Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015

DÉVELOPPEMENT DE LA PENSÉE ALGÉBRIQUE DANS LE CURRICULUM TUNISIEN : ANALYSE ÉPISTEMOLOGIQUE ET INSTITUTIONNELLE

Rahim KOUKI* – Slimane HASSAYOUNE**

Résumé : Ce texte vise à présenter les résultats d'une étude didactique sur l'enseignement de l'algèbre élémentaire au début du cycle secondaire tunisien.
Deux analyses didactiques y sont menées : l'une, historique et épistémologique, porte sur l'évolution diachronique des praxéologies algébriques dans les trois champs conceptuel, syntaxique et sémiotique ; et l'autre, institutionnelle, est consacrée à l'exploration des programmes et des manuels scolaires pour en décrypter les visées et les caractéristiques didactiques.
Les principaux enseignements didactiques dégagés de cette étude nous invitent à privilégier les approches de modélisation *in situ*, la construction des concepts algébriques en étroite relation avec leur fonctionnalité procédurale et la mobilisation des techniques opératoires en contexte.

Mots-clés : Praxéologie algébrique, rapport institutionnel, champ conceptuel, champ syntaxique, champ sémiotique

Abstract: This text aims to present the results of a didactics study in algebra at the beginning of the secondary Tunisian school.
Two training analyzes carried out there: one, historical and epistemological concerns the diachronic evolution of algebraic praxeologies in the three conceptual, syntactic and semiotics fields; and the other institutional, is dedicated to the exploration of the programs and textbooks to decipher the aims and didactics characteristics.
The main didactic lessons learned from this study invite to focus on the *in situ* modeling approaches, building a close relationship with their algebraic functionality, procedural concept and the mobilization of operative techniques. This opens up new research perspectives oriented towards deepening established facts and operation through a didactic and curricular engineering.

Keywords: Algebraic praxeology, institutional relationship, conceptual field, syntactic field, semiotic field.

I. OBJET ET CADRE DE LA RECHERCHE

De nombreux travaux didactiques tunisiens se sont intéressés à l'enseignement / apprentissage de l'algèbre ainsi qu'à ses aspects épistémologiques et didactiques très particuliers qui font de lui un important domaine unificateur des mathématiques. En effet, les aspects sémiotiques et syntaxiques, la modélisation des situations et les interactions entre les cadres algébrique, numérique et graphique, ont été sujets à des travaux d'investigation multiples parmi lesquels nous pouvons citer ceux de Kouki (2006), Ben Nejma (2006) et Achour (2005). Ce travail

Kouki R., Hassayoune S. (2015) Développement de la pensée algébrique dans le curriculum tunisien : analyse épistémologique et institutionnelle. In Theis L. (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* – Actes du colloque EMF2015 – GT3, pp. 290-312.

s'inscrit dans la lignée de ces recherches et aspire à fournir d'autres éclairages sur la nature des praxéologies algébriques visées par les programmes de la première année secondaire en Tunisie (15-16 ans). Pour ce faire, nous envisageons de rapporter les résultats d'une analyse épistémologique portant sur les principales phases historiques de l'émergence de l'algèbre d'une part, et d'une investigation institutionnelle réalisée par l'étude des programmes et des manuels scolaires ayant eu cours depuis les années soixante-dix (époque des mathématiques modernes) de ce même domaine de savoir, d'autre part.

L'algèbre élémentaire telle qu'elle est enseignée au deuxième cycle de l'enseignement de base (13-15 ans) et au début de l'enseignement secondaire tunisien (15-16 ans) se manifeste à travers deux champs praxéologiques principaux :

- Le calcul algébrique : développement, réduction, factorisation d'expressions numériques et littérales.
- La résolution de problèmes : analyse, modélisation (mise en équation, en inéquation, en système, en fonction), résolution, validation des solutions.

Son enseignement pose des problèmes cruciaux notamment aux niveaux :

- des compétences à développer chez les élèves.
- des choix didactiques à adopter dans les activités d'enseignement/apprentissage et
- de la complexité de son système sémiotique.

Dans un premier temps, nous délimitons les contours du domaine de l'algèbre élémentaire par une analyse épistémologique et historique de sa genèse. Ensuite, nous explorons les pratiques antérieures et actuelles de son enseignement, en vue de déterminer les compétences attendues des différents projets didactiques et les éventuelles difficultés rencontrées au cours des apprentissages.

Le cadre théorique dans lequel nous nous plaçons est celui de *la théorie anthropologique du didactique* initiée par Chevallard (1992). Ce cadre, assez général et opérationnel, nous semble convenir parfaitement à ce que nous comptons entreprendre et, *a priori*, s'adapte bien à nos outils et méthodes d'investigation. Ceci a l'avantage de nous aider dans notre entreprise diagnostique et favorise la production d'alternatives de remédiation aux difficultés rencontrées par les élèves dans le processus enseignement/apprentissage de l'algèbre élémentaire.

II. GENÈSE DU SAVOIR-SAVANT : *AL-JABR*.

Qu'est-ce que l'algèbre ? Quelle est son origine ? Quel est son rapport avec l'arithmétique ? Quels problèmes permet-elle de résoudre ? La réponse à ces questions doit tenir compte des phénomènes accompagnant l'évolution et le développement des théories mathématiques sous-jacentes ou mises en jeu et des obstacles rencontrés et de la manière dont ils ont été franchis.

Au cours de la haute antiquité, l'algèbre paléo-babylonienne (XVIII^{e} av. J.C) était caractérisée par des algorithmes de calcul généralisables hors contexte métrologique et par l'apparition des premières techniques algébriques fondées sur une bonne maîtrise du sens des nombres, de leurs notations métrologique et positionnelle et de leurs usages dans la résolution des problèmes scolaires (au profit des apprentis-scribes) et de la vie courante (Proust 2006). Ainsi, les praxéologies mobilisées au cours de cette période sont essentiellement algorithmiques sous-tendues par des types de tâches calculatoires stéréotypés appelant la mobilisation de techniques mécaniques calquées sur des exemples génériques. Tout se fait par imitation et application à la lettre des procédures arrêtées sans aucune démonstration ni justification apparentes, preuve d'une vraisemblable absence de technologie ou de théorie algébrique sous-jacente, du moins dans ce qui nous est parvenu à travers les traces archéologiques déjà étudiées[1].

Les Grecs (III[e] Av. J.C) ont eu ensuite une influence spécifique sur le développement des premières procédures algébriques initiées par leurs ancêtres les mésopotamiens grâce à la rigueur du raisonnement qu'ils ont instaurée et par l'étayage géométrique des propriétés numériques accompagnant l'essor de la géométrie euclidienne (Abgrall 2011-2012). Ainsi, les praxéologies développées sont donc essentiellement fondées sur des types de tâches de calcul de grandeurs géométriques nécessitant la mobilisation de techniques de transformations d'aires justifiées par des blocs technologico-théoriques relatifs aux grandeurs et aux mesures. Le champ conceptuel et cognitif, déjà bien installé en géométrie grâce aux apports théoriques des *Éléments d'Euclide*, contient implicitement les concepts algébriques qui ne seront découverts que douze siècles plus tard par les mathématiciens arabes par un changement de cadre, amorcé par Al-Khwârizmî. Le champ syntaxique évolue parallèlement aux progrès réalisés dans le domaine du langage courant. Dans cette *algèbre rhétorique*, ni les opérations ni les inconnues ne sont représentées par des symboles, tout est écrit et communiqué verbalement en langue naturelle.

Plus tard, l'introduction de l'inconnue opérationnelle (*arithme*) - notée ς et signifiant la quantité indéterminée d'unités- par Diophante d'Alexandrie (III[e]), a permis d'insuffler un nouvel élan au processus de résolution des problèmes en les modélisant par des écritures symboliques. Cette façon de procéder favorise un changement conceptuel dans les activités de résolution de problèmes. Le langage construit par la symbolisation de *l'arithme* et des diverses catégories de nombres[2], conjuguée à une syntaxe convenable, a permis à Diophante de traduire les problèmes posés à l'aide d'expressions algébriques se prêtant au calcul formel sur les *espèces (monômes)* et qui aboutissent à des équations réduites donnant la valeur de l'inconnue opérationnelle et, par suite, celles des inconnues cherchées (Radford 1991, pp. 2-4). Les praxéologies algébriques ainsi mobilisées sont articulées autour des types de tâches de résolution de problèmes nécessitant pour leur réalisation des techniques de modélisation à l'aide des inconnues opérationnelles et de manipulations d'écritures formelles sur les *arithme* . Des éléments technologiques transparaissent implicitement dans la démarche pré-algébrique diophantienne mais sans aucun support théorique notable. Les deux champs syntaxique et sémiotique se trouvent donc sensiblement enrichis, permettant ainsi une évolution importante des processus algébriques déployés.

Mais en fait et de l'avis d'éminents historiens des mathématiques (Rached 1984, Djebbar 2005), le mot *algèbre* provient du terme arabe *al-jabr* qui signifie en médecine réparation ou restauration d'une fracture. Il a été utilisé, dans *Al-kitâb al-mukhtasar f'il jabr w'al-muqâbala* (Le livre abrégé sur le calcul par la restauration et la comparaison), un important ouvrage écrit au début du IX[e] siècle par Mûhammad Ibn Mûssa Al-Khwârizmî (780-850). Dans ce traité, l'expression arabe *al-jabr* (la restauration) désigne l'opération qu'on fait subir à l'équation du second degré pour en supprimer les termes précédés d'un signe *moins*, alors qu'*al-muqâbala* signifiait la réduction de termes de même degré dans une équation quadratique. C'est à partir du IX[e] siècle que l'algèbre devient progressivement, l'art de réduire et de résoudre les équations, puis la science des expressions algébriques et enfin la résolution de tous types

[1] Høyrup (2002) considère qu'en fait, ces praxéologies ne sont pas de pures recettes découvertes par hasard et qu'elles sont guidées par des raisonnements géométriques, développés plus tard par les mathématiciens grecs et arabes.

[2] Diophante introduit et symbolise une nouvelle catégorisation des nombres en notant : Δ^{γ} (carré), K^{γ} (cube), $\Delta^{\gamma}\Delta$ (carré-carré ou bicarré), ΔK^{γ} (carré-cube), $K^{\gamma}K$ (cubo-cube).

d'équations. Cette nouvelle science simplifie et unifie les techniques anciennes de résolution des problèmes posés par la vie quotidienne des gens sédentarisés et vivant en société. Il apparaît donc que les problèmes de la vie courante comme ceux d'héritage, d'arpentage, de construction en briques etc. sont les vraies origines de ces équations et des manipulations dont celles-ci sont l'objet. Étayées par les savoirs géométriques de l'époque, les procédures utilisées par Al-khwârizmî ont ainsi permis à la pensée algébrique de progresser en matière de modélisation et de manipulation de modèles.

Après avoir pris connaissance de la traduction arabe du traité d'arithmétique de Diophante, Al-Karâjî (953-1029) utilise les concepts et lexiques algébriques *shay* (chose), *mâl* (carré) et *kaab* (cube) créés par AL-Khwârizmî pour appliquer l'arithmétique aux expressions algébriques et résoudre les problèmes à l'aide de l'algèbre de Diophante. Al-Karâjî et son disciple Al-Samaw'al (1130-1175) introduisent les polynômes sous la forme de tableaux et explicitent les opérations usuelles sur ces tableaux.

Abdeljaouad (2002) précise que :

> La multiplication d'indices attestant la présence de symboles algébriques dans les traités maghrébins d'arithmétique indienne, nous confirme dans l'hypothèse d'une origine maghrébine des symboles algébriques, apparus comme conséquence logique de l'inclusion de l'algèbre comme chapitre complémentaire aux traités de hisâb al-ghubâr. (Op. cité, p.22)

Ce symbolisme algébrique permet de représenter le nombre connu *'adad* noté : ـعـ, l'inconnue *shay* notée : ـشـ, son carré *mâl* noté : ـمـ, son cube *kaab* noté : ـكـ, la quatrième puissance de l'inconnue (c'est-à-dire le carré du carré) notée : ـمـمـ et les termes : égal *ya'dilû* noté : ـلـ, soustraction *illa* noté : لا comme le montrent les fac-similés suivants illustrant le lexique sémiotique utilisé par les algébristes maghrébins du XIVe :

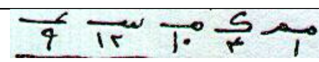
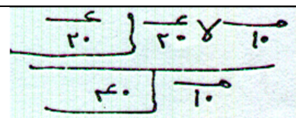
(26b)[3]		$x^4 + 4x^3 + 10x^2 + 12x + 9$
(63b)[4]		$10x^2 - 20 = 20$ $\longrightarrow 10x^2 = 40.$

***Tableau1** - Fac-similés (Abdeljaoued 2002, p.26)*

Ce symbolisme se retrouve adopté par un certain nombre de mathématiciens européens, comme dans le manuscrit anonyme du XVe siècle, intitulé *Liber Restaurationis*. Son auteur consacre un paragraphe à la présentation d'un symbolisme algébrique en l'adaptant à l'écriture et à la langue latine (Moyon 2005). Il donne un exemple où le nombre (dragme) est représenté par *d*, l'inconnu (radicis) par *r* et le carré de l'inconnu (census) par *c*.

Dans son traité *Art analytique ou Algèbre nouvelle*, François Viète (1540-1603) introduit une véritable algèbre littérale, avec ses symboles, ses procédés calculatoires, ses transformations particulières et sa pensée spécifique (Boyé 2003, Guichard 2000). Un des principaux avantages de la méthodologie analytique de Viète est l'obtention de formules générales et applicables à plusieurs situations, caractérisées par l'usage des paramètres littéraux, ce qui permet de conserver la trace de toutes les étapes du raisonnement et de se retrouver facilement lorsque l'on procède à un changement quelconque de ces paramètres. L'activité entreprise ne se réduit donc pas à la résolution d'un problème particulier, c'est plutôt une famille entière de situations qui se trouvent résolues par ce procédé. De plus, cette avancée dans l'évolution des praxéologies algébriques est illustrée par un processus tout à fait

[3] Folio du manuscrit de Jerba (Abdeljaoued 2002, p.26)
[4] Ibid.

nouveau et efficace de résolution de problèmes dans différents domaines des mathématiques (arithmétiques, géométriques, trigonométriques, fonctionnels, combinatoires etc.)

Viète a le mérite de développer l'algèbre en tant qu'outil au service de la résolution des problèmes, mais il montre par la même occasion qu'algèbre et résolution de problèmes (*analyse ou art analytique*) sont imbriquées au point de se confondre. En effet le développement de l'une favorise celui de l'autre, voire nécessite celui de l'autre, c'est la signification du titre donné à son œuvre *Introduction à l'art analytique ou algèbre nouvelle*.

Poursuivant l'élan donné par Viète, Descartes propose une méthode d'algébrisation de la géométrie, dans l'ouvrage intitulé *La Géométrie* et publié en 1637, il annonce :

> Par la méthode dont je me sers, tout ce qui tombe sous la considération des géomètres se réduit à un même genre de problèmes qui est de rechercher la valeur des racines de quelque équation. (Cité in (Guichard 2000, p. 48)

Et précise plus loin qu'il veut que sa méthode soit universelle pour :

> Résoudre généralement toutes les questions qui peuvent se présenter en n'importe quel genre de quantité aussi bien continue que discrète. (Ibid.)

Le véritable essor de l'algèbre n'est amorcé que lorsque la substitution des écritures formelles aux écritures verbales est devenue possible. Mais pour arriver à cette étape décisive de son évolution, l'algèbre s'est plusieurs fois métamorphosée par une lente abstraction de ses objets d'étude : mesure de grandeurs, calcul sur des nombres abstraits et finalement manipulation d'écritures formelles avec des lettres désignant d'abord des nombres et ultérieurement toutes sortes d'objets. En tant qu'outil et processus de résolution de problèmes, l'algèbre a parallèlement évolué vers une forme de pensée analytique offrant ainsi une alternative concise et efficace à la méthode synthétique de *l'arithmétique*.

Après ce bref passage en revue des principales étapes historiques de la genèse de l'algèbre, nous pouvons, à présent, résumer l'évolution historico-épistémologique des praxéologies algébriques en nous arrêtant sur ses moments forts. Le tableau 2 en synthétise les principales caractéristiques :

La période paléo-babylonienne	XVIII^{e} Av. J.C.	**Pré-algèbre algorithmique :** Usage des tables numériques et métrologiques, algorithmes de calcul**, procédures de résolution d'équations sur des exemples génériques.**
La Grèce antique : Les Éléments d'Euclide, livre II	III^{e} Av. J.C	**Pré-algèbre géométrique :** -**Calcul de grandeurs géométriques** (susceptible d'illustrer géométriquement des propriétés numériques et des algorithmes de résolution d'équations). -**Rigueur** dans les processus d'argumentation.
Diophante d'Alexandrie	III^{e} siècle	**Arithmétique présymbolique :** -Méthode de l'inconnue opérationnelle (*l'arithme*). -Calcul sur les *arithme et les espèces*.
Al-Khwârizmî	780-850	**Algèbre des équations :** -Procédés d'*al-jabr* w'*al-muqâbala*. -Justifications géométriques.
Al-Karâjî	953- 1029	**Arithmétisation de l'algèbre** Généralisation des opérations arithmétiques aux expressions monômes et aux polynômes.
Viète	1540-1603	**Algèbre littérale (spécieuse) :** -Calcul algébrique abstrait. -Méthode analytique. -Résolution de problèmes via une modélisation et un langage algébrique.
Descartes	1596-1650	**Algébrisation de la Géométrie**

Tableau 2 *- Étapes historiques de l'évolution des praxéologies algébriques*

Suite à cette analyse historique, il apparait que, lors de sa genèse, l'algèbre s'est progressivement constituée, au fil du temps, comme un outil et une démarche de résolution de problèmes. De façon plus précise, en suivant le parcours de la conceptualisation, de la syntaxe et de la sémiotique algébriques, des Babyloniens à Descartes, en passant par Euclide, Diophante et Al-Khwârizmî, nous nous rendons compte que l'algèbre a lentement évolué vers une pensée spécifique et un langage formel permettant de modéliser des problèmes et de les résoudre via un calcul littéral approprié ; l'étude de ses concepts, en tant qu'objets de savoir, n'est venue que plus tard.

En jalonnant ainsi le cours de l'histoire, nous avons voulu tirer des enseignements didactiques en revenant aux sources, convaincus de l'intérêt que peut présenter l'exploration des réussites et des échecs encourus par nos ancêtres en matière de diffusion de l'algèbre. Il y apparaît donc primordial de privilégier le travail de modélisation et les dialectiques Outil/Objet au sens de Douady (1992, p. 133) et Opératoire/Prédicatif au sens de Vergnaud (2001, p. 9) tout au long du curriculum, si l'on veut gagner le pari de donner sens aux activités algébriques et de favoriser une interaction intégrative des différents domaines des mathématiques. Mais ceci présuppose une autre façon d'envisager l'enseignement/apprentissage de l'algèbre et nécessite un plus grand effort en ingénierie didactique génératrice de situations ajustées à cette fin ; c'est ce qui constitue une véritable perspective de recherche en didactique de l'algèbre.

Procédons maintenant à une analyse écologique et praxéologique des programmes d'algèbre et des manuels scolaires[5] de la première année secondaire, analyse qui nous permettra de saisir l'évolution du double[6] rapport institutionnel à l'algèbre en Tunisie et son impact sur les conditions et les contraintes de la diffusion de ce domaine du savoir mathématique à ce niveau de l'échelle de codétermination didactique[7] qu'est *l'école*.

III. ÉVOLUTION DES PROGRAMMES ET DES MANUELS SCOLAIRES D'ALGÈBRE

Nous avons procédé à une analyse des programmes d'algèbre et de leur mise en œuvre appliquée depuis 1976 dans le cycle secondaire tunisien, afin de saisir les évolutions de l'enseignement, les causes des changements éventuels opérés, ainsi que les rapports personnels et institutionnels à cet objet de savoir.

En Tunisie, au cours du demi-siècle précédent, trois réformes du système éducatif se sont succédées respectivement en 1958, 1991 et 2002 et ont largement influencé les contenus des programmes et des manuels scolaires.

1. Le programme d'algèbre et le manuel scolaire de 1976

Ce programme est une copie conforme du programme français de la classe de Troisième applicable à la rentrée scolaire de 1972 (Arrêté du 22/7/1971 B.O.E.N français du 29/7/1971). La partie de ce programme consacrée au domaine algébrique est intitulée *Nombres réels, calculs algébriques, fonctions numériques*.

Le programme de mathématiques de la classe de quatrième année secondaire sections : math-sciences, math-techniques et lettres (actuelle première année de l'enseignement secondaire) est, à ce moment, composé de trois grandes parties articulées entre elles via une

[5] En Tunisie, le manuel scolaire est unique. Il est édité et diffusé par le centre national pédagogique, institution publique placée sous la tutelle du ministère de l'éducation.
[6] Deux institutions sont ici concernées : l'institution productrice des programmes officiels et celle du curriculum réel.
[7] Selon Chevallard cette échelle comprend cinq niveaux supérieurs : *la civilisation, la société, l'école, la pédagogie* et *la discipline*.

méthode analytique à support algébrique et basée sur des activités dans un repère orthonormé du plan :

1. Nombres réels, calculs algébriques, fonctions numériques.
2. Plan euclidien (orthogonalité, distance, repère orthonormé)
3. Géométrie plane euclidienne (médiatrice d'un segment, distance d'un point à une droite, cercle, isométries planes, trigonométrie)

Ainsi le calcul algébrique annoncé dans le libellé de ce programme est mis en œuvre essentiellement lors des calculs sur les fonctions polynômes et les fonctions rationnelles et au cours d'éventuelles réductions des équations et inéquations modélisant des problèmes du premier degré.

Le bloc technologico-théorique justifiant les différentes techniques du calcul algébrique est globalement constitué des définitions, propriétés et théorèmes découlant de la structure de corps totalement ordonné dont est muni l'ensemble IR des nombres réels.

Les organisations mathématiques préconisées sont caractérisées par les types de tâches, les techniques, les technologies et les théories les justifiant. Elles sont précisées dans le tableau 3:

Contenus	Types de tâches	Techniques	Technologies	Théories
Propriétés de l'addition, de la multiplication et de l'ordre dans IR	**T** : Calculs dans IR	**τ** : Somme, produit, quotient de nombres réels exprimés sous la forme $\frac{b}{a}$ où a et b sont des nombres réels avec a non nul ou sous les formes : $\sqrt{a}$ ou $a^{\frac{1}{2}}$	**θ** : Définitions et propriétés des opérations sur les nombres.	**Θ** : Structures algébriques : (IR, +, x, $\leq$) est un corps totalement ordonné
Fonctions polynômes-Fonctions rationnelles	**T_1** : Calculs sur les fonctions polynômes et les fonctions rationnelles **T_2** : Représentation graphique des fonctions affines et des fonctions affines par intervalles	**τ_1** : Somme, produit, quotient de fonctions polynômes et rationnelles. **τ_2** : Construction à l'aide de points dont les couples de coordonnées appartiennent aux graphes de ces fonctions	**θ_1** : Définitions et propriétés des opérations sur les fonctions polynômes et rationnelles **θ_2** : Théorèmes sur la représentation graphique des fonctions affines	**Θ_1** : Structures algébriques de IR[x] et IR(x) **Θ_2** : Géométrie analytique
Problèmes du premier degré	**T** : Résolution de problèmes du premier degré	**τ_1** : Modélisation de situations à l'aide d'équations, inéquations ou systèmes linéaires du premier degré à une ou deux inconnues **τ_2** : Résolution d'équations, d'inéquations ou de systèmes	**θ_1** : Non définie par les programmes en vigueur **θ_2** : Théorèmes justifiant les techniques de résolution	**Θ_1** : Non définie **Θ_2** : (IR, +, x, $\leq$) est un corps totalement ordonné.

Tableau 3 *-Les organisations mathématiques visées par le programme de 1976*

Selon cette visée, l'enseignement de l'algèbre est articulé au premier abord, sur l'étude des modèles des structures algébriques, ensuite sur l'acquisition d'outils permettant de manipuler des expressions polynômiales et rationnelles et, partant, à résoudre des problèmes se ramenant à des équations et inéquations du premier degré à une ou deux inconnues.

Malgré l'apparence d'une certaine logique dans la conception du programme, des anomalies didactiques ont éclaté au grand jour au fur et à mesure de son application sur le terrain. En effet :

- Le caractère abstrait des concepts relatifs aux structures algébriques préalablement abordés n'a pas manqué d'entrainer le rejet des élèves et de leur ôter toute motivation.
- Les praxéologies algébriques, qui doivent être développées, dépassent le cadre de leurs applications et ne sont pas ajustées à leurs fins (par exemple, les compétences exigées dans les manipulations des fonctions polynômes et rationnelles, parfois entachées de grande virtuosité, ne sont que rarement sollicitées et exploitées au cours de l'application du curriculum)
- Le problème de l'apprentissage de la modélisation des situations reste entier et aucun éclairage à son sujet n'est abordé.

Dans le manuel couramment utilisé à cette époque (Monge & al. 1976), le contenu disciplinaire est présenté conformément aux principes de l'enseignement traditionnel, c'est-à-dire sous forme de cours magistraux. Ceci a eu pour effet que lors des pratiques enseignantes le *topos* du professeur y apparait extrêmement large ; celui-ci se charge de la quasi-totalité des responsabilités dévolues à la classe, ce qui lui permet de piloter l'apprentissage, en exerçant le plein contrôle sur les connaissances à faire acquérir aux élèves, usant ainsi de son statut d'unique détenteur des savoirs dans l'institution-classe. Le contrat didactique d'ostension est activé sous ses deux formes assumée et déguisée (Berthelot, Salin 1993-1994, pp. 48-50), jouant le rôle du facilitateur et légitimant les interventions forcées de l'instance enseignante.

Afin de décrire l'approche didactique adoptée par les auteurs du manuel, nous présentons, dans le tableau 4, l'organisation mathématique relative au thème *équations à une inconnue* proposée en guise d'analyse *a priori* des praxéologies mathématiques et didactiques à développer:

Types de tâches T	Techniques τ	Technologies θ	Théories Θ
Résoudre une équation du premier degré à une inconnue réelle donnée sous forme réduite.	Application de l'algorithme de résolution.	Définitions, propriétés et théorèmes sous-tendant les algorithmes de résolution.	Structures algébriques : (IR,+, x) est un corps commutatif.
Résoudre une équation du premier degré à une inconnue réelle donnée sous la forme $f(x)=g(x)$ où f et g sont deux fonctions polynômes de degré inférieur ou égal à 1.	-Transformer l'équation en la mettant sous la forme réduite -Appliquer l'algorithme de résolution	-Équations équivalentes -Tout réel non nul admet un inverse.	
Résoudre une équation se ramenant à des équations du premier degré.	-Transformer l'équation en la mettant sous la forme $h(x)=0$ -Factoriser $h(x)$ en produit de facteurs de premier degré -Appliquer l'intégrité de (IR, +, x) -Résoudre chaque équation obtenue. -Donner l'ensemble des solutions.	-Équations équivalentes -Distributivité de x sur + -Tout réel non nul admet un inverse -Un produit de réels est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul.	

Tableau 4 *- Organisation mathématique du thème équations à une inconnue telle que proposée par le manuel de 1976*

Les documents officiels (programmes et manuels), censés présenter et prescrire[8] le texte du savoir et la méthodologie de sa mise en œuvre, passent sous silence les éléments technologiques et théoriques sous-tendant le raisonnement mathématique mis en jeu et n'apportent aucune réponse à des questions cruciales telles que : pourquoi aborde-t-on l'étude des équations ? À quelles questions ces équations permettent-elles de répondre ?

Ceci n'aurait pu être accompli qu'au prix d'efforts consentis par les enseignants pour concevoir des situations didactiques significatives et des activités motivantes susceptibles de faire interagir les élèves avec le savoir visé, faute de quoi, seul un habitus de réflexes et de pratiques d'algorithmes dépourvus de sens se construit au sein de l'institution scolaire.

2. *Le programme d'algèbre et le manuel scolaire de 1986*

Pendant cette période de la contre-réforme, des ajustements ont été nécessaires pour corriger les effets pervers de la réforme précédente.

Conformément à cette nouvelle orientation, le programme d'algèbre a été épuré de toutes structures algébriques, seules quelques notions sur les applications subsistent encore et le ton a été donné pour rendre les mathématiques plus vivantes, plus attrayantes et proches de la vie quotidienne des élèves. La partie *algèbre* est constituée de six rubriques, parfois brièvement commentées :

1. Application, image d'une partie d'un ensemble, restriction d'une application.

Composition de deux bijections, bijection réciproque d'une bijection.

2. Racine carrée d'un réel positif ; racine carrée d'un produit, d'un quotient de réels. Calculs approchés de racines carrées par encadrement.

On admettra que a étant un réel positif, il existe au moins un réel positif x dont le carré est égal à a.

3. Applications linéaires et applications affines de IR dans IR ; applications affines par intervalles. Représentations graphiques.

On étudiera des restrictions de telles relations à des sous-ensembles quelconques de IR en se limitant à quelques exemples puisés particulièrement dans la vie courante.

4. Équations et inéquations du premier degré à une inconnue. Équations et inéquations du premier degré à deux inconnues à coefficients numériques.

5. Système de deux équations du premier degré à deux inconnues.

Résolution graphique d'un système d'inéquations du premier degré à deux inconnues.

6. Exemples variés de problèmes du premier degré.

On étudiera des problèmes formulés dans un langage courant et liés aux préoccupations quotidiennes des élèves.
On montrera par ailleurs sur quelques exemples comment utiliser l'algèbre pour résoudre des problèmes de géométrie.

Les notions de structure de groupe, de structure de corps, de fonction, de surjection, de fonction polynôme, de fonction rationnelle disparaissent. Les concepts d'application et de bijection sont encore retenus, en raison de leur utilité en géométrie lors de l'étude des translations et des symétries et, en plus, de leur rôle fondateur pour le concept d'application affine, encore une fois, retenu pour aborder les thèmes d'équation et d'inéquation du premier degré. En conséquence, le programme s'articule autour de la résolution de problèmes du premier degré en intégrant dans un tout structuré les applications affines, les équations et les systèmes du premier degré.

[8] En Tunisie, les programmes scolaires sont officiellement prescrits et les manuels scolaires sont uniques pour chacun des niveaux d'enseignement.

Le manuel scolaire (Kachoukh & al. 1986) permettant la mise en œuvre de ce programme répond à un triple objectif : atténuer les effets pervers des mathématiques modernes, réconcilier l'enseignement des mathématiques avec son environnement et accroître *le topos* des élèves en leur permettant de participer d'une manière active et efficace à l'élaboration des leçons.

Conformément aux directives officielles, l'exclusivité est donnée au premier degré ; on ne parle plus de fonctions polynômes ou de fonctions rationnelles. Suite à la mise en place des préalables numériques, les auteurs abordent directement l'étude des applications affines. Suivant cette orientation, le domaine algébrique comporte plusieurs habitats imbriqués entre eux (applications linéaires, applications affines, équations et inéquations du premier degré, systèmes d'équations ou d'inéquations du premier degré). Ainsi, les praxéologies algébriques à développer sont maintenant ajustées à leur fin -la résolution des problèmes du premier degré- et il n'est plus question de faire du calcul algébrique pour lui-même, sauf pour ce qui est proposé en guise de rappels au chapitre introductif du manuel.

La structure du chapitre 4, portant sur les équations et inéquations du premier degré à une inconnue, reflète une organisation didactique privilégiant particulièrement deux moments de l'étude : le moment de la première rencontre avec les types de tâches constituant l'organisation mathématique (à travers l'étude d'un exemple préliminaire) et celui du travail et de la mise à l'épreuve de la technique correspondante (par le biais d'exercisation a posteriori)[9].

Les analyses écologiques et praxéologiques, ci-dessus réalisées, montrent une attitude réaliste et modérée de la noosphère à la sortie de la crise des mathématiques modernes. Les praxéologies à développer dans l'enseignement/apprentissage de l'algèbre en première année secondaire sont maintenant réduites à l'essentiel, mieux articulées entre elles et visent la résolution des problèmes du premier degré. Toutefois, ce dernier objectif a été relégué par les auteurs du manuel et du coup par les enseignants, en fin d'apprentissage (sûrement dans l'intention de mieux outiller les élèves de techniques algébriques suffisantes). Le problème du sens des activités mathématiques reste entier, tant qu'on n'ose pas évoquer à temps les questions auxquelles l'algèbre peut répondre ainsi que leur raison d'être.

3. *Le programme d'algèbre et le manuel scolaire de 1991*

La deuxième réforme du système éducatif tunisien est consacrée par la nouvelle loi d'orientation de l'éducation (Loi du 19 juillet 1991). Elle est conçue pour adapter l'école aux changements culturels et économiques qui ont affecté la société tunisienne après plus de trois décennies d'indépendance. Suite à l'application du principe de *l'éducation pour tous* porté par la réforme de 1958, cette nouvelle réforme a redéfini les finalités et la mission de l'éducation en misant sur la qualification des jeunes pour les préparer à s'intégrer dans une vie citoyenne accomplie.

Sur le plan pédagogique, les années quatre-vingt-dix sont essentiellement caractérisées par le paradigme de la pédagogie par objectifs (*PPO*). Tout a été alors mis en œuvre pour rationaliser les activités d'enseignement/apprentissage. Des finalités, des objectifs généraux, des objectifs spécifiques, des objectifs opérationnels, des critères d'évaluation et des indicateurs de réussite sont ainsi précisés et parfaitement délimités pour guider la conception, le développement et l'évaluation des apprentissages. Cela n'a pas manqué d'influencer la transposition didactique et l'ingénierie des outils didactiques dans un environnement éducatif fortement positiviste, pragmatique et behavioriste.

[9] Voir annexe 1.

Le programme[10] de 1991 est conçu pour répondre aux exigences de la deuxième réforme du système éducatif tunisien, survenue en juillet 1991, qui vise essentiellement : l'utilisation des nombres réels, un apprentissage de base concernant les fonctions numériques à variable réelle, le développement de l'aptitude à représenter graphiquement des fonctions et à exploiter les représentations graphiques et la pratique d'une démarche scientifique.

La noosphère constate que les difficultés des élèves en algèbre élémentaire sont dues essentiellement

- sur le plan sémiotique et syntaxique, à l'incompréhension de la signification des lettres et de leurs assemblages dans les expressions littérales.
- sur le plan conceptuel et sémantique, à l'influence de la pensée arithmétique acquise aux deux cycles de l'enseignement de base.

Pour lever ces obstacles, sont réintroduits des apprentissages des manipulations d'expressions algébriques, en particulier les règles de calcul dans IR (utilisation des parenthèses et priorité des opérations, puissances entières, racines carrées de réels positifs, identités remarquables, factorisation, développement, réduction d'expressions numériques ou littérales, etc.). En même temps, des calculs numériques en situation sont ajoutés au calcul formel, à l'occasion des tâches de détermination des valeurs des expressions dépendant d'une ou de plusieurs variables lorsque celles-ci sont données.

> Mettre en œuvre les règles opératoires dans IR et les règles sur les puissances pour :
>
> Calculer la valeur d'une expression numérique ou une expression littérale pour des valeurs données des variables. (Premier objectif spécifique)

Inversement, des calculs numériques proposés en activités préliminaires débouchent, via le procédé d'induction et de généralisation, sur des expressions littérales. Ainsi des connexions sont établies entre calcul algébrique et calcul numérique dans une optique assimilant en quelque sorte l'algèbre à une arithmétique généralisée (Gascon 1993).

> -Le calcul numérique et le calcul littéral seront menés de pair. (Recommandations)

Quatre aspects caractérisent le programme de 1991 :

- Comme dans les programmes précédents, l'apprentissage de l'algèbre, initié par le programme de 1991, est motivé par le développement de la compétence de résolution des problèmes du premier degré.
- La modélisation des situations est mise en avant dans les rubriques des objectifs.

> Mettre en équation ou en inéquation un problème donné. (Objectifs spécifiques, p. 9)
>
> Exemples d'étude de problèmes conduisant à […] (Contenus, p. 9)

- Les problèmes seront puisés dans le domaine mathématique ou des domaines des autres disciplines scolaires ou de l'environnement socioculturel.

> Les problèmes seront puisés dans le domaine mathématique ou dans le domaine des autres disciplines (Physique par exemple) ou encore dans l'environnement social et économique de l'élève. (Recommandations, p. 9)

- Les recommandations officielles prêtent cette fois-ci une attention particulière au processus de résolution des problèmes en indiquant explicitement les différentes phases.

> […] on dégagera nettement les différentes phases : Choix de l'inconnue ou des inconnues ; mise en équation ; résolution de l'équation ou de l'inéquation ou du système obtenus ; vérification et interprétation des résultats. (Recommandations, pp. 9-10)

[10] Voir annexe 2

Quatre articles, sur six, concernent ainsi l'installation des pré-requis algébriques nécessaires à l'étude des deux thèmes-clés du programme à savoir les applications affines et les problèmes du premier degré.

Le manuel scolaire de la première année secondaire (Tarifa & al. 1991), apparu suite à la réforme de 1991, est intitulé *Mathématiques, 4ème année secondaire*. L'intention des auteurs, précisée dans la préface, est de proposer *un manuel essentiellement conçu pour une formation de base adressée à des élèves, de profils divers, d'une première année secondaire désormais non spécialisée du tronc commun*. L'activité et l'engagement des élèves y sont fortement encouragés en vue de leur faire acquérir *des méthodes de travail et des capacités à résoudre des problèmes*.

Une organisation commune et uniforme des chapitres est adoptée. Des activités, des exercices d'application, des exercices à caractère intégratif et des exercices résolus sont proposés et constituent les principaux supports des apprentissages projetés. Les auteurs proposent des activités à réaliser sur le manuel, comme compléter des tableaux, des phrases, ou des expressions numériques ou algébriques et des ébauches de démonstrations. Les rappels et les résultats les plus importants du cours sont présentés sous des intitulés *définitions, théorèmes, propriétés, retenons* pour mettre en évidence les contenus à mémoriser.

Nous présentons dans l'annexe 3, en guise d'illustration de ce qui précède, un corpus des types de tâches algébriques préconisés ainsi que les techniques susceptibles de les réaliser et les blocs technologico-théoriques servant à les justifier.

Le manuel de 1991 apparaît donc comme un outil didactique innovant en introduisant

- des activités de nature mathématique, ludique ou récréative.
- des informations culturelles et historiques.

Toutefois l'imprécision concernant le statut des contenus mathématiques (définition, propriété, théorème, démonstration, exemple d'application) présentés a engendré plusieurs difficultés lors de son utilisation par les enseignants qui ont demandé, en vain, une formation de proximité à l'utilisation du manuel et un accompagnement didactique sur le terrain. De plus, ce qui a été annoncé en matière de capacité de résolution des problèmes n'a pas été traduit dans les faits. L'absence de technique suffisamment claire et intelligible de modélisation des situations (mise en équation, en inéquation ou en système), qui ne s'acquiert pas naturellement, nécessite un apprentissage spécifique et parfaitement ajusté à ce type de tâches comme l'indiquent clairement Duval et al. (1996).

4. Le programme d'algèbre et le manuel scolaire de 2003

La loi d'orientation de l'éducation et de l'enseignement scolaire de juillet 2002 trace les principaux objectifs visés :

> À côté de ses missions d'éducation et d'instruction, l'école est aussi appelée à qualifier les jeunes en les dotant de compétences susceptibles de favoriser leur insertion économique et sociale. Ainsi, il serait urgent de développer, dès le cycle primaire, conjointement quatre types d'habiletés :
>
> - Des savoir-faire pratiques qui s'acquièrent par l'initiation à la résolution de problèmes.
> - Des savoir-faire méthodologiques de traitement de l'information et de son exploitation dans la recherche des solutions alternatives et innovantes.
> - Des compétences entrepreneuriales à travers la conception, le développement et l'évaluation de projets collectifs et interdisciplinaires.
> - Des compétences comportementales mobilisables par des savoir-être comme l'autonomie, la coopération, le vivre-ensemble et la critique constructive. (Loi d'orientation n°2002-80 du 23 juillet 2002)

Deux nouvelles orientations pédagogiques sont annoncées:

- Mettre en œuvre des démarches d'apprentissage différenciées prenant en compte la diversité des profils et des rythmes des élèves et leur permettre d'avoir des chances égales de réussite.

- Privilégier les dispositifs didactiques et pédagogiques favorisant le développement des compétences de résolution de problèmes et de réalisation de projets.

Le programme de mathématiques de 2003, issu de cette réforme s'inscrit dans l'optique éducative illustrée par l'article 10 de la nouvelle loi d'orientation de l'éducation et de l'enseignement scolaire qui stipule que :

> L'école veille dans le cadre de sa fonction de qualification à développer des compétences et des savoir-faire chez les élèves. … À cette fin l'école est appelée à faire acquérir aux apprenants l'aptitude à :
>
> - Utiliser les savoirs et les savoir-faire acquis pour la recherche des solutions alternatives dans la résolution des problèmes auxquels ils peuvent être confrontés ;
> - S'adapter aux changements ;
> - Prendre des initiatives et innover ;
> - Travailler en groupe ;
> - Apprendre tout au long de la vie. (Loi d'orientation de l'éducation, article 10)

La nouvelle orientation pédagogique institutionnalisée est celle de « l'approche par les compétences ». Fondée sur le paradigme socioconstructiviste de l'apprentissage, cette approche a fortement influencé les programmes scolaires et les outils didactiques qui restent en usage jusqu'à nos jours.

Le savoir algébrique à enseigner dans le programme officiel en vigueur a pour habitat institutionnel une rubrique intitulée *Activités algébriques*. Cette rubrique spécifie les contenus disciplinaires suivants :

1. Identités remarquables.
2. Fonctions linéaires – Fonctions affines.
3. Équations et inéquations linéaires du premier degré à une inconnue réelle.
4. Systèmes linéaires de deux équations à deux inconnues réelles.

Les aptitudes à développer sont ensuite précisées de façon exhaustive, en guise de *niches fonctionnelles* de ces objets de savoir:

1. Les élèves mobilisent les règles et les techniques de calcul algébrique pour :

- additionner, soustraire et multiplier des expressions algébriques ;
- calculer la valeur numérique d'une expression littérale ;
- développer, factoriser et simplifier des expressions algébriques en utilisant les produits remarquables ;
- résoudre des équations et des inéquations linéaires du premier degré à une inconnue ;
- résoudre des systèmes linéaires de deux équations du premier degré à deux inconnues.

2. Les élèves mobilisent un algorithme ou une procédure de calcul algébrique pour :

- déterminer le signe d'un binôme du premier degré ;
- résoudre des équations et des inéquations se ramenant à des équations et des inéquations du premier degré à une inconnue ;
- déterminer l'expression d'une fonction linéaire connaissant l'image d'un réel ;
- déterminer l'expression d'une fonction affine connaissant les images de deux réels distincts.

3. Les élèves résolvent des problèmes algébriques dans des situations mathématiques ou en rapport avec leur environnement dans des contextes familiers ou non familiers.
En particulier,

- les élèves modélisent des situations réelles menant à des équations, des inéquations ou des fonctions linéaires ou affines ;
- les élèves résolvent des problèmes d'optimisation ou de point de rencontre de deux mobiles.

Nous constatons que les objets d'enseignement de l'algèbre et leur contexte de fonctionnement marquent une réelle continuité avec les anciens programmes. En effet, l'enseignement de l'algèbre a toujours pour objet l'étude des équations, inéquations et applications affines ; toutefois, on dénote une avancée importante sur le plan méthodologique. Les pratiques algébriques ne sont plus considérées comme un objectif intermédiaire d'apprentissage, mais comme une compétence à part entière à développer.

Se voulant conforme aux nouveaux programmes, le manuel scolaire (Mcharek & al. 2003) vise le développement des sept compétences disciplinaires qui y sont prescrites. Dans sa préface, les auteurs rappellent le rôle des mathématiques dans la formation de l'esprit critique et de l'imagination créatrice et leur place de choix dans l'éducation citoyenne de chacun. Pour eux, le manuel doit être un outil de promotion scientifique, intellectuelle, culturelle et sociale s'adressant à tous les élèves dans leur diversité et quelle que soit leur vocation et indépendamment de leur niveau de maîtrise des savoirs acquis au terme de l'enseignement de base.

Le manuel se compose de seize chapitres, huit en *Travaux géométriques* et huit en *Travaux numériques*. Parmi ces derniers, le chapitre 11 traite des *Activités algébriques*. L'annexe 4 présente les compétences visées dans la partie *Activités algébriques* et le dispositif permettant leur développement chez les apprenants.

Dans sa majeure partie, le manuel est constitué exclusivement d'activités. Aucune organisation didactique ou mathématique n'est proposée. Seules des situations d'apprentissage et d'évaluation, accompagnées parfois d'indications et de rappels sont fournies en guise de supports de cours. La conception du cours, étant entièrement laissée à la charge des enseignants, ceux-ci se sentent la plupart du temps démunis et reprennent leurs anciens cours qu'ils enrichissent par des activités puisées dans le nouveau manuel. Paradoxalement, les élèves, quant à eux, ne peuvent utiliser ce manuel qui leur est en principe adressé sans l'aide de l'enseignant, en l'absence d'un cours clairement conçu et suffisamment adapté à leur profil cognitif.

À la fin de la première année d'utilisation de ce manuel, l'Inspection générale rapporte :

> […] ce manuel propose un ensemble de ressources, certes précieuses mais non structurées, pour la conception et l'élaboration des situations d'apprentissage. De ce fait, il constitue beaucoup plus un document d'accompagnement du programme qu'un manuel scolaire susceptible d'être exploité par des élèves de différents niveaux et confrontés à des difficultés linguistiques, cognitives et méthodologiques… Les enseignants et les élèves trouvent des difficultés à l'utiliser (choix et gestion des activités proposées). (Rapport de Synthèse de l'Inspection Générale de l'Éducation relatif aux visites d'inspection pédagogique, Ministère de l'Éducation, TUNISIE, 2003-2004, pp. 6-7)

IV. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Ce survol historique des programmes d'algèbre et des contenus des manuels scolaires de la première année secondaire en Tunisie, depuis les années soixante-dix jusqu'à nos jours, nous a permis d'apprécier l'évolution du rapport institutionnel à l'algèbre dans le système éducatif tunisien. Nous avons vu comment ce rapport a sensiblement évolué d'une relation institution-objet de savoir à l'époque des mathématiques modernes vers une relation plus pragmatique et utilitaire considérant l'algèbre comme un outil et un langage formel au service de la résolution des problèmes, en passant par des étapes intermédiaires (1986-1991) où l'algèbre a joué le rôle d'outil-objet, appris pour lui-même en tant que savoir mathématique exigible par l'institution en premier lieu, et utilisé plus tard dans des contextes d'application et de transfert.

L'analyse épistémologique appuyée par l'étude de l'évolution des praxéologies algébriques a montré qu'au cours des quatre précédents millénaires, trois champs épistémologiques s'y sont progressivement développés : le champ conceptuel, le champ syntaxique et le champ sémiotique.

Elle a mis en évidence la difficile genèse du formalisme algébrique en tant qu'outil de la pensée algébrique et a permis d'explorer les obstacles et les ruptures qui l'ont caractérisée.

Les principales caractéristiques épistémologiques, mises en lumière, montrent que :

- L'algèbre est structurellement et fonctionnellement attachée aux activités de résolution de problèmes mathématiques et extra-mathématiques qui constituent sa véritable raison d'être et son ultime champ d'application.
- Le développement des compétences algébriques nécessite la levée de l'obstacle du raisonnement numérique en assumant une rupture épistémologique arithmétique-algébrique. Les activités de résolution des problèmes déconnectés[11] (Marchand, Bednarz 2000) peuvent y contribuer efficacement.
- Sur le plan syntaxique, prenant naissance dans le champ numérique, l'algèbre n'a pu s'en détacher qu'au prix d'une double transition : procédural-structural (Kieran & al. 1980, pp. 6-7) et calcul numérique-manipulation littérale.
- Sur le plan conceptuel, une avancée importante a été réalisée avec le recours à la dialectique analyse-synthèse qui a eu l'avantage de favoriser une pensée algébrique efficace dans la résolution des problèmes.

L'analyse institutionnelle a mis en exergue la particularité évolutive du rapport institutionnel à l'algèbre dans le système éducatif tunisien. Ainsi, d'un rapport à un objet de savoir conceptuel (à l'époque des mathématiques modernes) on est passé à un rapport à un objet-outil (objet d'étude ensuite outil méthodologique) pour aboutir désormais à un rapport à un outil au service de la résolution des problèmes.

Cette analyse débouche sur les conclusions suivantes :

- Les praxéologies algébriques visées par l'institution scolaire sont, la plupart du temps, artificielles et dépassent le cadre de leurs applications. Ceci est notamment illustré par une virtuosité et des automatismes excessifs constatés lors des apprentissages du calcul algébrique.
- Le problème de l'apprentissage de la modélisation des situations reste entier et aucun éclairage institutionnel à son sujet n'est abordé. L'absence de technique suffisamment claire et intelligible de modélisation (mise en équation, en inéquation ou en système, usage de fonctions linéaires ou affines) est manifeste.
- Les manuels scolaires passent sous silence les éléments technologiques et théoriques sous-tendant les démarches et les raisonnements mathématiques mis en jeu dans les activités algébriques et n'apportent aucune réponse à des questions cruciales telles que: Pourquoi aborde-t-on l'étude des concepts étudiés ? À quelles questions ces concepts permettent-ils de répondre ?

---

[11] Un problème est dit déconnecté si aucun pont ne peut être établi *a priori* directement entre ses données.

- Toutefois, les praxéologies à développer dans l'enseignement/apprentissage de l'algèbre se sont réduites, au fil des années, à l'essentiel et deviennent progressivement mieux articulées entre elles. Elles visent désormais la résolution des problèmes du premier degré à ce niveau scolaire. Mais ce dernier objectif est souvent occulté et n'a pas été atteint faute d'interaction continue avec les problèmes dans l'avancée du cursus.

- Les nouveaux matériels didactiques proposent des activités diverses qui contribuent à illustrer les techniques algébriques mobilisées dans la réalisation des différentes tâches et à faciliter leur appropriation par les élèves. Toutefois, ces activités se ramènent, la plupart du temps, à des problèmes faiblement déconnectées encourageant souvent l'adoption d'une démarche arithmétique aux dépens des processus algébriques de résolution.

Eu égard à toutes ces considérations et ces faits historiques, il est légitime de se demander si l'institution prend effectivement en compte les obstacles épistémologiques ainsi dévoilés dans les processus de la transposition didactique. Plus précisément, nous nous demandons s'il est possible d'envisager une autre alternative didactique permettant de conjuguer les deux aspects conceptuel et opérationnel de l'algèbre dans une même et seule dynamique. Pouvons-nous faire en sorte que l'apprentissage de l'algèbre soit une réponse pertinente à un besoin éprouvé par les apprenants lorsqu'ils sont confrontés à un problème? Et quel est alors le degré d'efficacité et de pertinence d'un tel modèle ? Les réponses à ces questions pourront faire l'objet de recherches futures.

REFERENCES

Abdeljaouad M. (2002) Le manuscrit mathématique de Jerba : Une pratique des symboles algébriques maghrébins en pleine maturité, *Actes du 7e Colloque maghrébin sur l'histoire des mathématiques arabes*, Marrakech, 30-31 Mai et 1er Juin 2002.

Abgrall Ph. (2011-2012) *Histoire des mathématiques*, Cours de Mastère M1, ISEFC, Tunis.

Achour S. (2005) *L'introduction des fonctions linéaires et affines dans l'enseignement secondaire, d'une problématique de modélisation physique à l'ostension algébrique : Quelles alternatives possibles ?*, mémoire de DEA, Tunis : ISEFC.

Ben Nejma S. (2006) *Étude des rapports institutionnel et personnel aux équations via la mise en équation de problèmes en première année secondaire tunisien (3è en France) : Évolution de ces rapports dans la transition collège/lycée*, mémoire de DEA, Tunis : ISEFC.

Berthelot R., Salin M-H. (1993-1994) L'enseignement de la géométrie à l'école primaire. *Grand N* 53, 39-56, 48-50.

Boyé A. (2003) *François Viète, inventeur de l'algèbre ?*[en ligne], IREM, Pays de la Loire.
http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/3/usrn/fundoro/archivos%20adjuntos/publicaciones/otros_idiomas/frances/Seminario11-12/AnneBoye_FrancoisViete.pdf

Chevallard Y. (1992) Concepts fondamentaux de la didactique : Perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des Mathématiques* 12, 73-112.

Djebbar A. (2005) *L'algèbre arabe : genèse d'un art*. Paris, Vuibert-Adapt.

Gascon J. (1993) Un nouveau modèle de l'Algèbre élémentaire comme alternative à l'arithmétique généralisée. *Petit x* n° 37 ,43-63.

Douady R. (1992) Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement. *Repères-Irem* n°6, 133-134.

Duval R. & al. (1996) à propos de charades dont la solution est un système d'équations à deux inconnues. *Petit x* n° 44, 35 à 48.

Guichard J. P. (2000) Qu'est-ce que l'algèbre ? Un domaine ou un langage ?, L'algèbre au lycée et au collège. *Publication de l'IREM de Montpellier*, 40-57.

Høyrup J. (2002) *Lengths, widths, surfaces: A portrait of old Babylonian algebra and its kin, studies and sources in the history of mathematics and physical sciences*. Berlin et londres : Spinger.

Kieran C., Herscovics N. (1980) Donner de la signification au concept d'équation, *L'initiation à l'algèbre, Collection « Documents du CREM* (Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Be.) » n°3, 46-58.

Kouki R. (2006) Équations et inéquations au secondaire entre syntaxe et sémantique. *Petit x* n° 71, 7-28.

Marchand P., Bednarz N. (2000) Développement de l'algèbre dans un contexte de résolution de problèmes, *Bulletin AMQ* XL(4), 15-25.

Ministère de l'éducation de la Tunisie (2002) *Loi d'orientation n°2002-80 du 23 juillet 2002 relative à l'éducation et à l'enseignement scolaire*.

Ministère de l'éducation de la Tunisie, Inspection Générale de l'éducation (2003-2004), *Rapport de synthèses des inspections pédagogiques des Collèges et des Lycées*, Discipline : Mathématiques, multi-gr.

Moyon M. (2005) *Matériaux pour l'Histoire des Mathématiques en Europe du XII^e^ au XV^e^ siècles* : *Exemple du « Liber Restaurationis »*. Mémoire de Master en histoire des sciences, Universités de Lille 1 - Lille 3.

Proust C. (2006) Mathématiques en Mésopotamie, REHSEIS, en ligne sur *CultureMath*, <http://culturemath.ens.fr/nodeimages/images/chrono_mesopotamie.pdf>

Radford L. (1991) Diophante et l'Algèbre présymbolique. *Bulletin AMQ*, Décembre 1991-Mars 1992.

Rashed R. (1984) *Entre arithmétique et algèbre : recherche sur l'histoire des mathématiques arabes*. Paris : les belles lettres.

Vergnaud G. (2001) Forme opératoire et forme prédicative de la connaissance. Conférence publiée dans les *Actes du colloque GDM-2001*.

MANUELS SCOLAIRES TUNISIENS DE LA 1ÈRE ANNÉE SECONDAIRE

Manuel scolaire de 1976 : M. MONGE, M. GUINCHAN, J-P. PELLE, *Mathématiques Classe de troisième*, édition Belin, 1972.

Manuel scolaire de 1986 : Kachoukh B, Hachfi A, Bel Haj Salem M, Tangour M, *Mathématiques 4ème Math-Sciences et Math-Technique*, CNP Tunis.

Manuel scolaire de 1991 : Tarifa S, SMIDA H, Klila S, Mhamdi N, *Mathématiques 4ème année secondaire*, CNP Tunis, édition 1991.

Manuel scolaire de 2003 : Mcherek R, Mhamdi N, Klila S, Ben Youssef L, *Mathématiques 1ère année secondaire*, CNP Tunis.

ANNEXES

Annexe 1 : Exemples d'organisations didactiques préconisées par le manuel de 1986 (commentées)

Chapitres	Leçons	Paragraphes	Contenus	Commentaires
4- Équations et inéquations du premier degré à une inconnue	4.1-Équations	4.1.1-Notion d'équation	4.1.1.1-Exemple : Considérons les applications f et g définies par $f(x)=x^2+3x+2$ et $g(x)=4(x+1)$ 1.Monter que f et g ne sont pas égales. 2.Montrer que $f(-1)=g(-1)$ et $f(2)=g(2)$. Les réels -1 et 2 sont appelés solutions dans IR de l'équation $f(x)=g(x)$.	C'est le premier moment de l'étude. Les élèves sont confrontés à des égalités du type $f(x)=g(x)$ où f et g sont des applications de IR dans IR et x un réel quelconque. Les types de tâches qu'ils ont à réaliser sont successivement T_1 : Montrer que deux applications ne sont pas égales, dont une technique possible est : τ_1 : Trouver un réel a tel que $f(a)\neq g(a)$.

				T_2 : Vérifier l'égalité de deux applications pour une valeur donnée de la variable. La technique correspondante est : τ_2: Calculer les images de cette valeur de la variable par les deux applications et constater leur égalité. La technologie justifiant ces techniques est constituée de la définition de l'égalité de deux applications et de toutes les règles de calcul dans IR.
			4.1.1.2-Définitions : Soient deux applications numériques à variable réelle f et g. S'il existe un réel x_0 tel que $f(x_0)=g(x_0)$, on dit que x_0 est *solution* dans IR de *l'équation* $f(x)=g(x)$ où x représente *l'inconnue*. *Résoudre* dans IR l'équation $f(x)=g(x)$, c'est trouver l'ensemble S des solutions de cette équation.	Selon cette organisation didactique, l'enseignant fait fonctionner le *contrat d'ostension*, sous sa forme *déguisée* pour montrer le savoir. L'étude de l'exemple préliminaire aurait servi d'illustration concrète des définitions et de masquer cette ostension magistrale.
			4.1.1.3-Remarque : Soient f et g deux applications d'une partie E de IR dans IR, résoudre dans E l'équation $f(x)=g(x)$ c'est trouver l'ensemble S, inclus dans E, des solutions de cette équation.	Il s'agit d'une autre définition concernant la résolution, dans une partie de IR, d'une équation. Le savoir est, là, montré par un procédé *d'ostension assumée*.
		4.1.2- Équations équivalentes	4.1.2.1-Exemple : Soient les équations $3+x=5$ et $10+x=12$, l'ensemble des solutions de chacune de ces équations est S={2}. On dit que ces deux équations sont équivalentes.	Aucune activité n'est demandée. Juste une illustration magistrale et prématurée de la définition est visée.
			4.1.2.2-Définition : Deux équations sont dites équivalentes dans IR si et seulement si elles ont le même ensemble de définition dans IR.	Rien n'est dit sur la raison d'être de cette définition ni de son utilité potentielle ou future.
			4.1.2.3- Exercice : Soient les équations $x+2=5$ et $x-1=7$. Ces deux équations sont-elles équivalentes dans IR ?	Le type de tâches proposé est « T : Montrer que deux équations ne sont pas équivalentes ». L'objet de la technique τ est tout indiqué : Montrer que les équations proposées n'ont pas le même ensemble de solutions, conformément à la définition qui joue le rôle de la technologie θ justifiant τ: τ_1: On résout les deux équations et on montre qu'elles n'ont pas le même ensemble de solutions. τ_2: On montre qu'un nombre (par exemple 3) est solution de l'une sans être solution de l'autre.
			4.1.2.4- Théorème : Soient f, g et h trois applications de IR dans IR. Les équations $f(x)=g(x)$ et $f(x)+h(x)=g(x)+h(x)$ sont équivalentes dans IR. - Démonstration : On montre que $\{x\epsilon IR,\ f(x)=g(x)\} = \{x\epsilon IR,\ f(x)+h(x)=g(x)+h(x)\}$	Ces deux théorèmes constituent les deux principaux éléments technologiques servant à justifier les techniques de réduction des équations.
			4.1.2.5- Théorème : Soient f et g deux applications de IR dans IR et λ un réel non nul. Les équations	

			$f(x)=g(x)$ et $\lambda f(x)=\lambda g(x)$ sont équivalentes dans IR. Démonstration : On montre que $\{x\epsilon IR,\ f(x)=g(x)\}=\{x\epsilon IR,\ \lambda f(x)=\lambda g(x)\}$	
			4.1.2.6- Définition : On appelle équation du premier degré à une inconnue *x*, toute équation se ramenant à la forme $ax+b=0$, où *a* et *b* sont des réels donnés.	Cette définition ne pourrait avoir du sens qu'à travers des activités de transformation d'équations les ramenant à la forme canonique indiquée. Par ailleurs, un flou subsiste quant à la nature de la transformation utilisée à cette fin. Les équations $\sqrt{x-1}=2$ et $\frac{1}{x+3}=5$ se ramènent toutes les deux, à la forme $ax+b=0$, est-ce qu'elles sont pour autant des équations du premier degré ?
		4.1.3- Résolution de l'équation	4.1.3.1- Résolution : $ax+b=0$ équivaut à $ax=-b$ 1er cas $a\neq 0$ on a : $x=-\frac{b}{a}$ 2ème cas : $a=0$ Si $b\neq 0$ alors S=Ø Si $b=0$ alors S=IR	Aucune justification n'est donnée. C'est comme si on veut outiller les élèves d'un algorithme applicable à toute circonstance. Ceci est confirmé par la batterie d'exercices proposés en guise de travail de la technique ainsi donnée.
			4.1.3.2-Exercices : Résoudre dans IR : $3(2x+1) - 2(1-x) = 1-4x$, ….. Résoudre et discuter dans IR : $(m-1)x + (3m-1) = 0$, …..	C'est le moment de l'étude consacré à travailler et consolider les techniques acquises. Les équations avec paramètre refont surface comme dans les années soixante après une longue absence due à l'avènement des mathématiques modernes. Mais cette apparition n'est justifiée ni conceptuellement ni fonctionnellement.
		4.1.4- Équations se ramenant au premier degré	Exercices : Résoudre dans IR $x^3 - 4x = 0$, $(x-3)(x-5) = 7(x-3)$, …. $\frac{x^2-4}{(x-2)^2}=0$, …	Les techniques de résolution sont laissées au choix des enseignants. Aucune indication n'est suggérée.
		4.1.5- Exercices résolus	-Résoudre dans IR l'équation : $\sqrt{x^2}+\sqrt{(x-1)^2}=1$ -Déterminer le réel *a* de façon que l'équation $4(x+2) - x/5 = 7+ax$ n'ait pas de solution.	La première équation se ramène à $\lvert x\rvert+\lvert x-1\rvert=1$ et nécessite des études séparées dans trois intervalles de IR. Le deuxième exercice pose un problème redoutable en algèbre : La distinction des inconnues des paramètres. La prise de conscience de cette distinction ne peut se faire qu'en situation significative. N'oublions pas que DIOPHANTE distinguait déjà au 3ème Siècle le statut des paramètres (nombres donnés) et des inconnues, mais il ne symbolise pas les premières ; il a fallu attendre 13 siècles pour assumer cette symbolisation permettant de résoudre des problèmes en toute généralité, ce qui a été réalisé dans l'œuvre de VIÈTE.

Annexe 2 : Le programme d'algèbre de 1991

Thèmes	Objectifs spécifiques L'élève sera capable de :	Contenus	Recommandations
Opérations dans IR	Mettre en œuvre les règles opératoires dans IR et les règles sur les puissances pour : -Calculer la valeur d'une expression numérique ou une expression littérale pour des valeurs données des variables -Simplifier l'écriture d'une expression littérale	-Propriétés des opérations dans IR -Puissances d'exposants entiers relatifs -Propriétés -Valeur absolue d'un réel -Propriétés	-Les acquis antérieurs seront exploités et consolidés -Le calcul numérique et le calcul littéral seront menés de pair. -Les élèves utiliseront la calculatrice pour effectuer des calculs numériques.
Produits remarquables	Développer et factoriser une expression algébrique en utilisant des produits remarquables.	Produits remarquables: $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $(a + b)(a - b)$, $(a + b)^3$, $(a - b)^3$, $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$, $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$	-Aucune virtuosité n'est demandée dans les exercices de factorisation -On donnera aux élèves l'occasion de factoriser tout le long de l'année.
Racines carrées	-Trouver les réels x tels que $x^2 = a$ où $a \in IR^+$ -Mettre en œuvre les règles de calcul sur les radicaux pour simplifier l'écriture d'une expression ou pour en trouver la valeur exacte ou une valeur approchée.	-Racine carrée d'un réel positif -Racine carrée d'un produit -Racine carrée d'un quotient	-On consolidera les acquis antérieurs -Les opérations sur les radicaux superposés sont hors programme -Les élèves utiliseront la touche de la calculatrice pour trouver une valeur approchée ou exacte d'expressions numériques contenant des radicaux.
Ordre dans IR	-Comparer des réels -Encadrer une somme ou un produit de réels -Représenter un encadrement sur une droite graduée.	-Ordre dans IR -Intervalles de IR -Addition et ordre -Multiplication et ordre.	Les acquis antérieurs seront consolidés et complétés au niveau du vocabulaire et de l'expression mathématique.
Applications linéaires et affines	-Représenter graphiquement une application linéaire ou affine -Lire et interpréter des représentations graphiques de telles applications -Restriction d'une application linéaire ou affine. -Représenter graphiquement la restriction d'une application linéaire ou affine sur un intervalle donné de IR.	-Applications linéaires -Applications affines	-Les notions d'application d'un ensemble vers un autre et de restriction d'une application sur un intervalle de IR seront introduites au cours des activités et on évitera de s'attarder sur leurs aspects théoriques. -Les applications linéaires et affines seront appréhendées sous les trois aspects suivants : numérique, graphique et relationnel entre deux variables - On mettra en évidence la relation entre les fonctions linéaires et la proportionnalité.
Équations et problèmes	-Mettre en équation ou en inéquation un problème donné -Résoudre une équation ou une inéquation du premier degré à une inconnue réelle. -Représenter graphiquement les solutions d'une équation à deux inconnues réelles. -Résoudre un système de deux équations du premier degré à deux inconnues réelles -Représenter graphiquement les solutions d'une inéquation du 1er degré à deux inconnues.	Exemples d'étude de problèmes conduisant à : -Une équation ou une inéquation du premier degré à une inconnue réelle. -Une équation du premier degré à deux inconnues réelles -Un système de deux équations du premier degré à deux inconnues réelles. -Des inéquations du 1er degré à deux inconnues	-Les problèmes seront puisés dans le domaine mathématique ou dans le domaine des autres disciplines (Physique par exemple) ou encore dans l'environnement social et économique de l'élève. -Pour la résolution de tout problème, on dégagera nettement les différentes phases : Choix de l'inconnue ou des inconnues ; mise en équation ; résolution de l'équation ou de l'inéquation ou du système obtenus ; vérification et interprétation des résultats. -On pourra s'aider d'interprétations graphiques.

		réelles.	

Annexe 3 : Exemples d'organisations algébriques préconisées par le manuel de 1991

Chapitres	Types de tâches (T)	Techniques (τ)	Blocs technologico-théoriques [θ,Θ]
-Équations et inéquations à une inconnue	T_{11}-Vérifier qu'un réel donné est solution d'une équation ou inéquation. T_{12}-Résoudre une équation ou une inéquation du premier degré à une inconnue. T_{13}-Résoudre une équation ou une inéquation se ramenant au premier degré. T_{14}-Représenter graphiquement les solutions d'une équation ou inéquation. T_{15}-Mettre un problème en équation ou en inéquation et le résoudre.	τ_{11}-Remplacer l'inconnue par ce réel et vérifier l'égalité ou l'inégalité des deux membres. τ_{121}-Ramener l'équation ou l'inéquation à la forme réduite et appliquer l'algorithme de résolution. τ_{122}-Dresser le tableau du signe de binômes. τ_{13}-Transformer l'équation ou l'inéquation sous la forme $F(x)=0$ (resp $F(x)<0$, $F(x)\leq 0$), factoriser $F(x)$ et appliquer l'intégrité de (IR,+,x) ou les règles de signes dans IR. τ_{14}-Utiliser un axe représentant la droite réelle. τ_{15}-*Technique non indiquée dans le manuel.*	-Règles concernant l'ordre et les opérations dans IR. -Algorithme et procédure de résolution d'une équation du 1[er] degré. -Identités remarquables. -Définition, réunion, intersection des Intervalles de IR.
-Applications linéaires	T_{16}-Déterminer une application linéaire à partir de la donnée d'un réel non nul et de son image. T_{17}-Représenter graphiquement une application linéaire f donnée par : $f(x)=ax$. T_{18}-Résoudre un problème en utilisant une application linéaire.	τ_{16}-Résoudre l'équation $ax_0=y_0$ où a est l'inconnue et x_0 et y_0 sont donnés. τ_{171}-Tracer la droite (OM_0) où $M_0(x_0, y_0)$ et $y_0=ax_0$. τ_{172}-Tracer (OA) où $A(1,a)$. τ_{18}-*Aucune technique n'est indiquée.*	-Définition d'une application linéaire et sa notation : $x \mapsto ax$ -Repères cartésiens du plan. -Théorème donnant la représentation graphique d'une application linéaire.
-Applications affines	T_{19}-Déterminer une application affine donnée par deux réels et leurs images. T_{20}-Déterminer une application affine $x \mapsto ax+b$ donnée par l'un des coefficients a *ou* b et la donnée d'un réel non nul et son image. T_{21}-Représenter graphiquement une application affine. T_{22}-Interpréter la représentation graphique d'une application affine. T_{23}-Résoudre des problèmes en utilisant des applications affines.	τ_{19}-Appliquer le résultat : $b=f(0) \quad et \quad a=\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$ τ_{20}-Appliquer l'un des résultats : $a=a_0$ *et* $b=y_0-a_0x_0$ ou $b=b_0$ et $a=\frac{y_0-b_0}{x_0}\ ,\quad x_0\neq 0$ τ_{211}-Tracer la droite (AB) où A et B sont deux points de la représentation graphique. τ_{212}-Tracer la droite passant par $B(0,b)$ et parallèle à OA où $A(1,a)$. τ_{22}-*Aucune technique n'est précisée.* τ_{23}-*Aucune technique n'est précisée.*	-Définition d'une application affine et sa notation : $x \mapsto ax+b$ -Propriétés d'une application affine. -Repère cartésien du plan. -Théorème (admis) du régionnement du plan.
-Systèmes d'équations et d'inéquations à deux inconnues.	T_{24}-Résoudre un système de deux équations à deux inconnues. T_{25}-Représenter graphiquement les solutions d'un système d'équations du premier degré à deux inconnues.	τ_{241}-Utiliser la méthode de substitution. τ_{242}-Utiliser la méthode d'élimination. τ_{25}-Utiliser les représentations graphiques de deux applications affines convenables. τ_{26}-Utiliser le théorème du	-Définitions, propriétés et théorèmes concernant les équations et les inéquations du premier degré à une ou deux inconnues. -Repère cartésien du plan

	T_{26}-Résoudre graphiquement un système d'équations ou d'inéquations du premier degré à deux inconnues. T_{27}-Mettre un problème en équation ou en inéquation et le résoudre.	régionnement du plan. *τ_{27}-Aucune technique d'ordre général n'est indiquée.*	-Théorème du régionnement du plan.

Annexe 4 : Les compétences algébriques visées par le manuel de 2003 et leurs composantes

Chapitres	Compétences mathématiques Exigibles :	Composantes de la compétence			Contextes de réalisation
		Capacités	Habiletés	Contenus mobilisés	
Activités algébriques	**1-Pratiquer une démarche mathématique. 2-Communiquer dans un langage mathématique. 3-Mobiliser des algorithmes et des procédures. 4-Résoudre des problèmes. 5-Organiser et analyser l'information. 6-Utiliser les technologies de l'information et de la communication. 7-Apprécier la contribution des mathématiques au développement de l'individu et de la société.**	Mobiliser des règles, des algorithmes, des procédures et des techniques algébriques en contexte de résolution de problèmes.	-Concevoir une expression littérale modélisant une situation. -Interpréter une expression littérale. -Trouver une valeur numérique d'une expression littérale pour des valeurs données des variables. -Factoriser une expression à l'aide des identités remarquables. -Transformer l'égalité de deux expressions en une égalité équivalente.	-Propriétés de + et x dans IR. -Identités remarquables.	-Situations familières ou non familières en contextes intra- ou extra-mathématiques. -Situations faisant intervenir : L'égalité de deux expressions, la mesure de grandeurs et/ou une lecture graphique.
Fonctions linéaires		Mobiliser le concept de fonction linéaire pour analyser, modéliser et résoudre une situation-problème.	-Reconnaître une situation de linéarité. -Déterminer une fonction linéaire connaissant l'image d'un réel. -Représenter graphiquement une fonction linéaire. -Lire et interpréter le graphique d'une fonction linéaire.	-Fonction linéaire. -Représentation graphique d'une fonction linéaire.	-Détermination graphique du coefficient d'une fonction linéaire. -Problèmes de pourcentage. -Construction de segments de longueur *a.b* ou *1/b* où *a* et *b* sont deux nombres non nuls donnés.
Équations et inéquations du premier degré à une inconnue		Résoudre des problèmes du premier degré.	-Résoudre des équations et des inéquations du premier degré à une inconnue. -Résoudre des équations et des inéquations se ramenant à des équations et des inéquations du premier degré à une inconnue.	-Équation et inéquations du 1er degré à une inconnue. -Équation $x^2=a$. -Signe d'un binôme du premier degré.	-Mise en équation d'un problème. -Mobilisation du signe d'un binôme pour résoudre un problème d'optimisation de coût. -Recherche d'une quatrième proportionnelle.
Fonctions affines		Mobiliser le concept de fonction affine pour analyser, modéliser et résoudre une situation-	-Déterminer une fonction affine connaissant les images de deux nombres. -Reconnaître une situation modélisable par une fonction	-Fonction affine. -Représentation graphique d'une fonction affine.	-Détermination de taux d'accroissement. -Conversion des températures (degré Celsius/degré Fahrenheit) -Vitesse du son. -Résolution

		problème.	affine. -Représenter graphiquement une fonction affine. -Lire et Interpréter le graphique d'une fonction affine.		graphique d'une équation ou d'une inéquation.
Systèmes de deux équations à deux inconnues		Résoudre des problèmes modélisables par des systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues.	-Résoudre graphiquement une équation du premier degré à deux inconnues. -Résoudre un système de deux équations du 1^{er} degré à deux inconnues. -Résoudre graphiquement un système de deux équations du 1^{er} degré à deux inconnues.	-Équation du premier degré à deux inconnues. -Systèmes de deux équations du 1^{er} degré à deux inconnues. -Résolution par substitution ou par élimination -Résolution graphique.	-Modélisation d'un problème par une équation du premier degré à deux inconnues. -Modélisation d'un problème par un système de deux équations du 1^{er} degré à deux inconnues. -Résolution de problèmes d'optimisation.