Pluralités culturelles et universalité des mathématiques :
enjeux et perspectives pour leur enseignement
et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015

LES INTERACTIONS ENTRE LES MATHÉMATIQUES ET LES AUTRES DISCIPLINES DANS LES FORMATIONS GÉNÉRALE ET PROFESSIONNELLE

Compte-rendu du Groupe de Travail n°5

Corine CASTELA[*]– Abdellah EL IDRISSI[**]– Fernand MALONGA MOUNGABIO[***]

C'est la cinquième fois qu'EMF dédie un Groupe de Travail au thème évoqué de manière générique dans l'intitulé figurant dans le titre de ce compte rendu. Les raisons évoquées par les responsables de ce groupe en 2012 pour justifier cette longévité n'ont pas pris une ride. Les sociétés contemporaines accordent de plus en plus d'importance à des apprentissages moins académiques, plus orientés vers le développement de compétences plutôt générales, présentées comme plus adaptées à l'intégration des nouvelles générations dans le monde social et économique tel qu'il est devenu. Elles orientent leurs politiques éducatives vers des réalisations interdisciplinaires, souvent appuyées sur une pédagogie de projets dans lesquels les élèves peuvent être conduits à solliciter en les adaptant à des contextes non scolaires des savoirs relevant de plusieurs disciplines (sans toutefois que ce soit forcément le principal enjeu visé). Ainsi, relativement tardivement par rapport à d'autres pays francophones, la France a donné récemment une ampleur plus importante à cette approche : la réforme de 2015 introduit dans la structure de l'enseignement du collège des Enseignements Pratiques Interdisciplinaires. Ces injonctions institutionnelles mettent donc le monde éducatif et celui des recherches en didactique des mathématiques au défi de concevoir, expérimenter et évaluer des réalisations interdisciplinaires dans le cadre de l'enseignement général. Il en est de même pour l'enseignement technique, au sein duquel, du fait de la proximité avec les finalités professionnelles, la nécessité d'interactions entre disciplines générales, disciplines professionnelles et pratiques d'atelier semble une évidence depuis longtemps. Mais la chose est moins simple que ne semblent le croire les décideurs. La complexité des difficultés soulevées par les interactions, aussi bien entre les disciplines scolaires qu'entre disciplines scolaires et pratiques professionnelles, est trop sous-estimée, faute d'avoir été suffisamment analysée. Autrement dit, il était légitime de maintenir en vie le GT5 à EMF 2015.

[*] LDAR Université Paris Diderot-Université de Rouen- France –corine.castela@univ-rouen.fr
[**] Centre de Formation des Inspecteurs, Rabat- Maroc-abdellah_elidrissi@yahoo.fr
[***] Université Marien Ngouabi – Congo (Brazzaville)- malongaf@gmail.com

Castela C., El Idrissi A., Malonga Moungabio F. (2015) Les interactions entre les mathématiques et les autres disciplines dans les formations générale et professionnelle – *Compte-rendu du groupe de travail n°5*. In Theis L. (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* – Actes du colloque EMF2015 – GT5, pp. 424-430.

13 personnes ont suivi plus ou moins complètement les travaux du groupe et ont entendu 9 communications. 5 nationalités étaient représentées : Congo Brazzaville, Maroc, Mexique, Tunisie et France.

I. AXE 1 : LES MATHEMATIQUES DANS LES PRATIQUES PROFESSIONNELLES, Y COMPRIS ARTISANALES, ET LES FORMATIONS QUI Y PREPARENT

1. *Reprise d'une direction définie à l'issue des travaux du GT5 à EMF 2012*

En 2012, deux axes de travail avaient été proposés : la modélisation comme lieu privilégié d'interactions entre les mathématiques et d'autres disciplines ; la problématique des interactions dans le cas particulier de la formation professionnelle. Sur les dix communications présentées en 2012, sept avaient concerné le deuxième axe. A l'issue du travail commun, les participants avaient insisté sur « la nécessité de maintenir au sein des colloques EMF un espace de partage des études didactiques sur les formations professionnelles mais aussi, et surtout, d'initier des recherches sur le terrain même des pratiques professionnelles visées par ces formations, où peuvent intervenir des mathématiques plus ou moins imbriquées à des savoirs non mathématiques. » (Ba & al. 2012) En effet, s'étaient manifestées dans plusieurs communications des difficultés de collaboration entre enseignants de mathématiques d'une part, enseignants des disciplines techniques et formateurs professionnels d'autre part dues à une méconnaissance chez les premiers des besoins spécifiques des seconds. Ces besoins se traduisaient par des formes particulières des savoirs et praxéologies mathématiques dans les contextes professionnels, parfois rejetées par les mathématiciens. En 2015, il a été considéré qu'aucun groupe n'ayant été créé sur le thème de l'enseignement technique et professionnel, le GT5 devait donner suite au souhait exprimé en 2012 en formulant donc deux questions :

> Sous quelles formes les mathématiques académiques vivent-elles dans les professions ? Comment la formation professionnelle s'accommode-t-elle des effets transpositifs inévitables de ces circulations interculturelles ?

2. *Vers une ethnomathématique de langue française*

Si l'on suit l'histoire du GT5, on constate que ce sont des phénomènes mis en évidence dans l'enseignement professionnel qui fournissent la raison d'être de la première de ces questions. Mais celle-ci ouvre une perspective à part entière, non immédiatement dirigée vers la formation. Cette perspective est plus épistémologique et anthropologique que didactique, intéressée par la productivité praxéologique des institutions professionnelles et ses effets sur les praxéologies mathématiques académiques. L'appel à communication de 2015 élargit encore ce champ de possibles recherches bien accueillies dans le GT5 : une continuité naturelle y est en effet postulée entre l'étude des mathématiques dans les professions donnant lieu à des enseignements professionnels et un domaine de recherche évoqué en 2009 à Dakar par la conférence plénière de P. Gerdes, à savoir l'ethnomathématique, domaine largement ignoré par l'espace francophone, y compris en Afrique. Le GT5 2015 s'est donc voulu groupe d'accueil de ce qu'on pourrait appeler une anthropologie du mathématique où les mathématiques savantes du XXIe siècle et leur histoire ne sont pas considérées comme permettant de tout dire des créations mathématiques imbriquées dans les pratiques humaines. Il s'agit de s'intéresser par exemple à des pratiques artisanales (tissage, construction, etc.), ayant une teneur mathématique sans pourtant utiliser les productions de la science mathématique, ce qui soulève les questions suivantes :

Qu'est-ce que le mathématique dans ce cas ? Où le trouve-t-on ? Quels sont les savoirs mathématiques ? Par qui sont-ils produits ? Comment sont-ils transmis ?

3. Quatre communications, des terrains et questionnements différents

Le texte de Diana Solares concerne les connaissances relatives aux écritures numériques et au calcul de différents acteurs du travail agricole dans le Nord du Mexique. Ce travail a été réalisé dans le but de concevoir un enseignement mathématique pour les enfants des ouvriers, travaillant dans les champs avec leurs parents mais cette partie de la recherche n'est pas évoquée dans la communication. La question d'une formation professionnelle des adultes n'est pas posée. Il s'agit donc exclusivement de traiter la toute première question évoquée à la fin de la section 1. ; l'on voit très clairement la nature anthropologique du travail à réaliser pour comprendre les différentes formes de l'activité sur le terrain et recueillir le faire et le dire des acteurs.

L'étude de Nathalie Auxire est centrée sur l'existant ordinaire : dans quelle mesure trois disciplines de la filière Productique-Usinage de l'enseignement professionnel français interagissent-elles autour de la notion de vecteurs ? Sont impliquées la bi-discipline Mathématiques-Sciences Physiques et chimiques, la Construction Mécanique (discipline intermédiaire) et la Productique-Usinage, dispensée en atelier et basée sur l'utilisation de machines-outils à dimension numérique. C'est un fonctionnement en parallèle et plutôt désajusté qui apparaît. Le programme de mathématiques est en retard sur les besoins des matières professionnelles. Par ailleurs, les interviews des enseignants montrent un réel cloisonnement entre Mécanique et Productique-Usinage, avec des usages différents d'une matière à l'autre. En particulier, le rôle très important de la sémiotique des machines-outils en atelier est ignoré à l'extérieur.

Le travail présenté par Avenilde Romo Vázquez et Alberto Camacho a une visée différente des deux précédentes soumissions puisqu'il s'agit de concevoir un enseignement de la notion de gradient d'une fonction pour des élèves ingénieurs. Les auteurs partent d'un questionnement et de pratiques relevant de la Topographie, relativement à la détermination des lignes de plus grande pente, sur une carte portant des lignes de niveau. Une telle réalisation suppose un travail de modélisation du problème topographique en jeu, travail qui aboutit, moyennant un traitement des accroissements infiniment petits, usuel en physique, à l'introduction de la fonction gradient comme outil. Cette situation pourrait donc effectivement constituer une base pour un enseignement de mathématiques. Toutefois, on peut entrevoir dans le texte que le mode de raisonnement qui est susceptible de conduire à l'introduction du gradient, peut être considéré comme probant dans un contexte non mathématique et entrer en conflit avec la théorisation formelle que peuvent vouloir enseigner les mathématiciens. On rejoint alors un débat, très présent en 2012 mais peu abordé en 2015, concernant notamment le niveau de rigueur et de formalisme des mathématiques pour les ingénieurs.

La quatrième soumission présentée par Thomas Morel concerne l'histoire de la formation professionnelle des personnels de l'Administration des mines dans les Académies de Freiberg (Saxe) et Schemnitz (en Basse-Hongrie), pendant la deuxième moitié du XVIIIe siècle. On y voit comment, dans ces Académies nouvellement créées, se met en place un enseignement des mathématiques (en particulier de ce qui est appelé géométrie souterraine) en rupture avec les pratiques universitaires en usage à l'époque en Allemagne. La résolution de problèmes professionnels y occupe une place centrale. En même temps, par la volonté des Administrations des mines, tutelles des Académies, la responsabilité de cet enseignement passe des maîtres de terrain à des professeurs de mathématiques. Cette contribution relève d'une épistémologie anthropologique. Elle met en évidence un processus de légitimation, par les institutions professionnelles supérieures, d'une organisation praxéologique (savoirs et pratiques) développée par des mathématiciens et ceci via des choix organisationnels dans une institution de formation. Cela confirme l'importance du didactique dans la production sociale des savoirs et encourage à lier comme le fait T. Morel recherches en épistémologie, histoire et didactique.

II. AXE 2 : L'INSERTION DE LA DISCIPLINE MATHÉMATIQUE DANS L'INTERDISCIPLINARITÉ AUX DIFFÉRENTS NIVEAUX DE LA SCOLARITÉ ET DANS LA FORMATION DES ENSEIGNANTS.

Le champ de la recherche sur la formation à la modélisation n'apparaît pas dans l'appel à communication du GT5 en 2015. Il était justifié en 2012 par le fait que la modélisation est un terrain privilégié pour des interactions des mathématiques avec d'autres disciplines. Mais il faut remarquer que d'une part certaines recherches sur ce thème sont strictement internes aux mathématiques (voir par exemple le Working group *Applications* and *Modelling* de CERME), et que d'autre part, c'est toujours en tant qu'outil pour d'autres disciplines que les mathématiques sont impliquées dans une situation de modélisation interdisciplinaire. Or, même si c'est à ce titre que la discipline mathématique contribue largement aux projets interdisciplinaires, ce n'est pas le seul rôle qui peut lui être attribué. Le deuxième axe proposé par le GT5 s'est donc voulu ouvert aux différentes modalités d'une interdisciplinarité visant à développer chez les élèves une compréhension multidimensionnelle des phénomènes en associant les mathématiques aux autres disciplines scolaires, qu'elles relèvent des sciences, des langues, des arts ou des humanités. Les questions proposées étaient les suivantes :

Quelles sont ces pratiques et quelles sont leurs caractéristiques spécifiques, en particulier au niveau du rôle des enseignants ?
Quels sont les apports effectifs de ces pratiques pour l'apprentissage des mathématiques et pour la formation des enseignants ?
A quelles difficultés se heurtent leur intégration dans les curricula ?
Comment « les vertus interdisciplinaires» de ces pratiques sont-elles légitimées et évaluées ?

Cinq contributions se sont inscrites dans cet axe, avec une centration quasi exclusive sur la présentation de réalisations et sur les difficultés rencontrées. Les questions portant sur le rôle de l'enseignant et l'évaluation des acquis mathématiques et interdisciplinaires ne sont pas abordées dans les présentations. Aucun exemple ne concerne la formation des maîtres.

1. Les mathématiques comme pourvoyeuse d'outils

Fernand Malongo présente un travail préalable à une possible interaction entre les mathématiques et la chimie. Cette interaction est voulue institutionnellement au Congo Brazzaville et se traduit par l'introduction dans le programme de mathématiques du logarithme décimal comme nombre en 4^{e} et 3^{e} dans la perspective d'être utilisé en chimie pour la notion de pH. L'étude des programmes des deux disciplines fait apparaître deux phénomènes concernant la progression didactique : d'une part, un désajustement important des progressions puisque le pH n'est défini formellement qu'en seconde en Chimie et n'est fortement utilisé qu'en Terminale C ; d'autre part, une discontinuité de trois ans en mathématiques entre l'introduction au collège du logarithme nombre et la reprise en Terminale du logarithme fonction. Comme le confirme l'analyse des manuels dans les deux disciplines, ces phénomènes qui relèvent de la responsabilité des concepteurs de programmes favorisent un cloisonnement entre disciplines mais aussi entre niveaux scolaires à l'intérieur des mathématiques.

Eric Laguerre rend compte d'une expérimentation réalisée en 3^{e} dans le double but de que les élèves comprennent au moins partiellement le phénomène d'éclipse totale du soleil et que soit introduite la notion de tangente. La situation fait intervenir une double modélisation : modélisation du phénomène astronomique par une situation physique de visée dont il est possible de faire vivre aux élèves une expérience directe, puis modélisation de celle-ci par un modèle géométrique, qui est l'occasion d'une première rencontre avec le concept de tangente comme outil. Il s'agit donc d'un exemple de réalisation qui pour les mathématiques est en cohérence avec le programme de la classe pour lequel il fournit un point d'appui. Mais la présentation détaillée de la situation fait bien apparaître sa complexité et son coût temporel : plusieurs séances sont nécessaires pour atteindre pleinement les objectifs visés au bénéfice des deux disciplines.

Les deux travaux précédents ne mentionnent pas une collaboration avec un chercheur ou un enseignant de la discipline non mathématique impliquée. C'est encore le cas de la soumission de Hicham Maadan, enseignant de mathématiques qui a présenté au groupe une de ses réalisations en classe. La séquence s'appuie sur un énoncé d'inspiration écologique proposé par un manuel de mathématiques. Dans le cadre d'un travail de groupes, les élèves sont conduits à modéliser la situation par des suites récurrentes et à étudier leur évolution. La séquence est riche du point de vue des mathématiques. Par contre, l'intervention de l'écologie est assez ponctuelle : la validité du modèle relativement au phénomène de déboisement étudié n'est jamais questionnée.

2. *Les mathématiques comme une contribution à un projet multi-dimensionnel*

La réalisation présentée par Marie-Hélène Lécureux-Têtu est un dispositif construit autour de la recherche sur les nanotechnologies et les questionnements éthiques associés. Expérimenté en classe de 3^{e}, il met à contribution les enseignants de mathématiques, physique-chimie, technologie, français, anglais et éducation civique, juridique et sociale mais aussi des chercheurs d'un laboratoire sur les nanotechnologies. Les mathématiques sont impliquées dans les questions d'échelle et de représentations de très petites longueurs. Les quatre séances de sciences sont analysées dans la communication, elles associent à chaque fois les enseignants de deux disciplines. Un phénomène que l'on pourrait nommer « oubli des disciplines non physiquement représentées» est constaté plusieurs fois : les apports des disciplines absentes sont négligés, c'est le cas des techniques de mesurage en l'absence de l'enseignant de technologie, des techniques de calculs de quatrième proportionnelle en l'absence de l'enseignant de mathématiques. Ceci peut s'expliquer par l'effacement des disciplines derrière l'objet du projet mais aussi par les effets transpositifs qui affectent les praxéologies dans leur passage d'une discipline à l'autre, par exemple le monopole du produit en croix pour la proportionnalité en dehors des mathématiques. Chaque enseignant importe dans les séances où il est présent la culture de sa discipline, rendre cohérent ce qui est au total présenté aux élèves exige certainement un travail de préparation hors classe conséquent.

3. *Les mathématiques comme objet d'étude d'une autre discipline*

La contribution de Charlotte de Varent s'inscrit dans un travail de thèse dirigé par un didacticien et une historienne, visant la réalisation d'une ingénierie didactique basée sur l'utilisation de textes anciens comme point d'appui pour l'enseignement des mathématiques. Les mathématiques n'y interviennent pas en tant qu'outil de résolution d'un problème issu d'une autre discipline. Au contraire, dans le texte présenté au groupe, l'histoire des mathématiques anciennes, grâce à la variété des éclairages qu'elle apporte sur les relations entre grandeurs et nombres, est mobilisée comme outil pour questionner des réalisations didactiques autour de la notion d'aire. Autrement dit, les connaissances historiques sont utilisées comme outils de la recherche didactique, elles pourraient de même l'être pour les enseignants de mathématiques, en les aidant à porter un regard critique sur un enseignement donné. L'hypothèse de la thèse est que l'introduction d'une dimension historique avec les élèves constituerait également un point d'appui pour un meilleur apprentissage de certaines connaissances mathématiques. Ceci est une forme de relation entre deux disciplines très différente des précédentes : aucune des deux disciplines n'est un outil pour l'autre, la discipline non mathématique est un outil pour leur enseignement et ce parce qu'elle prend les mathématiques ou certaines de ces productions comme objets d'étude.

III. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Comme on vient de le voir, les travaux discutés dans le groupe étaient d'une grande variété. Néanmoins lors du bilan final, les participants ont exprimé un avis très positif en mettant en avant la richesse des échanges. On peut avancer qu'une cohérence s'est construite, par delà les différences, en s'appuyant sur un point commun : une ouverture à la diversité des mondes de savoirs, ayant débouché pour chacun sur une rencontre concrète avec, ce que suivant la Théorie Anthropologique du Didactique, nous désignerons comme une ou des institutions scientifiques ou professionnelles non mathématiques. Chaque participant avait donc déjà fait l'expérience du besoin d'explorer les épistémologies et organisations praxéologiques des différentes institutions en jeu et d'analyser les effets transpositifs de la circulation des savoirs et, plus complètement des praxéologies. La réflexion commune a donc pu se développer à ce niveau.

Trois directions de recherche différentes sont apparues dans ce groupe qui, chacune, mériterait un développement autonome : une anthropologie épistémologique visant l'étude de la vie des savoirs mathématiques, une didactique de l'enseignement des mathématiques dans l'enseignement technique et professionnel et enfin l'interdisciplinarité. Faut-il créer des groupes autonomes ? Les participants à la session de 2015 ont plutôt plaidé pour un statu quo. Tout peut dépendre du nombre de soumissions reçues.

Faisons l'hypothèse que la création du dispositif des EPI (Enseignements Pratiques Interdisciplinaires) en France va être l'occasion d'un développement de recherches actions et de recherches académiques sur l'interdisciplinarité. L'organisation d'un colloque Inter IREM en mai 2016 associant enseignement en collège et enseignement professionnel en est un indicateur. Les questions rappelées plus haut et soulevées dans l'appel à communication du GT5 resteraient d'actualité pour un GT centré sur ce thème. Il serait important d'avancer sur la définition des enjeux d'apprentissage visés par ces dispositifs :

> *En quoi contribuent-ils à la formation disciplinaire ? S'expriment-ils en termes de compétences indépendantes des disciplines ? Existe-t-il des savoirs à construire dans l'un et l'autre cas ? Ces savoirs sont-ils explicités, institutionnalisés ? Plus généralement, par quelle organisation didactique cherche-t-on à s'assurer de la réalisation de ces apprentissages ? Comment évalue-t-on la réalisation de ces apprentissages par les élèves ?*

A propos de toutes ces questions, on pourrait appeler à une réflexion spécifique sur la forme d'interdisciplinarité qui ne consiste pas en une interaction dissymétrique entre deux disciplines (par exemple, les mathématiques permettant de résoudre un problème posé par une autre discipline) mais en la mobilisation quasi indépendante de plusieurs disciplines pour éclairer un objet commun.

Par ailleurs, il serait bienvenu que, pour toutes les formes d'interdisciplinarité, des communications abordent la question des modalités de travail des enseignants impliqués.

REFERENCES

Ba C., Bessot A., Caron F. (2012) Compte-rendu du Groupe de Travail n°5. In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle-Actes du colloque EMF 2012* (pp. 663-667).

Castela C., Elguero C. (2013) Praxéologie et institution, concepts clés pour l'anthropologie épistémologique et la socioépistémologie. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 33(2), 79-130.

Fontolliet P.-G. (2002) Interdisciplinarité et nouvelle maturité. In Perrig-Chilello P., Darbellay F. (dir.) *Qu'est-ce que l'interdisciplinarité ? Les nouveaux défis de l'enseignement* (pp. 37-43). Lausanne : Réalités sociales.