la filière productique-usinage de lycée professionnel, nous montrons, en couplant l'analyse de discours d'enseignants et l'analyse épistémologique de l'objet vecteur, comment la sémiotique d'une machine à commandes numériques implantée dans l'atelier de productique-usinage influence le discours de l'enseignant de l'une des disciplines connexes : la construction mécanique. Nous discutons la cohérence et les limites qu'une telle influence exerce sur le discours enseignant à travers les ressources sémiotiques disponibles dans la discipline, la mémoire de la classe entre les disciplines et les objectifs disciplinaires.

Mots-clefs : mathématiques, vecteur, interdidactique, discipline technologique, sémiotique

Abstract – We have compared vector teaching in three subjects at vocational secondary French school : mathematics, mechanical machining, engineering and technical design. Our method is grounded in a cross-cultural approach and combines discourse analysis with epistemological analysis. We show how the semiotics of a computer numerical control machine, set in the machining classroom, influences teachers' discourse in engineering and, to a lesser extent, in mathematics. We examine the way in which this influence strengthens the coherence of general vector teaching in this educational program about the way of writing, as well as operating and modeling with vectors, due to the semiotic tools available in the context and the specific educational goals.

Keywords: mathematics, vector, cross-cultural approach, technological subject, semiotics

I. INTRODUCTION : LES VECTEURS, UN ENJEU DANS LA FILIÈRE PRODUCTIQUE-USINAGE

1. *Le contexte de la filière productique-usinage*

Le lycée professionnel, au sein duquel se trouve la filière productique-usinage, recrute après le collège, des élèves de 15 ans se destinant à des études courtes : pour un domaine d'activités professionnelles donné, une formation mixte (professionnelle et générale) de trois années y est dispensée conduisant à la délivrance d'un baccalauréat professionnel et à la possibilité d'occuper un poste de technicien.

* Université de Nice Sophia Antipolis, EA 6308. Laboratoire I3DL– France – auxire@unice.fr,
biagioli@unice.fr, lozi@unice.fr

La filière productique-usinage organise sa formation à partir de la discipline technologique *construction mécanique*, de la discipline professionnelle *productique-usinage* et de disciplines générales souvent bivalentes dont la discipline *mathématiques-sciences physique et chimiques*.

La productique-usinage est un domaine d'activités industrielles dans lequel des objets techniques sont d'abord conçus en réponse à un besoin matériel puis produits à partir de barreaux d'acier par enlèvement de matière à l'aide de machines-outils automatisées et enfin contrôlés en qualité. Dans le contexte d'une entreprise, le cycle de vie d'un projet de produit technique implique différents métiers (concepteur, dessinateur, usineur, contrôleur). Théoriquement, il résulte d'une approche systématique visant à rationaliser les procédures et à optimiser les ressources (temps de travail, matière, occupation des machines-outils, transmission des informations). Les documents techniques circulant entre les différents acteurs pour réaliser le projet d'un produit technique sont conçus dans cette perspective d'économie des ressources et de minimisation des erreurs.

En tant que discipline technologique, la *construction mécanique* enseigne la technologie des systèmes mécaniques et la lecture-écriture normalisée des dessins techniques. En tant que discipline professionnelle, la *productique-usinage* a pour objectif de rendre compétents et autonomes les élèves concernant la mise en œuvre de procédures de production unitaire ou industrielle (installation et maintenance de machine, contrôle de pièce, qualité de procédure), l'interprétation et la modification de documents techniques. Contribuant fortement à la modélisation géométrique et numérique des objets tridimensionnels, les mathématiques amènent à considérer ces deux disciplines comme mathématisées.

La filière productique-usinage, peu connue, recrute souvent des élèves dont le premier choix d'orientation à l'issue du collège était autre et dont le niveau en mathématiques est faible (en numération décimale et en opérations élémentaires notamment).

Il aurait été intéressant d'élargir notre étude à l'enseignement des mathématiques par les sciences physiques, d'autant plus qu'au lycée professionnel, les enseignants de mathématiques enseignent aussi les sciences physiques et chimiques. Cependant, nous ne l'avons pas fait car nous avons souhaité aborder l'apprentissage de l'espace mathématique dans des disciplines qui organisent leur enseignement théorique en situation, c'est-à-dire dans l'espace physico-technologique des machines, ce à quoi satisfont les disciplines *construction mécanique* et *productique-usinage*.

2. Les vecteurs dans la filière productique-usinage

En mécanique et en productique-usinage, les vecteurs sont omniprésents pour raisonner dans l'espace : orienter une surface dans un dessin technique, programmer des positions sur une machine-outil, calculer des efforts sur un élément d'un objet technique, décrire une liaison entre deux pièces d'un objet technique...

A partir des documentations disciplinaires de la productique-usinage et de la construction mécanique, nous avons répertorié quatre fonctions des vecteurs : (1) calculer numériquement des grandeurs physiques ou géométriques dans le plan affine euclidien, (2) calculer graphiquement dans le plan affine, (3) décrire des rotations ou des translations dans l'espace euclidien, (4) classer des liaisons entre surfaces.

Dans cette contribution, nous présentons des résultats relatifs aux vecteurs selon la fonction (3) uniquement. Ils sont issus de la thèse de N.Auxire, *Interdidactique de l'enseignement des mathématiques dans la filière productique-usinage du lycée professionnel*, soutenue en Novembre 2015, au laboratoire d'I3DL de l'université de Nice- Sophia Antipolis.

Nous analysons les discours enseignants sur les vecteurs relativement à l'activité de réglage d'une machine-outil dans les disciplines *construction mécanique* et *productique-usinage*.

3. Plan de la contribution

Premièrement, nous présentons le champ de l'interdidactique par ses présupposés, ses objets et ses méthodes. Ce champ constitue le cadre théorique de notre recherche.

Deuxièmement, nous décrivons nos données : elles sont constituées d'observations d'une machine-outil à commandes numériques en atelier et des discours de deux enseignants collectés au cours d'entretiens. Nous analysons la sémiotique¹⁵⁸ de la machine à commandes numériques ainsi que les discours enseignants autour des vecteurs en relation avec l'activité de réglage d'une machine-outil à commandes numériques.

Un enseignant de productique-usinage (noté E-pu2) fournit deux explications, l'une concernant l'activité de réglage d'une machine-outil précédant l'installation d'un outil, l'autre portant sur le concept de vecteur dans la filière productique-usinage. Un enseignant de construction mécanique (noté E-cm) improvise pour ses élèves une interrogation orale portant sur l'addition vectorielle.

Troisièmement, nous discutons d'une part la relation entre les modalités d'enseignement d'objets mathématiques et les ressources sémiotiques disponibles et, d'autre part, la liaison des enseignements par les mathématiques dans la filière scolaire de productique-usinage.

II. METHODES DE L'APPROCHE INTERDIDACTIQUE

1. Le champ de l'interdidactique et ses présupposés

Selon Biagioli (2012, p.3),

l'interdidactique est un domaine de recherche qui concerne l'étude des phénomènes résultant de la coexistence des disciplines d'enseignement dans le cursus scolaire et universitaire. [...] le terme 'interdidactique' désigne la partie des pratiques enseignantes et apprenantes concernée par l'articulation des apprentissages notionnels, discursifs et linguistiques des disciplines étudiées, et la recherche qui les prend pour objet. Les travaux [...] s'organisent autour de trois thèmes :

- l'impact des disciplines scolaires et universitaires sur la construction de l'identité professionnelle des enseignants et des apprenants ;
- la complexité spécifique des phénomènes qui résultent de la mise en relation des disciplines au cours des apprentissages ;
- l'influence de la mondialisation des savoirs sur les systèmes scolaires et universitaires, les curriculums et les pratiques d'enseignement, les dispositifs d'intégration scolaire et linguistique.

Ces thèmes répondent au besoin de situer l'évolution des disciplines.

Dans cette contribution, notre approche interdidactique se focalise sur les discours enseignants relatifs à un même objet mathématique (le vecteur pour caractériser un déplacement) enseigné par deux disciplines de lycée professionnel. Les discours enseignants révèlent des variations interindividuelles de pratiques couplées à des variations culturelles induites par les spécificités disciplinaires et contextuelles.

¹⁵⁸ La sémiotique étudie les relations entre les signes (symbole, icône, indice), leurs référents (ce que les signes désignent) et les utilisateurs de ces signes : comment les signes sont-ils organisés pour former un message qui a l'effet voulu dans un système d'interprétation ?

Selon Peirce (1839-1914), un signe est un symbole s'il nécessite une convention sociale d'interprétation, une icône si l'interprétation s'appuie sur des ressemblances apparentes avec le référent, un indice si l'interprétation se fait grâce à la proximité (geste de pointer du doigt, soulignement d'un mot, ...).

Notre démarche consiste d'abord à recueillir la représentation qu'un enseignant a de « la fréquentation des mathématiques qu'il organise pour [ses élèves] dans sa classe » (Robert & Rogalski 2002, p.3) ou pour lui-même et de croiser cette représentation déclarée, donc reconstruite, avec les pratiques disciplinaires. Notre analyse consiste à étudier les tensions, compatibles ou non, entre les différentes représentations recueillies.

La démarche comparatiste de l'interdidactique présuppose que les productions intellectuelles ou esthétiques, linguistiques ou scientifiques, scientifiques ou technologiques ne sont pas séparées : elles sont des éléments différents d'une même culture. L'école et les disciplines sont des constructions sociales de cette culture mais sont aussi des espaces de différenciation culturelle. Nous plaçons notre étude dans le champ de l'interdidactique pour chercher des phénomènes explicatifs des variations de l'enseignement des mathématiques à travers différentes disciplines. Ce présupposé inscrit l'interdidactique dans le champ de la Théorie Anthropologique du Didactique, les variations culturelles exprimant la dimension récursive de notre institution scolaire :

Toute institution admet un environnement qui est un univers culturel ; tout univers culturel est une institution ; toute institution peut fonctionner comme univers culturel pour d'autres institutions (dont elle constitue alors l'environnement culturel). (Chevallard 1988, p. 97)

2. *Des objets de l'interdidactique*

Les acteurs d'une discipline recourent à une palette d'outils sémiotiques, parmi lesquels la langue naturelle et la sémiotique spécifiquement disciplinaire (jargon, notations, situations de référence, signes vestimentaires, gestes...). Or l'usage sémiotique est situé : il dépend des contenus disciplinaires prescrits mais aussi du contexte de recrutement des élèves, des moyens de production sémiotique, des valeurs accordées à l'oral et à l'écrit, des objectifs éducatifs de la discipline et enfin de la relation didactique de l'enseignant et de ses élèves entre eux et vis-à-vis des autres disciplines.

La notion de langage disciplinaire (Auxire, Biagioli & Lozi. 2014 ; Auxire 2014) exprime ce tissu complexe entre les outils sémiotiques, les acteurs et le genre dominant de communication. Dans cette perspective, la langue naturelle et les moyens de production sémiotiques (Barrier, Chesnais & Hache 2014 ; Radford 2006), témoignant de la dualité oral-écrit, apparaissent comme objets d'étude privilégiés de l'interdidactique pour leurs fonctions d'articulation entre :

- la tâche prescrite et l'activité,
- les différentes significations d'un concept d'une discipline à l'autre,
- les conceptions véhiculées par la langue naturelle et les conceptions scientifiques visées par les enseignements disciplinaires.

3. *Méthodes : couplage de l'analyse du discours et de l'analyse épistémologique*

L'interdidactique envisage les processus d'enseignement-apprentissage comme un espace-temps où coexistent différentes variétés culturelles (celle des acteurs, celle des disciplines) observables à travers les langages disciplinaires. Notre méthode d'analyse des productions langagières combine l'analyse de discours et l'analyse épistémologique des objets enseignés.

L'analyse du discours s'applique aux textes ou aux dires oraux. Celle-ci considère le type de discours (narration, argumentation, description), les marques de l'énonciation (marques expressives de la situation et de la subjectivité de l'énonciateur en lien avec le destinataire du discours), les valeurs modales, le genre de discours (présupposé, stéréotype), la diversité sémiotique (parole, geste, dessin). L'analyse du discours apporte en plus des données

informatives, des données expressives habituellement cachées car elles ne sont pas écrites (Perrenoud 1993) et indicatrices de l'identité professionnelle acquise (Jouet Le Pors 2004).

L'analyse épistémologique d'un concept enseigné donne une fonction au concept selon les situations-problèmes résolues par ce concept et place ce concept dans un réseau de concepts. Dans une discipline, les fonctions et la situation réticulaire d'un concept établissent un rapport entre savoir, savoir-faire et compétence, rapport qui s'apparente à la notion de praxéologie de la théorie anthropologique du didactique (Chevallard 1997). Pratiquement, l'analyse épistémologique permet de décrire les changements induits par un changement de discipline et outille la discussion sur les dispositifs institutionnels de liaison des enseignements disciplinaires.

Pour notre part, nous étudions comment un enseignant de construction mécanique opère et justifie certains choix vis-à-vis de la discipline de productique-usinage dans son discours didactique sur les vecteurs dans une situation de déplacement.

III. PRESENTATION ET ANALYSE DES DONNEES

A partir des discours de deux enseignants et de l'observation du pré-réglage d'une machine-outil, nous étudions quelle sémiotique se développe à propos du vecteur comme objet mathématique enseigné.

1. *Synthèse par un enseignant de productique-usinage*

Le discours ci-après résume les attentes de la filière productique-usinage telles que l'enseignant de productique-usinage (E-pu2) se les représente en répondant au chercheur (Ch).

1-Ch : quels sont les savoirs sur les vecteurs nécessaires pour le baccalauréat productique-usinage ?

2-E-pu2 : comprendre la différence entre sens et direction/ c'est la position dans le repère/ comprendre les changements de repère/ on recherche ce vecteur/ mais aussi la norme qu'ils recherchent/ / un vecteur reste un modèle mathématique d'une force/ d'une tension/ d'un déplacement// si j'enlève les éléments/ il reste la chaîne vectorielle

E-pu2 envisage des situations étudiées dans d'autres disciplines (construction mécanique ou sciences physiques) mais les indicateurs vectoriels qu'il cite font référence aux vecteurs d'un espace affine euclidien (repère, norme) et à leur décomposition (*chaîne vectorielle*) rendue possible par le choix d'un repère. La chaîne vectorielle évoquée ici est le modèle géométrique représentant les positions relatives des différents organes de la machine, assimilés à des points (origine-machine, origine-porte-pièce, origine-programme, origine-porte-outil, point générateur). Dans une base orthonormée directe, les vecteurs permettent de représenter des écarts orientés, d'abstraire le principe de réglage de la machine puis d'appliquer à différentes situations selon qu'on connaît les écarts entre l'une ou l'autre des origines. Lorsqu'on dessine les vecteurs, on obtient, selon chaque direction, des vecteurs bout à bout : d'où l'expression « *chaîne vectorielle* » que l'enseignant forme par analogie avec l'expression « chaîne géométrique » qui, en productique, désigne les positions relatives de la pièce et de l'outil par rapport à la machine.

2. *La machine à commandes numériques*

Une machine-outil à commandes numériques est un automate qui permet de régler les positions relatives du porte-outil et du porte-pièce et la vitesse d'avance ou de rotation de l'outil. Dans la discipline de productique-usinage, la fiche d'observation (figure 1) destinée

aux élèves pour anticiper le réglage montre une représentation schématique d'une machine-outil et de son référentiel de mouvements.

Consigne d'observation :

1) Prendre connaissance du travail à réaliser et renseigner la **figure 1**.
En situation d'usinage et / ou de manipulation :
 2) Sur la figure 2 :
 - repérer les Origine Machine (OM), Origine pièce (Op.), Origine Porte Outil (Opo) dans les cadres correspondants.
 - situer les axes numériques (translation) Y et Z.
 3) Compléter les cadres correspondants aux flèches par leur valeur respective.
 4) Calculer la valeur des Prefs suivant l'axe Z.

L'observation guidée proposée dans cette fiche doit se dérouler lors d'une activité de manipulation de la machine.
 Machine-outil :
 Produit :
 Pièce réalisée :
 Numéro de phase :

Figure N°1 : Contexte opératoire

Prefs Z = Opo /OM (affiché à l'écran) + Valeur de la cale étalon ATTENTION on additionne des valeurs négatives.

Prefs Z = -450,242.....

Figure 1—Schéma du référentiel de mouvements associé à une machine-outil à commandes numériques.
 Document pédagogique transmis par E-pul.

Le modèle mathématique sous-jacent est un repère affine orthonormé direct dans lequel l'axe orienté des Z positifs est la direction modélisant la trajectoire rectiligne du porte-outil s'éloignant orthogonalement du plan contenant le porte-pièce.

Le technicien d'usinage programme la machine par une séquence d'instructions en code-machine correspondant à une phase d'usinage. Avant de lancer la machine, il doit replacer le porte-outil en position initiale. L'initialisation est commandée en entrée au clavier et contrôlée en sortie par lecture de l'écran (figure 2) ou observation directe du porte-outil.

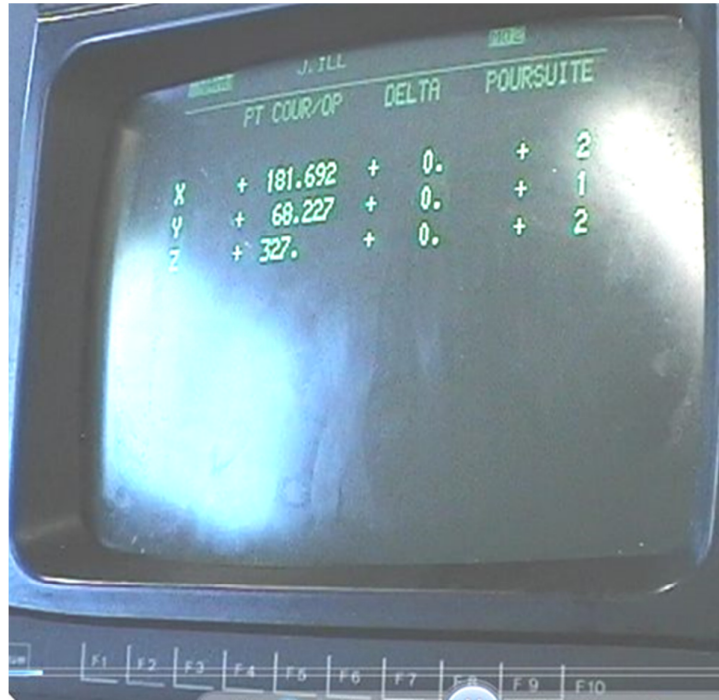


Figure 2– Contrôle d'une machine-outil à commandes numériques.

Expliquons la sémiotique de l'écran de la machine (figure 2).

Le porte-outil est modélisé par un point géométrique appelé *point courant* (PT COUR) dans un repère orthonormé direct défini par le constructeur et dont l'origine, appelée *origine mesure*, est notée O_m dans les documents pédagogiques. Un point auxiliaire, appelé *origine programme*, noté OP, conceptuellement très proche de O_m , sert de référence pour exprimer les mesures algébriques notées X, Y, Z à l'écran dans ce repère (PT COUR/ OP). En situation de réglage, elles sont interprétables comme les coordonnées du point courant ou comme composantes d'une translation. La sémiotique de la machine-outil est ergonomique :

- stable dans son organisation spatiale (type tableau, format décimal au millième),
- facilitatrice dans le lien aux référents (abréviation, acronyme, signe explicite contrairement à l'usage mathématique qui ne spécifie par le +),
- spécifique (unité du millimètre non spécifiée, DELTA pour différence, POURSUITE pour itérer manuellement une commande de déplacement selon chaque axe).

Mathématiquement, la sémiotique de la machine-outil se réfère au champ conceptuel de repère affine euclidien. Technologiquement, l'axe OZ, qu'il corresponde ou non à un axe vertical, modélise toujours la direction de déplacement du porte-outil, orienté positivement lorsque l'outil s'éloigne de la pièce. La sémiotique de la machine-outil rend donc compte d'un modèle technologique mathématisé.

3. Explication par un enseignant de productique-usinage

La séquence conversationnelle présentée ici se déroule dans l'atelier entre quatre interlocuteurs : l'enseignant de productique-usinage (E-pu2), deux élèves de première professionnelle (E1, E2) et le chercheur (Ch). E-pu2 et ses élèves organisent une explication conjointe à l'attention de Ch du modèle mathématique permettant de raisonner spatialement à partir de la machine-outil.

1-E-pu2: donc euh // prise d'origine machine/ c'est d'euh // faire en sorte de coïncider euh les éléments réels de la machine avec c'qu'on appelle l'origine machine // l'origine machine / c'est le départ si vous voulez de l'origine constructeur qui permet euh / ensuite tous les pré-réglages euh qui vont venir par la suite euh/ en termes de position de pièce// donc euh on/ on va initialiser si vous voulez la machine/ c'est une une// on va déplacer euh essentiellement des axes en visualisant sur son écran et euh en //

(à E1) comment tu fais là ? comment t'as fait ? qu'est-ce que tu vas faire par exemple ?

2-E1: euh/ là je fais mode mode manu / j'ai mis en marche la machine / j'ai fait euh encor' mode mode manu parce que c'était d'jà en mode manuel donc j'ai déplacé les / les axes X moins euh Y et Z

3-E-pu2: donc là / tu viens d'déplacer les axes euh/ négatifs de la machine pour témoigner justement de cette origine machine qui est que (*inaudible*) prise de butée// c't-à-dire que c'est vraiment une limite physique/ si on atteint cette limite physique/ la machine se met en défaut/ on coupe euh // le contact électrique/ on arrête la puissance (*inaudible*)une histoire de prise de risque/ on peut taper// donc le constructeur a mis également une limite / euh au contact électrique// donc là/ i's'est décalé d'sa butée parce qu'i va revenir sur sa butée (à E1) mais en quel mode ?/ en quel mode ?

4-E1: mode POM

5-E-pu2: donc c'est un mode POM/ prise d'origine machine

6-E2: c'est fait / m'sieur/ i' l'a déjà fait

7-E-pu2: (à E2) oh/euh/ il le refait là / (à Ch) donc là/ i'va y aller en positif/ maint'nant retourner vers cette origine et / c'est la machine qui va lui indiquer où s'arrêter/ c't-à-dire elle va s'arrêter tout'seule// c'qu'i' n'peut pas faire en mode manuel bien sûr / si i'fait ça donc/ i'entrera sur une butée

8-E1: ça y est /c'est les POM

9-E-pu2: voilà / donc là/ quand euh euh l'opération est effectuée qu'est-ce qui ? comment la machine t'indique qu'les POM sont réalisées ?

10-E1: ben il arrête de clignoter

11-E-pu2: donc là il est / il est rev'nu su'c'qu'on appelle l'origine machine/ euh en réalité y 'a deux origines/ origine mesure / origine machine/ on leur dit qu'c'est un peu confondu/ mais on voit qu'elles sont à trois millimètres euh (*montrant l'affichage numérique sur l'écran*)

Les résultats que nous mettons en avant montrent comment la situation d'énonciation permet d'appréhender l'influence de la sémiotique de la machine-outil sur l'enseignement des vecteurs pour décrire un déplacement de l'espace.

La sémiotique non symbolique de la machine-outil comprend des composantes matérielles (3-*prise de butée*, 3-*limite physique*) ou communicationnelles (10-*clignoter*) qui influencent le mode de validation et la conceptualisation du déplacement vectoriel.

Si le vecteur de déplacement est anticipé par calcul, ses modes de validation peuvent être perceptif (1-*visualiser*, 2-*écran*, 3-*taper*) ou procédural (2-*je fais...j'ai mis...j'ai fait...donc j'ai déplacé...*).

La notion de sens vectoriel est verbalisée en lien avec les informations lues sur l'écran (2-*les axes X moins*, 3-*axe négatif*) ou bien avec les mouvements matériels perçus (1-2-*déplacer les axes*, 7-*retourner vers cette origine*, 7-*aller en positif*).

Sur le plan du discours, le déictique personnel révèle une mosaïque de points de vue de la part de l'enseignant. Les points de vue du technicien professionnel (1-*on va initialiser si vous voulez*, 3-*si on atteint cette limite physique... on coupe*), du compagnon d'apprentissage (1-*qu'est-ce que tu vas faire... ? 3-...tu viens d'déplacer les axes*), de l'enseignant (7-*il le refait là*, 11-*on leur dit qu'c'est un peu confondu...*) coexistent et donnent au discours didactique des ressorts de différentes natures : technologique, pragmatique, mathématique. La multiplicité des points de vue est un indicateur de professionnalité (Jouet Le Pors 2004).

Enfin, l'analyse de discours fait apparaître des modalisateurs épistémiques (*3-pour témoigner justement ... c'est vraiment une limite physique, 11-en réalité...c'est un peu confondu mais on voit...*). Le discours de l'enseignant se positionne par rapport au système de connaissances technologiques relatives au concept de machine-outil.

L'enseignement des vecteurs dans le langage de la discipline de productique-usinage s'appuie donc sur un mode d'interprétation couplant perceptions et lecture symbolique et sur la pluralité des rôles sociaux de l'enseignant.

4. Mise en œuvre par un enseignant de construction mécanique

Dans un entretien à propos des compétences des élèves en mathématiques dans la filière productique-usinage, un enseignant (E-cm) de la discipline construction mécanique souligne la difficulté à enseigner une discipline mathématisée à des élèves en difficultés dans leurs apprentissages scolaires en mathématiques. Répondant à la question initiale du chercheur (Ch), E-cm improvise une interrogation des élèves présents dont les traces orales et écrites sont reproduites en parallèle (figure 3).

4 Ch: je voudrais que vous me parliez des connaissances mathématiques de vos élèves, me dire ce que vous avez repéré comme savoir-faire/ ceux qui sont maîtrisés/ ceux qui ne le sont pas/ ce genre de choses

5 E-cm :y'a d'gros problèmes en maths/ savoir mesurer/ savoir mesurer en millimètre / c'est la panique en dehors du centimètre// les surfaces/ les volumes/ les densités// dans la plupart des métiers il y a nécessité de métrer // aussi les vecteurs des efforts// la première chose c'est de pas parler des maths/ de s'détacher/ si on peut s'passer des maths/ c'est OK/ c'est l' résultat qui compte//(silence) y'a aussi les volumes/ les intervalles de tolérances/ le calcul de cote moyenne les conversions les échelles//mais je crois qu'vous vous rendez pas compte du niveau qu'i'ont/ tenez on va faire un test (*l'enseignant appelle cinq élèves en train de travailler en autonomie sur un logiciel, va au tableau et s'adressant à eux*) j'vais vous poser dix questions / vous répondez

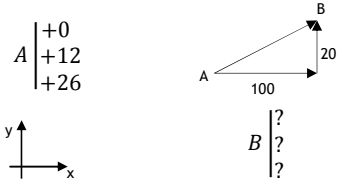
Ce que l'enseignant écrit au tableau	Ce que l'enseignant dit oralement
	<p>j'suis sur une commande numérique/ j' fais un déplac'ment</p> <p>on est là/ vu de dessus</p> <p>(l'enseignant pointe le repère qu'il a dessiné avec le bâton de craie)</p>

Figure 3—Les discours d'un enseignant de construction mécanique.

E-cm a fait s'appuier sur la situation de réglage d'une machine-outil (*j'suis sur une commande numérique/ j' fais un déplac'ment*) issue de la discipline connexe de productique-usinage pour dévoluer aux élèves la situation de calcul. Son évocation combine la sémiotique du dessin technique (repère orthonormé du plan (oxy)), du calcul graphique (dessin du triangle) et celle de la machine-outil (signes explicités composante par composante, matrice colonne sans parenthèse).

L'absence de réponses correctes parmi celles des élèves (figure 4) confirment une difficulté soit à utiliser le formalisme pour déterminer les composantes du vecteur de translation, soit à opérer entre coordonnées homologues, soit à interpréter les dessins (la vue de haut et la somme par le bout-à-bout).

Rappel de la question posée	Réponse attendue	Réponses des élèves
Calcul des coordonnées du point image de $A \begin{pmatrix} +0 \\ +12 \\ +26 \end{pmatrix}$ par le vecteur de translation $\vec{v} \begin{pmatrix} 100 \\ 20 \\ 0 \end{pmatrix}$.	$B \begin{pmatrix} +100 \\ +32 \\ +26 \end{pmatrix}$	$B \begin{pmatrix} 0 \\ 100 \\ 20 \end{pmatrix} B \begin{pmatrix} 100 \\ 0 \\ 46 \end{pmatrix} B \begin{pmatrix} 20 \\ 112 \\ 26 \end{pmatrix} B \begin{pmatrix} 0 \\ 32 \\ 126 \end{pmatrix}$ Un élève ne répond pas.

Figure 4—Les réponses des élèves.

Malgré l'évocation d'une activité emblématique de la productique-usinage (le réglage d'une machine-outil), le milieu observé à l'occasion de cet entretien est peu comparable : il ne contient ni la machine-outil elle-même, ni son écran de contrôle. En productique-usinage, la signification donnée au vecteur de translation est ancrée dans la manipulation de la machine-outil avec, comme nous l'avons vu, des modes de validation combinés (perception, lecture numérique). Le langage de la discipline construction mécanique, ne disposant pas des mêmes ressources sémiotiques, rend nécessaire des outils sémiotiques spécifiques (la vue de haut, les figures auxiliaires). Les réponses incorrectes des élèves font apparaître des difficultés d'ordre mathématique sur la notation des composantes vectorielles en matrice colonne (ordre, correspondance, lien avec la projection dans le plan).

IV. DISCUSSION ET CONCLUSION

Notre discussion porte sur la manière dont les ressources sémiotiques fournies par la machine à commandes numériques influencent les discours disciplinaires d'enseignement de certains objets mathématiques. Afin de situer ces objets par rapport aux objets mathématiques déclarés dans la filière productique-usinage, nous avons interrogé le programme de mathématiques de la discipline *mathématiques-sciences physiques et chimiques* (BOEN¹⁵⁹ spécial n°2 du 19/02/2009. <http://www.education.gouv.fr/pid20873/special-n-2-du-19-fevrier-2009.html>).

En seconde, l'espace est travaillé « à partir de quelques solides connus, [dont sont extraites] des figures planes connues » permettant « de réactiver des propriétés de géométrie plane » du collège (Ibid. p.9). En première, lors de son introduction, le vecteur est décomposé dans un repère orthonormé du plan. En terminale, « le passage du plan à l'espace se fait de façon intuitive » (Ibid. p.22) et le vecteur se décompose alors dans un repère orthonormé de l'espace. Aucune translation, en tant que transformation du plan ou de l'espace, n'est citée dans le programme de mathématiques. Aucun système de notation des coordonnées vectorielles n'est préconisé pour lier les enseignements généraux et spécialisés. Lorsque les élèves entrent en seconde professionnelle, il leur appartient de coordonner l'enseignement de la discipline générale en mathématiques restreint au plan à ceux des disciplines spécialisées (*productique-usinage* et *construction mécanique*) de l'espace tridimensionnel. Dans le cadre de dispositifs de liaison des enseignements, la partie *mathématiques* de la discipline générale est éventuellement sollicitée pour consolider l'addition vectorielle graphique (dans le cas de bilan de forces) ou l'addition de nombres négatifs (figure 1).

Au premier abord, la sémiotique de la machine-outil à commandes numériques constitue une ressource qui rend possible l'enseignement informel des translations de l'espace. En effet,

¹⁵⁹ BOEN : Bulletin Officiel de l'Éducation Nationale

dans la discipline *productique-usinage*, le modèle vectoriel est mobilisé en présence de la machine-outil et sa syntaxe est stable et non assujettie aux choix de l'enseignant. Les formes sémiotiques utilisées prennent sens au sein de la machine-outil et peuvent ne pas poser de difficultés d'interprétation aux élèves. En contexte professionnel, Rogalski et Vidal-Gomel (2007, p. 73) indiquent qu'une interprétation pertinente des formes sémiotiques de façon spontanée reste possible tant que la syntaxe de ces formes n'est pas perturbée ou que la tâche associée n'est pas modifiée. Les difficultés des élèves à calculer les coordonnées du point translaté (figure 4) montrent que le transfert d'une discipline à l'autre ne va pas de soi car ou bien les ressources sémiotiques ne sont pas conservées, ou bien leurs fonctions changent.

En productique-usinage, le contrôle du réglage de la machine-outil prévaut : la sémiotique est orientée vers la facilitation de la prise d'informations alpha-numériques et perceptives. Ainsi, on retrouve, un des résultats des travaux de Castela et Romo Vázquez (2011) : à travers les situations et le matériel (instrument, matière, logiciel), les disciplines technologiques convoquent les objets mathématiques dont la théorie reste enfouie.

En construction mécanique, la sémiotique est orientée vers l'analyse de données techniques et leur communication de manière anticipée à l'action. L'évocation d'une situation de référence de productique-usinage ne suffit pas à régler la différence d'activité mathématique.

La machine-outil à commandes numériques a toutefois une dimension interdidactique : elle ancre l'expression de la cohérence des deux disciplines spécialisées.

La discipline générale se démarque. Certes, elle fournit des outils conceptuels (point, vecteur, base orthonormée, etc.) pour raisonner dans l'espace de la productique-usinage. Mais, elle n'est pas synchronisée aux disciplines spécialisées (les vecteurs de l'espace ne sont programmés qu'en terminale) et est, seule parmi les trois disciplines, désignée pour dispenser des compléments (sur les vecteurs) en vue d'une poursuite d'étude (BOEN n°2 du 19/02/2009, p. 24).

En conclusion, nous avons étudié un objet enseigné porteur d'une même fonction épistémologique par différentes disciplines, comparables au sein d'une même filière. L'analyse des discours enseignants fournit des arguments explicatifs sur le partage ou le non-transfert de ressources sémiotiques entre deux disciplines, c'est-à-dire sur la faisabilité de la liaison des enseignements.

REFERENCES

- Auxire N., Biagioli N., Lozi R. (2014) Analyse de discours d'enseignants de différentes disciplines de lycée professionnel à propos de l'enseignement des vecteurs. *Spirale Langage, apprentissage et enseignement des mathématiques* 54, 103-128.
- Auxire N. (2014) Conditions d'apparition et indicateurs de la présence des langages disciplinaires. In Hache C. et Spitalas C. (Dir.) *Séminaire national 2013 des jeunes chercheurs de l'ARDM* (pp. 11-20). Paris: IREM de Paris.
- Barrier T., Chesnais A., Hache Ch. (2014) Décrire les activités des élèves en géométrie et leur articulation avec celle de l'enseignant. *Spirale : Langage, apprentissage et enseignement des mathématiques* 54, 175-193.
- Biagioli N. (2012) Les rencontres des chercheurs en interdidactique. In Lozi R. et Biagioli N. (Eds.) *L'initiation à la recherche dans la formation des enseignants à l'Université. Actes des Deuxièmes rencontres des chercheurs en interdidactique* (pp. 1-7). Université de Nice-Sophia Antipolis.

- Castela C., Romo Vázquez A. (2011) Des mathématiques à l'automatique : étude des effets de transposition sur la transformée de Laplace dans la formation des ingénieurs. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 31(1), 79-130.
- Chevallard Y. (1988) Esquisse d'une théorie formelle du didactique. In Laborde C. (Ed.), *Actes du Premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique* (pp. 97-106). Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Chevallard Y. (1997) Familiale et problématique, la figure du professeur. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 17(3), 17-54.
- Jouet Le Pors M. (2004) *L'évolution des représentations sociales des étudiants infirmiers sur la profession infirmière au cours de la formation : un chemin vers l'autonomie et la professionnalisation pour une mise en œuvre de l' "Agir" infirmier*. Mémoire pour l'obtention du diplôme des hautes études en pratiques sociales. Université de Rennes 2.
- Perrenoud P. (1993) Curriculum: le formel, le réel, le caché. In Houssaye J. (dir.) *La pédagogie : une encyclopédie pour aujourd'hui* (pp.61-76). Paris: ESF.
- Radford L. (2006) Elements of a cultural theory of objectification. *Revista Latino americana de Investigación en Matemática Educativa*, Special Issue on Semiotics, Culture and Mathematical Thinking, 103-129.
- Robert A., Rogalski J. (2002) Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *La Revue canadienne de l'enseignement des sciences des mathématiques et des technologies*, 505-528.
- Rogalski J., Vidal-Gomel C. (2007) La conceptualisation et la place des concepts pragmatiques dans l'activité professionnelle et le développement des compétences. *@ctivités, revue électronique* 4(1), 49-84.