Pluralités culturelles et universalité des mathématiques :
enjeux et perspectives pour leur enseignement
et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015

ENSEIGNER L'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES À L'UNIVERSITÉ : DE L'ÉCHELLE LOCALE AUX DIMENSIONS DU MONDE

Pierre AGERON*

Résumé – Je rends compte d'une expérience d'enseignement d'histoire des mathématiques au niveau universitaire appuyée sur l'histoire scientifique locale, notamment sur le patrimoine manuscrit conservé à la bibliothèque de Caen. J'explique comment j'ai été amené à faire varier les échelles, en passant à une approche « glocale » connectant les pratiques locales à des phénomènes macrohistoriques comme la circulation du savoir entre la Chrétienté occidentale et l'Islam.

Mots-clefs : histoire locale, Normandie, patrimoine manuscrit, circulation des savoirs, sciences arabes

Abstract – I report here on an experiment of teaching history of mathematics at university level based on local scientific history, especially on the manuscript heritage kept in Caen library. I explain how I was lead to vary scales, switching to a « glocal » approach connecting local practices to macrohistorical phenomena like knowledge circulation between Western Christendom and Islamic countries.

Keywords: local history, Normandy, manuscript heritage, knowledge circulation, Arabic sciences

I. UNE HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES À L'ÉCHELLE LOCALE

1. *Le familier et l'étrange*

Pendant trois années, j'ai fait de la dimension locale l'axe pédagogique structurant d'un enseignement d'histoire des mathématiques à l'université de Caen.

Cette expérience ne partait pas de rien. Avec des collègues de l'IREM de Basse-Normandie, dont certains avaient une longue expérience en ce domaine et d'autres se lançaient avec enthousiasme, nous avions eu l'occasion d'expliciter notre conviction qu'« il est possible et fécond d'exploiter les objets du patrimoine local dans le contexte d'un enseignement de mathématiques » (Ageron, Jenvrin & Le Goff 2009). Il s'agissait de porter un regard « oblique » sur des objets patrimoniaux du domaine artistique, notamment architectural et pictural, par une approche mathématique. Notre intuition, confortée par nombre d'expériences réussies devant des publics variés, était que la motivation résultant d'une activité mixte est supérieure à l'addition des motivations que susciteraient, par exemple, une visite guidée traditionnelle et des exercices de mathématiques conventionnels. Il n'était donc pas question pour nous d'enrober une pilule amère dans un habillage sucré, mais bien plutôt de croiser démarche humaniste et démarche scientifique, en préservant toute la rigueur propre à chacune d'elles. Nous avions insisté sur le soin à apporter au choix des sites :

* Université de Caen Normandie – France - ageron@unicaen.fr

Ageron P. (2015) Enseigner l'histoire des mathématiques à l'université : de l'échelle locale aux dimensions du monde. In Theis L. (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* – Actes du colloque EMF2015 – GT4, pp. 374-385.

hors des murs de l'école, mais si possible accessibles à pied, au cœur de l'environnement quotidien des élèves, néanmoins peu connus, un brin mystérieux et habituellement fermés au public. Dans de nombreux cas, ces activités sollicitaient, à un degré ou un autre, l'histoire des mathématiques.

À la rentrée 2010, j'eus à concevoir un nouvel enseignement d'histoire des mathématiques en première année de master de mathématiques (quatrième année d'université). Il devait prolonger, tout en s'en distinguant nettement, l'enseignement assez classique de cette discipline que je dispensais déjà en troisième année de licence. Saisi d'abord d'un certain vertige devant l'océan des possibles, il me sembla naturel de prolonger les réflexions et expérimentations sur le patrimoine local conduites à l'IREM. Je fis cette fois un postulat quelque peu différent : celui que les mathématiques produites, rédigées, imprimées, enseignées, discutées, utilisées dans la ville ou la région où vivent les étudiants étaient de nature à attirer leur attention, à les leur rendre proches, à faire résonner en eux des échos familiers, à les impliquer plus intensivement ou les repositionner favorablement.

Connaissant bien l'histoire de la ville de Caen, où j'exerce aussi, ponctuellement, comme guide-conférencier, je savais que nombre d'institutions, d'entreprises, de rues, de maisons, de familles subsistent, sous une forme ou sous une autre, au sein desquelles s'est écrite cette histoire scientifique locale multiforme, permettant d'en éprouver la réalité. Par ailleurs, une enquête sur les manuscrits arabes de toutes sortes conservés en Basse-Normandie (Ageron 2013) m'avait conduit à visiter les fonds patrimoniaux de plusieurs bibliothèques de la région. J'avais alors remarqué qu'on y conservait aussi un nombre important de documents mathématiques anciens, imprimés ou manuscrits, pour la plupart d'origine régionale. La variété de ces documents m'avait paru à même d'illustrer une partie importante de mon cours ou de mes travaux dirigés. Comme beaucoup d'entre eux étaient des manuels ou des cahiers d'élèves, j'escomptais aussi, devant des étudiants essentiellement destinés au professorat, interroger les méthodes et les objectifs de l'enseignement des mathématiques à différentes époques. Je voulais encore qu'ainsi formés, il puisse leur venir un jour l'idée et l'envie d'utiliser de telles ressources pour construire des activités mono- ou pluridisciplinaires devant leurs propres élèves. Quant aux spécificités du fait local, elles étaient attirantes et plutôt flatteuses : l'antique et puissante tradition savante de Caen, l'*Athenæ Normannorum*[146], « la source de tous nos plus beaux esprits » comme l'assurait Madame de Sévigné, lui permit longtemps de s'affirmer sans complexe vis-à-vis de la capitale. Bref, il me semblait possible d'évoquer, non pas seulement quelques noms de mathématiciens nés en Normandie et sans lien entre eux, mais bien l'histoire des mathématiques en Normandie.

Lorsque j'ai commencé ce cours, trois difficultés sont apparues assez vite.

La première difficulté était inhérente au choix de l'échelle locale : il impliquait de renoncer aux majestueuses avenues de la science universelle, scandées de grands noms et de découvertes décisives, pour privilégier des mathématiques vernaculaires plus ordinaires, celles de savants de second rang, de modestes professeurs, de praticiens locaux, fortement insérés dans la société de leur temps, mais ignorés des résumés d'histoire des sciences. Je n'ai pas toujours su anticiper, ou plutôt assumer pleinement, les effets de ce choix didactique : je me suis senti coupable en découvrant dans les premières copies d'examen l'importance qu'y prenaient de tels mathématiciens par rapport aux hommes célèbres dont je n'avais pas parlé, pensant les avoir suffisamment évoqués dans mon cours de licence. Bien entendu, les étudiants ne faisaient rien d'autre que me donner ce qu'ils pensaient, en toute logique, que

[146] *Athenæ Normannorum* est le titre d'un dictionnaire alphabétique des savants de Caen composé par François Martin à la fin du XVII^e^ siècle. Son impression, entreprise au XIX^e^ siècle, s'est interrompue avant l'épuisement de la lettre C; elle comptait déjà 794 pages. Au-delà, il faut consulter le manuscrit 509 de la bibliothèque de Caen.

j'attendais d'eux. Il ne s'agissait pas ici de chauvinisme normand de leur part : qui connaît les Normands sait que la modération identitaire est un élément constitutif et paradoxal de leur particularisme. Il n'est pas impossible cependant que cette formule, transposée dans d'autres régions ou d'autres pays, puisse alimenter des formes de repli ou de revendication.

La deuxième difficulté est relative à la supposée proximité des étudiants avec la ville où ils étudient : elle était souvent une illusion dont j'ai dû me départir. La Basse-Normandie est une région rurale, maillée par d'innombrables bourgs de taille modeste, où beaucoup d'étudiants s'empressent de rejoindre leur famille en fin de semaine et pour les vacances. Le cas des étudiants en sciences est le plus accentué : même après quelques années à l'université, leur « espace vécu » dans la capitale régionale se limite souvent à leur campus, situé en périphérie, à l'hypermarché qui lui fait face, et à deux micro-secteurs du centre ville, très animés le jeudi soir. Beaucoup ne savent pas grand chose de la géographie et l'histoire de la ville, de ses grands monuments, et ignorent même les noms des rues principales, puisque ceux des bars et des fast-foods suffisent pour se donner rendez-vous. En fin de compte, Caen leur est, à peu de choses près, aussi étrangère que le seraient Paris ou Alger. Le postulat de mathématiques qui leur parleraient davantage, parce qu'élaborées localement, est alors pour le moins incertain. Curieusement, c'est parfois l'inverse qui s'est produit : les mathématiques sont devenues une occasion, que certains ont saisie, de découvrir la ville de Caen et son histoire.

La troisième difficulté était la plus prévisible : l'aspiration naturelle des jeunes à dépasser leur horizon quotidien, même, et surtout, lorsque celui-ci leur est en réalité si peu connu. Pour certains, un cours sur l'histoire des mathématiques en Normandie n'a *a priori* rien de bien attirant et est presque, au contraire, une promesse d'ennui. C'est en déplaçant la focale au maximum que j'aurais eu des chances de croiser leur désir de dépaysement, d'exotisme, de découverte, d'étrangeté, d'altérité. Je le savais d'ailleurs déjà par expérience : dans le cours « classique » d'histoire des mathématiques que je propose en troisième année de licence, le chapitre qui m'assure l'enthousiasme le plus visible et unanime de mon public est celui qui l'emmène, au plus loin de son quotidien, dans la Mésopotamie antique. Le premier mystère des cunéiformes sur tablettes d'argile est leur infini pouvoir de séduction.

Il existe cependant une étrangeté du familier. C'est elle qui a permis à ce travail sur les mathématiques locales de fonctionner de façon satisfaisante : je l'ai suscitée presque sans le savoir en faisant travailler les étudiants sur des manuscrits à la bibliothèque de Caen. À l'heure où les jeunes rencontrent des difficultés à lire l'écriture manuscrite de leurs parents, où certains pays renoncent à l'enseignement de l'écriture cursive et où le livre imprimé lui-même recule devant le livre électronique, je n'avais pas réalisé à quel point le contact avec un livre entier écrit à la main représente un choc, profondément dépaysant en lui-même. S'y ajoute sans doute l'émotion, que je ressens moi-même, liée à ce qui fait le propre du manuscrit : celui d'être un objet unique. Les bibliothèques de province, fort heureusement, autorisent encore leurs lecteurs, sans discrimination, à consulter physiquement tous les manuscrits dont ils font la demande. Pour mes étudiants, j'avais établi la liste des manuscrits mathématiques recensés à la bibliothèque centrale de l'agglomération de Caen ; grâce à l'IREM, un certain nombre d'entre eux ont été numérisés pour permettre un travail approfondi. Chaque étudiant(e) devait en choisir un et prendre le temps d'aller le voir : pour certain(e)s, c'était leur première visite à la bibliothèque ; pour tous, ce fut la découverte de la salle des fonds patrimoniaux. Le travail demandé était modeste. Il consistait en général : *a)* à présenter le manuscrit dans son aspect matériel, *b)* à évoquer sommairement son contenu, *c)* à y choisir, avec mon aide, un aspect mathématique intéressant et à en présenter et commenter le traitement de manière détaillée. Le tout faisait l'objet d'une présentation orale avec vidéoprojecteur, au début de chaque séance de travaux dirigés. Les efforts consentis pour déchiffrer les écritures du XVIII^e^ siècle ou celles, souvent redoutables, du XVII^e^ siècle, ont été méritoires. Certains étudiants sont allés plus loin, dans le cadre d'un mémoire soutenu au titre du « Travail d'étude et de recherche » de première année de master. Des étudiants de seconde année de master inscrits en histoire des sciences à Nantes ont aussi soutenu sous ma direction un mémoire plus approfondi sur des manuscrits caennais. Une partie de mes propres recherches ont aussi largement bénéficié de tous ces travaux et ces échanges.

2. *Quelques manuscrits témoins de l'histoire des mathématiques en Normandie*

Les ressources offertes par la bibliothèque de Caen en matière de manuscrits mathématiques couvrent huit siècles. Elles commencent au temps où l'arithmétique positionnelle décimale devient un concurrent sérieux des chiffres romains et du calcul sur l'échiquier, version normande de l'abaque (Schärlig 2003, pp.129-145). En Normandie, le *Carmen de algorismo* [Poème sur l'algorithme] d'Alexandre de Villedieu (v.1175-1240), un enfant du pays, en fut le véhicule. Ce court texte en vers expliquait le principe de la numération en base dix et comment effectuer les sept opérations arithmétiques élémentaires : addition, soustraction, duplication, dimidiation, multiplication, division, extraction de racine. Une copie du XIII^{e} siècle en est conservée à Caen, au sein d'un recueil de textes de comput ecclésiastique : c'est le plus vieux manuscrit mathématique de la bibliothèque (ms.14). Le texte est mutilé de la septième partie, relative à l'extraction de la racine. Il est précédé d'une sorte de résumé en prose, qui me semble peu ou pas connu, et plus aisé à exploiter pédagogiquement ; il se termine sur deux problèmes de partage, dont celui-ci :

> *Aliquis vult scire utrum serviens eius sciat computare. Precepit ei quod de XX^{ti} denariis emat XX piscis, aliquos ex obolo, alios ex pictos, alios ex duobus denariis, ita quod neque plus neque minus sint de denariis et pictis.* Traduction : Quelqu'un veut savoir si son serviteur sait calculer. Il lui ordonne d'acheter vingt poissons à partir de vingt deniers, certains pour une obole [demi-denier], d'autres pour un picte [demi-obole], d'autre pour deux deniers, de sorte qu'il n'y ait ni plus, ni moins de vingt poissons, et de vingt deniers.

L'invention et le popularisation de l'arithmétique fractionnaire en base dix furent beaucoup plus tardives que ce qu'imaginent en général les étudiants. Parmi les manuscrits non catalogués de la bibliothèque de Caen se trouve un écrit témoignant de l'introduction des nombres décimaux en Normandie (ms. 1008). Remontant certainement au deuxième quart du XVII^{e} siècle, il s'intitule *Arithmétique de dixme pratiquée en Holande*. Il est précédé, en partie de la même main, du *Traité de la fortification holandaize* d'un certain « Monsieur du Clos » et d'une *Table de verges de Holande reduittes en toises de France*. Comme le montre son titre, l'*Arithmétique de dixme* s'inspire des principes de la brochure *De Thiende / La Disme*, « premièrement descripte en flameng et maintenant convertie en français par Simon Stevin », publiée dans ces deux langues en 1585. L'auteur écrit :

> Simon Stevin est le premier qui a mis en lumière ceste arithmetique de dixme [...] Or les Flamants ayant vu ceste facilité ont divisé leur verge en 10 parties (qui estoit autrefois en 12). Dont la 10^{me} partie s'appelle pied, & le pied en 10 parties quilz appellent pouce, & le pouce en 10 parties quilz appellent grain, & cette verge ainsi divisée, il a fallu le secours de l'arithmétique de dixme de Stevin pour les mesures de la géométrie. La pratique de ceste arithmetique n'est point si utile qu'en Hollande, & aux autres lieux elle est inutille, & pour appliquer l'arithmetique de Dixme, il faut donner des exemples de Geométrie. Car de la donner comme a faict Stevin, il n'y a poinct apparence & cette arithmétique sera Geometrie & arithmetique tout ensemble.

Pas encore de virgule à cette époque : l'auteur adopte la notation de Stevin, où chaque décimale est suivie de son rang dans un cercle, par exemple 27⓪8①4②7③ pour 27,847. Il expose la façon de procéder aux opérations arithmétiques élémentaires (désormais au nombre de cinq, duplication et dimidiation n'en faisant plus partie). Il en donne des applications géométriques : la « multiplication de dixme » est ainsi appliquée à la mesure du cercle et la « règle de troys par la dixme » à des calculs de hauteurs de tours.

Ce problème récurrent de la hauteur d'une tour nous conduit de l'arithmétique à la géométrie pratique, qui, favorisée par le développement de l'art militaire, est la grande affaire du premier XVII^{e} siècle. À la bibliothèque de Caen, un épais manuscrit anonyme intitulé *Traité de fabricomologie ou ergastice du point* m'intriguait (ms. 131). C'est une véritable encyclopédie de construction géométrique, où j'ai repéré de libres emprunts à des auteurs variés, notamment Dürer (*Décrire la circonférence d'une poire*) et Clavius (*D'un point donné hors le triangle, mener une ligne droite qui le divise en deux également*). Certains problèmes semblent originaux (*Diviser un cône en trois parties égales par des plans parallèles à la base*) et l'ouvrage témoigne d'une pensée personnelle profonde sur l'arithmétique des objets et les méthodes de construction. J'ai réalisé en 2011 qu'il était l'œuvre d'un certain Guillemme Le Vasseur (Dieppe, v. 1564 – Rouen, 1634), et que celui-ci fut le mathématicien le plus influent de son époque en Normandie (Ageron 2013a). Tisserand dans sa jeunesse, puis cartographe, pilote de bateau, hydrographe, architecte et ingénieur, il rédigea une série de traités de mathématiques, qu'il enseignait en privé, semble-t-il, aux gentilhommes protestants (Ageron 2016). Parmi eux, le *Traité de fabricomologie* conservé à Caen, dont deux autres manuscrits se trouvent à Paris et à New York. Mais aussi un *Traité de praticométrie*, c'est-à-dire de géométrie pratique mesurée ou nombrée, où Le Vasseur met en avant un compas appelé *gonomètre* permettant de mesurer, par exemple, des lignes ou des hauteurs inaccessible, et où il établit la formule de Héron donnant l'aire d'un triangle à partir de ses côtés. Et encore un *Traité de trigonométrie*, le seul qui fut imprimé, mais sans nom d'auteur : il y montre comment trouver la profondeur maximale de la mer d'un point de la côte normande à un point de la côte anglaise, comme, selon les versions, « entre Dieppe et La Rie » ou « entre Le Havre de Grâce et Blanquef ». De ces deux derniers traités, la bibliothèque de Caen conserve (ms. 130) des versions raccourcies, copiées de la main du grand orientaliste protestant Samuel Bochart (Courtin & Guênerie 2009) : celui-ci fut certainement l'élève de Le Vasseur. Les traités de Le Vasseur sont des mines d'or pour le professeur : les figures des manuscrits séduisent, les problèmes abordés intéressent et se prêtent bien à une infinité d'approches pédagogiques, par exemple avec un logiciel de géométrie dynamique.

Les hasards de l'histoire ont mené jusqu'à la Biblioteka Jagiellońska de Cracovie un petit manuscrit normand daté de 1637, intitulé *Questions mathematiques a sçavoir de geometrie et de fortification* (ms. gall. fol. 155). Son auteur, Jacques Louvel (Caen, v. 1600 - Caen, 1680), fut maître écrivain juré et professeur d'écriture et de mathématiques ès-collèges du Bois et des Arts de l'université de Caen. Son opuscule, qui semble en partie inspiré par la *Géométrie pratique* du professeur parisien Didier Henrion (1620), se distingue par la qualité et l'ornementation de sa calligraphie. Il a aussi la particularité, intéressante à exploiter pédagogiquement, de ne fournir les solutions des dix-neuf problèmes énoncés que sous forme d'une figure : on a donc des preuves visuelles, sans mots. Il est suivi, du même auteur, de la description de trois opérations d'arpentage sous le titre *De la Construction du demy-cercle et de son usage*, puis d'une compilation sans ordre de sujets attrayants relatifs à la chronologie et à la navigation, œuvre d'un certain Gilles Bellier, P.E.M. (comprendre : professeur ès-mathématiques) à Rouen, tirée entre autres des livres de l'astrologue Jean de Séville, premier titulaire de la chaire de mathématiques de l'université de Caen.

Le jésuite Georges Fournier (Caen, 1595 – La Flèche, 1652) fut élève des jésuites de Caen et la Flèche, professeur de mathématiques à la Flèche de 1628 à 1633, à Dieppe de 1633 à 1636, à Hesdin de 1639 à 1644, puis revint à Caen comme préfet des études. Ses traités de mathématiques manuscrits, autrefois conservés à la bibliothèque des jésuites de la Flèche, semblent n'avoir pas survécu. Mais plusieurs de ses ouvrages ont été imprimés, notamment son *Hydrographie*, écrite après plusieurs voyages en mer et publiée en 1643. Huit pages y sont réservées à des problèmes de construction géométrique (Fournier 1643, p. 481-488). On y trouve une erreur dont il est intéressant de tirer parti pédagogiquement :

> L'ovale ou ellipse est une ligne courbe que les mathématiciens ont accoustumé de nous exposer en coupant de travers un cosne ou un cylindre, en sorte que la coupe, ou diamètre de l'ovale, ne soit point parallèle aux costés du cylindre ou du triangle du cône, ni à leur base. Celle qui se fait par la coupe du cylindre se nomme simplement ovale. Celle qui se fait par la coupe d'un cosne ressemble parfois à un œuf dont l'un des bouts est plus menu que l'autre.

La section d'un cône n'a jamais, bien sûr, un bout « plus menu que l'autre », car c'est une ellipse, de même que la section d'un cylindre. L'erreur semble héritée d'Albrecht Dürer, qui, dans son *Underweysung der Messung* (1528), définissait l'ellipse comme section de cône et la traçait point par point, par double projection orthogonale, selon un principe parfaitement correct, mais obtenait un tracé ovoïde. Guillemme Le Vasseur, dans son *Traité de fabricomologie ou ergastice du point*, semble aussi penser qu'il y a deux courbes différentes : il définit l'ellipse comme section du cône et l'ovale comme section du cylindre.

Le thème de la construction d'ovales par raccord de cercles, riche en possibilités, est présent chez Le Vasseur, Louvel et Fournier. On le trouve encore dans un manuscrit anonyme conservé à Caen, daté de 1684 (ms. 480) : cet épais volume contient plusieurs traités dont un recueil de problèmes de 82 pages intitulé *De la réduction des figures géométriques ou transmutation d'icelles, appelée par les savants métaschématique*. Le cinquante-septième problème consiste à « construire une cornemuse », sorte de cardioïde. Le cinquante-huitième est la « construction de l'oval parfait par deux quarrés esgaux », c'est-à-dire un ovale circonscrit à un rectangle EFHG divisé en deux, tel un domino, par une transversale AB :

> CONSTRUCTION DE L'OVAL PARFAIT PAR DEUX QUARRES ESGAUX. En l'oval, si on considère un diamètre estre 11, un autre 7, soit mesuré le cercle duquel le diamètre est 7 : on aura 38 ½, qu'il faut diviser par 7, on obtiendra 5 ½, lesquels fault multiplier par 11, le produit sera 60 ½ qui est la juste superficie, d'aultan qu'il y a tel rapport de 38 ½ à 60 ½ que de 7 à 11. Les deux points A et B sont les centres des deux grands quarts de cercle BEF et AGH, et les deux points C et D sont les centres des deux petits quarts de cercle CGE et DFH. Pour trouver les centres et diamètres à tout oval proposé, cela se fait par la 44e proposition du second livre d'Apollonius Pergius.

Après la géométrie, l'algèbre. Elle pénétra avec beaucoup de lenteur dans l'enseignement des mathématiques. Au XVII[e] siècle, les réticences étaient encore fortes. Dans son cours, le jésuite Pierre Gautruche, professeur de mathématiques à Caen de 1667 à 1681, ne l'évoque que brièvement et prudemment, sur un seul exemple, très simple (Gautruche 1653, p. 31) :

> *Notabis præterea huc accedere & aliam regulam, quam ab inventore, Algebram nominant […] exemplum subjicio. Quaeretur numerus qui multiplicatus per 14, eandem reddat summam, quam si multiplicetur per 9. additis postea 90, ad ejus productum.* [Traduction : Tu noteras de plus, arrivé à ce point, une autre règle, qu'on nomme l'algèbre, du nom de son inventeur. […] je présente un exemple. On demande un nombre qui, multiplié par 14, rendra le même total que s'il avait été multiplié par 9, et qu'ensuite 90 aient été ajoutés à son produit.

Vers 1700, l'auteur d'un recueil de problèmes d'arithmétique à visée pédagogique (ms. 132) affiche qu'il entend les résoudre « sans aucun secours de l'algèbre ni ancienne ni nouvelle, mais par des raisonnements aisés tirés de la la nature même de ces questions et appuyés sur les principes les plus simples et les plus communs ». Car cette algèbre est, poursuit-il, une méthode « dommageable », qui « laisse l'esprit dans une étrange confusion » ; quant aux algébristes, ce sont « gens oisifs » dont le passe-temps consiste « à embrouiller » les problèmes ! Mais cette vive hostilité est paradoxale, car c'est au fond par l'algèbre, malgré ses dénégations, qu'il résout un problème comme celui-ci (Prigent 2011) :

> Un nombre inconnu a été multiplié par 20 et le produit ayant été soustrait de 70, on a reservé le reste. Le même nombre inconnu est ensuite multiplié par 30, et l'on ajoute 10 à ce nouveau produit. Après quoi,

> divisant par cette somme le reste que l'on avait réservé d'abord, le quotient étant soustrait de 2/5, le reste est 3/10. Quel nombre peut satisfaire a ces conditions ?

Il faut, dit-il, le « réduire aux termes les plus simples », ce qui est après tout l'essence de l'algèbre. Il désigne l'inconnue par *x*. Plus étonnant encore : tirant de Clavius le problème du *ludimagister*, il le résout par une démarche algébrique, alors que le jésuite allemand appliquait la méthode arithmétique de double fausse position (Ageron 2011). Ce problème est :

> Un maistre de mathematique dit qu'il a tel nombre d'ecoliers, que si chacun luy donnoit 8. pistolles, il ne luy en faudroit plus que 30. pour acheter une maison qu'on veut luy vendre ; mais que s'ils luy donnoient chacun 10. pistoles il auroit 40. pistolles au delà du prix de cette maison. On demande quel est le nombre de ses ecoliers et quel est le prix de la maison qu'on luy veut vendre.

Au XVIII[e] siècle, les réticences sont effacées. L'algèbre semble même parée de toutes les vertus, comme le suggèrent plusieurs manuscrits anonymes conservés à Caen et probablement d'origine locale. L'auteur d'une *Nouvelle méthode pour trouver avec facilité la racine de tous les cubes parfaits et de tous les nombres proprement appelés sursolides* (ms. 133) prône « le secours des lettres » plutôt que la « méthode ordinaire » pour extraire la racine cubique d'un grand nombre comme 115714886617 une fois qu'on a estimé qu'elle « doit être de quatre caractères ». Celui d'un *Traité de géométrie* (ms. 482) venant de la bibliothèque des Jésuites de Caen, ayant commencé à établir sept propositions du livre II des *Éléments* d'Euclide « par les figures », se ravise, biffe ce qu'il a déjà écrit et entreprend de les reformuler algébriquement, car, dit-elle, elles « se démontrent plus aisément par le calcul ». Les techniques enseignées deviennent peu à peu plus complexes. Dans des *Élémens de mathématiques* en français venant en appendice à un cours de philosophie (ms. 465), certainement postérieurs à 1740 puisqu'on y évoque Mme du Châtelet, on trouve les règles de l'arithmétique des polynômes, avec les exemples de la division de $9x^4+12ax^3-4a^3x-a^4$ par $3xx-aa$ et de la racine carrée de $9aa-12ab+4bb$; cependant, les seules équations algébriques considérées sont celles du premier degré. Dans un manuscrit daté de 1763, on trouve, à la suite de cours en latin de botanique et géométrie, le problème de la couronne du roi Hiéron, en français, résolu par l'intermédiaire d'un système de deux équations à deux inconnues (ms. 717). Enfin, dans un cahier d'élève daté de 1742 (ms. 478), on découvre que le jésuite Yves-Marie André, qui fut professeur de mathématiques à Caen de 1726 à 1759 (Ageron & Bessot 2011), montrait à ses élèves comment résoudre certaines équations du troisième degré, comme $x^3+6xx+12x=117$:

> En ajoutant 8 de part et d'autre, nous aurons $x^3+6xx+12x+8 = 125$. Donc en extrayant la racine cubique de part et d'autre […]

II. DU LOCAL AU GLOBAL : UNE HISTOIRE "GLOCALE"

Réfléchissant à la manière d'éviter les écueils d'une approche exclusivement locale de l'histoire des mathématique, j'ai imaginé de lui substituer une stratégie qu'on pourrait qualifier de « glocale », c'est-à-dire connectant et articulant l'histoire locale à un vaste pan de macrohistoire. Plus précisément, j'ai tenté de trouver des textes produits ou étudiés à Caen ou en Normandie invitant, explicitement ou non, à s'intéresser à l'interaction des mathématiques européennes et des mathématiques des pays d'Islam. Aux textes normands répondaient ainsi d'autres textes, arabes et européens, relançant l'intérêt des étudiants. Ma pensée était que ces variations de latitude et d'échelle, à coup sûr fécondes du point de vue épistémologique, pouvaient aussi l'être du point de vue didactique. Au moins permettait-il, en théorie, de mettre en cohérence l'attachant et l'attirant, le quotidien et le pérégrin.

Ouvrant sur les questions très actuelles de circulation d'idées, d'hybridation de savoirs et d'appropriation de pratiques, cette approche pouvait aussi offrir une perspective non dépourvue de valeur pour de futurs enseignants, en lien avec les débats sur la coexistence, la perméabilité, la conflictualité dans un univers mondialisé et une société française métissée.

Certaines pistes sont faciles à suivre. Le *Carmen de Algorismo* d'Alexandre de Villedieu renvoie par son titre à Muhammad bin Mûsâ al-Khuwârizmî et à sa réception latine. C'est aussi le cas des livres de Guillaume Gosselin (v. 1545- v. 1590), né à Ifs, tout près de Caen, qui fut l'un des principaux passeurs de l'algèbre en France et le dernier à désigner l'algèbre par son nom arabe double (Gosselin 1578, seconde partie, déclaration) :

> De la Grand Art, dite en Arabe Algebre & Almucabale, ou Reigle de la chose, inuentée de Maumeth fils de Moïse Arabe

Les exposés élémentaires d'arithmétique et de géométrie pratique rédigés en Normandie aux XVIIe et XVIIIe siècles ne parlent pas de sciences arabes, mais peuvent être comparés avec intérêt aux manuels généralistes à l'étude dans les pays musulmans à la même époque, par exemple le *Miftâh al-hisâb* [La Clef du calcul] de Jamshîd Ghiyâth al-dîn al-Kâshî (m. 1429) et *Khulâsat al-hisâb* [La Quintessence du calcul] de Bahâ al-dîn al-'Âmilî (1547-1621). On peut ainsi distinguer des cas d'héritage antique commun, de transmission d'époque médiévale, de redécouverte indépendante. Le père André, avec l'équation $x^3+6xx+12x = 117$ qu'il proposait à ses élèves de Caen, nous renvoie sans le savoir à la Syrie du XIIe siècle, où al-Sulamî remarquait, concernant l'équation du type « un cube, des carrés et des choses sont égales à un nombre » (Rashed 2011, p. 82) :

> [Si] le tiers du nombre des carrés est égal à la racine carrée du tiers du nombre des choses […] alors elle est réalisable.

Davantage que les mathématiques, les recherches historiques et philologiques érudites furent la spécialité caennaise au XVIIe siècle. Certaines sont cependant directement liées aux mathématiques et à la langue arabe. Mes étudiants ont été surpris d'apprendre que parmi les intellectuels qui vivaient alors à Caen ou lui restaient liés, beaucoup maîtrisaient cette langue. Les protestants y excellaient : Samuel Bochart (1599-1667), Étienne Le Moyne (1624-1689) et Étienne Morin (1625-1700). Parmi les catholiques, Louis Thouroude (1615-1689) et Pierre-Daniel Huet (1630-1721) ne possédaient que de solides rudiments, mais Adrien Parvilliers (1619-1679) qui fit un bref séjour à Caen, Antoine Galland (1646-1715) qui y resta dix ans et Pierre Vattier (1623-1667) qui vivait à 67 km de là étaient des arabisants de premier plan.

Une controverse sur l'origine des chiffres dits « vulgaires », par opposition aux prestigieux chiffres romains, opposa Pierre-Daniel Huet et Étienne Le Moyne. Le premier les attribuait aux Grecs et les pensait issus de l'altération des premières lettres de l'alphabet grec (Huet 1679, p. 647 ; Huet 1722, p. 114) :

> […] Le β étant accourci de ses deux extrémités, a produit le 2. Si vous inclinez un peu le γ sur son côté gauche, & que vous en retranchiez le pied, & que vous arrondissiez un peu la corne gauche vers le côté gauche, vous ferez un 3. Le Δ a fait le 4 […]

Le second, avec un argument similaire, défendit une conclusion opposée : pour lui, les chiffres étaient des déformations des premières lettres de l'alphabet arabe, prises dans l'ordre dit *abjad* (Le Moyne 1685, p. 800, ma traduction) :

> Le 6 est un و inversé. Le 7 est le ز arabe, avec un point, parce que si on l'allonge et si on le trace de manière continue, on produit l e signe du nombre sept. La lettre ح et le chiffre 8 sont presque identiques, si on referme les parties supérieure et inférieure de la lettre […].

Huet suspecta Le Moyne de partialité, le décrivant comme très favorable aux Arabes : *Arabibus addictissimus* (Huet 1718, p. 181) ! Dans ce procès en arabophilie, qu'il intenta aussi à Bochart, je suis tenté de voir un peu de jalousie.

L’origine du mot *algèbre* faisait aussi débat. Beaucoup, comme le jésuite caennais Pierre Gautruche déjà évoqué, le faisaient dériver du nom de son inventeur : on hésitait entre Geber, astronome andalou du XII[e] siècle, et Gerbert, le savant pape de l’an mille. En 1650, Gilles Ménage rendit publiques ses *Origines de la langue française,* premier dictionnaire étymologique français. Voici ce qu’il écrivit du mot *algèbre* (Ménage 1650, p. 26) :

> ALGEBRE. De Algebra, qui vient de l’Arabe الجبره Algiabarat, qui signifie rei redintegratio, reparatio ossis fracti, valetudinis reparatio, &c. De la racine جبر giabara qui signifie reparavit, roboravit, concinnavit, refecit, parce que l’Algebre est la perfection, & comme la reparation de l’Arithmetique, laquelle les Arabes appellent التكسير Altacsir, fraction. D’où vient qu’on dit les nombres rompus pour les parties de l’unité. Ceux-là se trompent qui dérivent Algebre d’un nommé Geber, qu’ils font Autheur de cette science.

Cette étymologie fit sensation et fut contestée, notamment par Furetière. J’ai pu montrer qu’elle avait été communiquée à Ménage, qui n’était pas arabisant, par Samuel Bochart. Le parisien Ménage était associé à l’Académie de Caen.

Ces débats sont d’intéressantes entrées en matière à des chapitres de l’histoire des mathématiques. Pour les arbitrer, je recours à l’étude de textes arabes, mais aussi européens. Ils permettent de montrer que les thèses de Huet et de Le Moyne sur l’origine des chiffres étaient toutes deux fausses, tandis que la définition de l’algèbre donnée par Ménage était pour l’essentiel correcte, avec des inexactitudes.

Le lecteur intéressé par l’histoire de la connaissance de l’origine du mot algèbre trouvera en annexe différents détails érudits, pour la plupart inédits.

III. EN GUISE DE CONCLUSION

Alors que j’avais le sentiment d’avoir trouvé une formule cohérente et équilibrée pour cet enseignement d’histoire des mathématiques en première année de master, qui, je le rappelle, venait en complément de celui dispensé de manière plus traditionnelle en troisième année de licence, la nouvelle réforme de la formation des enseignants décidée en 2013 modifia encore une fois la donne. L’une de ses conséquences fut le transfert de l’unité d’histoire des mathématiques de la première année de master à la seconde, avec un volume horaire réduit (30h au lieu de 65h). Ce nouvel enseignement fut mis en place en 2014-2015, et j’en ai été chargé. Les étudiants concernés avaient pour la plupart été reçus au concours de recrutement (CAPES) et se trouvaient à mi-temps en situation de stagiaires en responsabilité dans un établissement scolaire, soumis pour leur titularisation au jugement du corps d’inspection. Conscient de ce que cette première expérience d’enseignement serait l’essentiel de leurs préoccupations, je ne leur avais pas demandé, contrairement aux années précédentes, de travail personnel. J’avais seulement tenté de m’appuyer sur des comptes-rendus d’expériences vécues d’introduction d’une perspective historique sur les mathématiques au collège ou au lycée. Mais je n’avais pas réalisé avec quelle vitesse leur nouveau statut de fonctionnaire-stagiaire leur ferait abandonner leurs réflexes d’étudiants : tout ce qui sortait des programmes scolaires au sens le plus strict leur parut détaché de la vraie vie. Un questionnaire d’évaluation a démontré que les séances d’histoire des mathématiques ont été perçues par eux comme inutiles et peu intéressantes. Dans ce contexte peu favorable, je renouvellerai cependant l’essai, probablement en revenant à l’idée de demander à chacun un exposé, un petit article ou une expérimentation pédagogique. La microhistoire bas-normande des mathématiques et de leur enseignement, en connexion avec les courants mondiaux d’histoire des sciences, en constituera probablement à nouveau la ressource principale.

IV. ANNEXE : DE LA NATION ET DU SEXE DE L’ALGÈBRE

Dans les *Origines de la langue française* de Ménage (1650), l’entrée ALGEBRE est une des rares dans où apparaissent des caractères arabes plutôt qu’une translittération ; de plus, Ménage y explique le nom الجبرة – graphié الجبره – et le verbe جبر par des termes latins et non français. Ces deux éléments suggèrent qu’il a recouru à un dictionnaire arabe-latin. Or deux ouvrages de ce type seulement étaient disponibles en 1650 : le bref *Lexicon Arabicum* de Frans Raphelengius (Leyde, 1613) et, en quatre volumes, le *Thesaurus linguae arabicae* de Antonio Giggeius (Milan, 1632). Le premier, le *Lexicon*, ne donne à la racine جبر que :

> جبر Roboravit, reparavit, restauravit, restituit, sanavit. Alligavit. Item coegit.
>
> جبرة Reparatio. Gloss. victoria.

Ce ne peut être la source de Ménage, puisqu’on n’y lit aucune allusion aux mathématiques, ni aux fractures osseuses. En revanche, ces deux sens particuliers apparaissent dans l’article correspondant du *Thesaurus* (Giggeius 1632, vol. I, col. 583), où l’on retrouve par ailleurs l’ensemble des *definientia* de Ménage :

> الجَبَرُ Rei redintegratio. Reparatio ossis fracti. Rei fractae reparatio. Valetudinis reparatio. Rex. Dominus. Servus (sensu contrario). Fortis. Audax. Vir ut hebræum גבר. Divitiarum acquisitio post paupertatem. Impotentia. Adolescens. Reditus.
>
> الجبرة Reparatio. (inde Algebra Mathematicae pars, quasi sit numeri fracti reparatio.)
>
> جبره, & أجبره, & اجتبره, & تجبره Illud reparavit. Roboravit. Concinnavit. Refecit.

Le dictionnaire de Giggeius est donc la source directe de Ménage. Ce dernier ignorant l’arabe, il a nécessairement été guidé par un arabisant. Je fais l’hypothèse que ce fut par Samuel Bochart, qu’il connaissait bien, citait souvent et remercia dans la préface des *Origines*. Bochart était très familier du dictionnaire de Giggeius : il l’a à de nombreuses reprises mentionné dans sa colossale *Geographia sacra*, imprimée à Caen en 1646.

L’intérêt spécifique de Bochart pour le mot algèbre est démontré par le fait suivant. En 1652, l’érudit normand était à Stockholm, invité par la reine Christine, et travaillait à son *Hierozoicon*, traité de zoologie biblique qui paraîtra en 1663. Dans la bibliothèque royale,il tomba sur un manuscrit du *Qâmûs*, le parcourut en totalité et en copia de larges extraits relatifs aux animaux ou, parfois, aux plantes. Le résultat de ce travail occupe les pages 1 à 668 d’un gros manuscrit conservé à la Bibliothèque de Caen (ms. 198). Chaque mot arabe relevé y est suivi de son explication en arabe, tirée du *Qâmûs*, et de son explication en latin, tirée du *Thesaurus* : Bochart semble avoir exploité l’un et l’autre en parallèle. Il est très surprenant d’y trouver le terme mathématique الجبره, qui fait doublement exception à la règle : il est sans rapport avec les animaux ou les plantes, et il est absent du *Qâmûs*. Tout se passe donc comme si Bochart, particulièrement intéressé par ce mot *avant* son séjour en Suède, l’avait inséré là pour mémoire, juste avant le mot de même racine المتجبر, lequel appartient bien au champ lexical de la zoologie et est bien présent dans le *Qâmûs, traduit par :* الاسد (le lion). Ce qui donne les deux lignes suivantes (ms. 198, p. 87) :

> Reparatio, inde Algebra, q. numeri fracti reparatio. الجبره
>
> Leo. الاسد المتَجبّر

Un indice supplémentaire me renforce dans la conviction que Samuel Bochart est le véritable auteur de l’article de Ménage sur l’algèbre. Celui-ci fit parvenir son dictionnaire à Bochart et à Huet, en sollicitant leurs remarques en vue d’une nouvelle édition. Bochart renvoya son exemplaire à Ménage après en avoir, comme il le dit, « barbouillé toutes les marges »[147]. J'ai consulté cet exemplaire annoté : il est frappant qu'en marge de l'entrée ALGEBRE, Bochart n'ait apporté aucune précision ou correction. L'ouvrage ne fut pas réédité avant 1694. Son titre était devenu *Dictionnaire des étymologies de la langue française,* Bochart était mort depuis longtemps, beaucoup de définitions avaient été revues, mais la notice du mot algèbre n'avait aucunement changé.

Une question que je n'ai pu résoudre est de savoir à quelle source Giggeius a lui-même puisé. La source principale de son dictionnaire est le *Qâmûs* [L'Océan] de al-Fîrûzâbâdî (1329-1415), qu'il suit en général de très près. Mais ce ne peut être le cas ici : aussi bien le sens médical de الجبر que le sens mathématique de الجبرة sont absents du *Qâmûs*, qui donne seulement :

والعود والغلام القدر وخلاف الشجاع والرجال ضد والعبد والملك الكسر خلاف : الجبر

فقر بعد أغناه أو إليه أحسن : فتجبر واجتبره وتجبر وانجبر وجبورا جبرا فجبر وجبره

La *Vocabulista aravigo en letra castellana* de Pedro de Alcala (Grenade, 1505) traduit le verbe جبر par l'espagnol *cobrar* (< latin *recuperare*) et le nom الجبرة par *algebra arte*.

Un mot sur le *sexe* de l'algèbre. Tous les auteurs que j'ai cités jusqu'ici estiment que le mot algèbre présente en arabe la forme féminine الجبرة . Or celle-ci est en réalité inexistante dans l'histoire de l'algèbre arabe, qui ne connaît que la forme masculine الجبر , toujours associée comme on le sait à المقابلة *al-muqâbala*. On voit que l'erreur de genre était bien ancrée chez les orientalistes. Jacob Golius, qui ramena de Syrie en 1629 un manuscrit d'algèbre de ‘Umar al-Khayyâm, fut le premier à la rectifier dans son *Lexicon Arabico-Latinum*, où l'on lit (Golius 1653, col. 462) :

جبر Religavit, consolidavit, integritati reddidi fractum (os).

الجبر Reductio partiam ad totum, seu fractionem ad integritatem. Et hinc Algebra nomen habet.

Explication que j'ai retrouvée presque à l'identique dans le *Dictionarium arabico-latinum* de François Pétis de La Croix, professeur au Collège royal de Paris, daté de 1696 et resté manuscrit (ms. BnF Arabe 4343) :

الجَبْرُ Consolidatio, reductio partiam ad totum, seu fractionem ad integritatem, vulgo l'algebre.

Que dire maintenant du lien supposé par Giggeius, Ménage, Golius et de nombreux lexicographes postérieurs entre l'algèbre et les « nombres rompus » ? Il était tentant et logique, puisque le *Qâmûs* définit الجبر comme contraire de الكسر *al-kasr*, lequel signifie rupture ou fraction, y compris dans le sens mathématique de ce dernier mot. Mais il ne rend pas compte du sens exact de l'opération appelée الجبر par les mathématiciens arabes : celle-ci est la restauration additive consistant à rétablir x à partir de $x - y$ en ajoutant y, et non la restauration multiplicative consistant à rétablir x à partir de x / y en multipliant par y. Ménage crut même pouvoir compléter l'explication de Giggeius en opposant l'algèbre à l'arithmétique, que les Arabes, selon lui, nommeraient التكسير (fractionnement, mot dérivé de كسر = fraction). Mais ce sens n'est, à ma connaissance, pas attesté : chez les mathématiciens arabes, l'arithmétique s'appelle علم الحساب *‘ilm al-hisâb* (science du calcul), parfois علم العدد *‘ilm al-‘adad* (science du nombre), mais jamais التكسير, terme qui existe bel et bien, mais ressortit au vocabulaire de la géométrie pratique et signifie découpage ou, plus abstraitement, mesurage.

[147] Sur cette révision, voir la lettre de Bochart à Ménage datée du 22 août 1650 (inédite, ms. Caen 971, lettre 194) et une seconde non datée (British Library, coll. Egerton, n°17, publiée dans : Hector de La Ferrière, *La Normandie à l'étranger*, Paris, 1873, p. 384-385). L'exemplaire des *Origines* annoté par Bochart est conservé à Paris : BnF Res X 923.

En dépit de ces inexactitudes de détail, l'origine arabe et le sens général du mot algèbre étaient bien, dès 1650, à la disposition de tous, dans un ouvrage d'accès facile.

REFERENCES

Ageron P., Jenvrin O., Le Goff J.-P. (2009) De l'architecture aux mathématiques : des lycéens sur le terrain. In Escofier J.-P., Hamon G. (Eds.) (pp. 15-39) *Actes de la rencontre des IREM du Grand ouest et de la réunion de la Commission inter-IREM épistémologie et histoire des mathématiques*. Rennes : IREM de Rennes.

Ageron P. (2011a) Les sciences arabes à Caen au XVII^{e} siècle. In Barbin É., Ageron P. (Eds.) (p. 95-121), *Circulation, transmission, héritage - Histoire et épistémologie des mathématiques*, Caen : IREM de Basse-Normandie.

Ageron P. & Bessot D. (2011) De Varignon au père André : tribulations normandes d'un cours de géométrie. In Barbin É. & Ageron P. (Eds.) (p. 181-200), *Circulation, transmission, héritage - Histoire et épistémologie des mathématiques*, Caen : IREM de Basse-Normandie.

Ageron P. (2011b) Le problème du ludimagister dans un manuscrit normand. *Le Miroir des maths* 8, 22-26.

Ageron P. (2013a) Le *Traité de fabricomologie ou ergastice du point*. In Barbin É. & Marc Moyon M. (Eds.) (p. 287-304), *Les ouvrages de mathématiques dans l'histoire, entre enseignement, recherche et culture*. Limoges : PUL.

Ageron P. (2013b) L'univers du manuscrit arabe, à travers les collections des bibliothèques publiques de Basse-Normandie. *Mémoires de l'Académie des sciences, arts et belles-lettres de Caen* XLIX, 69-86.

Ageron P. (2016) Le programme pédagogique de Guillemme Le Vasseur, « architecte, professeur de mathématiques, ingénieur et pilote en la mer océane » (v. 1564-1634). In *Éduquer et instruire en Normandie*, actes du 50^{e} congrès de la Fédération des sociétés historiques et archéologiques de Normandie. Louviers : FSHAN (à paraître en 2016).

Courtin C., Guênerie N. (2009) *Étude du manuscrit* Pratique de géométrie *de Samuel Bochart*. Travail d'études et de recherche, sous la direction de P. Ageron. Caen : Université de Caen.

Fournier G. (1643) *Hydrographie contenant la théorie et la practique de toutes les parties de la navigation*. Paris : M. Soly.

Gautruche P. (1656) *Philosophiae et Mathematicae totius Institutio, Cum Assertionibus disputatis, et vario genere Problematum*, vol. III, *Mathematica*. Caen : A. & J. Cavelier.

Golius J. (1653) *Lexicon Arabico-Latinum.* Leyde : B. & A. Elsevier.

Gosselin G. (1578) *L'arithmétique de Nicolas Tartaglia Brescian.* Paris : A. Périer.

Huet P. D. (1679) *Demonstratio evangelica ad serenissimum Delphinum*. Paris : É. Michallet.

Huet P. D. (1718) *Commentarius de rebus ad eum pertinentibus*. Amsterdam : H. du Sauzet.

Huet P. D. (1722) *Huetiana ou pensées diverses de M. Huet*. Paris : J. Estienne.

Le Moyne É. (1685) *In Varia Sacra Notae et Observationes*, t. II. Leyde : D. van Gaesbeeck.

Prigent A. (2011) *Entre arithmétique et algèbre autour de 1700 : étude d'un manuscrit à visée pédagogique*. Mémoire de master 2, sous la direction de P. Ageron. Nantes : Université de Nantes.

Rashed R. (2011) *D'al-Khwârizmî à Descartes*. Paris : Hermann.

Schärling A. (2003) *Compter avec des jetons*. Lausanne : Presses polytechniques et universitaires romandes.