

Pluralités culturelles et universalité des mathématiques :
enjeux et perspectives pour leur enseignement
et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015



PROPOSITION D'UN CADRE D'ANALYSE DE SITUATIONS DE FORMATION DES PROFESSEURS DES ÉCOLES

Claire GUILLE-BIEL WINDER* – Edith PETITFOUR** – Pascale MASSELOT*** – Yves
GIRMENS****

Résumé – Cet article présente un cadre d'analyse de situations de formation destinées aux professeurs des écoles. Ce cadre aide à conduire une analyse des ressources conçues pour les formateurs d'enseignants. Il permet d'interroger les potentialités des situations dans le but de les adapter aux contraintes de formation imposées. Il vise aussi à favoriser une meilleure appropriation de ces ressources. À cette étape de son élaboration, le cadre se structure en cinq paliers d'étude permettant de caractériser les activités de formation en fonction de leur nature, du positionnement du formé et des connaissances convoquées (mathématiques, didactiques, voire pédagogiques). L'utilisation potentielle de ce cadre est illustrée dans l'analyse de trois situations de formation.

Mots-clefs : situation de formation, stratégies de formation, cadre d'analyse, paliers, professeurs des écoles.

Abstract – This article presents an analysis model of training situations intended for primary school teachers. This model allows an analysis of resources which are conceived for teacher tutors. It allows to question the potentialities of those situations in order to adapt them to the framework of the training. It also aims at improving the appropriation of these resources. The model is structured into five stages of study allowing to characterize the training activities according to their nature, to the positioning of the trainee and to the knowledge required (in mathematics, didactics, and eventually pedagogy). The use of this model is illustrated in training situations.

Keywords: training situation, training strategies, analysis model, stages, primary school teacher.

Dans le domaine de la formation en mathématiques des professeurs des écoles, les réflexions menées notamment par la COPIRELEM (Commission Permanente des IRem sur l'enseignement **ELEM**entaire) depuis plus de trente ans, ont conduit à la production d'un grand nombre de documents à destination des formateurs des professeurs des écoles mais également des professeurs des écoles. Les formations de formateurs organisées par la COPIRELEM visent à présenter, en vue de les transmettre, des « situations de formation » aux formateurs d'enseignants afin qu'ils puissent les utiliser comme ressources par la suite en formation d'enseignants, en les adaptant aux besoins de leur public en formation initiale ou continue. Or, la mise à disposition des formateurs de ressources dont la qualité est reconnue par un collectif ne suffit pas à garantir leur appropriation, à savoir une compréhension de leurs

* COPIRELEM – France – claire.winder@free.fr

** COPIRELEM – France – edith.petitfour@univ-lorraine.fr

*** COPIRELEM – France – pmasselot@aol.com

**** COPIRELEM – France – yves.girmens@free.fr

finalités et enjeux de formation ainsi que des modalités de mises en œuvre envisageables. Pour tenter de répondre à cette question de formation de formateurs, il nous a semblé nécessaire de construire un outil d'analyse de « situations de formation ».

Notre cadre d'analyse des « situations de formation » vise ainsi dans un premier temps à interroger les potentialités de ces situations pour pouvoir les adapter à un public choisi dans le contexte de contraintes de formation imposées. Il contribue aussi à clarifier les enjeux dans les différentes phases de la mise en œuvre, enjeux liés à des objectifs de formation mathématiques, didactiques ou pédagogiques. À terme, il s'agit de permettre aux utilisateurs de ces ressources de mieux appréhender et de s'approprier, de manière plus fidèle aux intentions des concepteurs, les enjeux de formation sous-jacents. La présentation du cadre d'analyse fait l'objet de la première partie de ce texte.

Pour l'illustrer, nous avons fait le choix d'analyser trois situations particulières de formation de type homologie et/ou transposition en référence à la typologie établie par Kuzniak (2003). Dans une stratégie basée sur la transposition, le formateur cherche à transmettre un savoir de référence sur l'enseignement et tente de maîtriser le phénomène d'adaptation opéré par les formés. Dans une stratégie de formation basée sur l'homologie-transposition, le formateur fait vivre une situation de résolution d'un problème, selon les conceptions et choix didactiques et pédagogiques qu'il souhaite voir mis en œuvre dans leur enseignement par les formés qui l'expérimentent, moyennant une adaptation au niveau où ils enseignent de certains aspects mathématiques, didactiques et pédagogiques (travail de transposition). Les trois parties suivantes présentent l'analyse, selon notre cadre, de la mise en œuvre de deux situations de formation par homologie-transposition et d'une situation de formation basée sur la transposition. Un premier fonctionnement de ce cadre d'analyse en cours d'élaboration a été développé autour de ces trois situations lors du XXXXI^{ème} colloque de la COPIRELEM (Danos, Masselot, Simard & Winder 2015 ; Mangiante-Orsola & Petitfour 2015 ; Aubertin & Girmens 2015).

I. DIFFÉRENTS PALIERS D'ÉTUDE DES POTENTIALITÉS D'UNE SITUATION DE FORMATION

Dans cette première partie, nous présentons notre cadre d'analyse d'une « situation de formation ». Nous utilisons ici le mot « situation » au sens de (Brousseau 2010) :

Une situation est caractérisée dans une institution par un ensemble de relations et de rôles réciproques d'un ou de plusieurs sujets (élève, professeur, etc.) avec un milieu, visant la transformation de ce milieu selon un projet. Le milieu est constitué des objets (physiques, culturels, sociaux, humains) avec lesquels le sujet interagit dans une situation. Le sujet détermine une certaine évolution parmi des états possibles et autorisés de ce milieu, vers un état terminal qu'il juge conforme à son projet. (...) . La situation permet de « comprendre » les décisions du professeur et des élèves, erreurs ou appropriées. (Brousseau 2010, p.2)

Ainsi une « situation de formation » est pour nous une situation impliquant des formés (étudiants en formation initiale ou enseignants en formation continue), et des formateurs au sein d'une institution de formation d'enseignants. Elle consiste en un ensemble d'activités proposées par le formateur et construites autour d'une activité que nous appellerons activité « amorce ».

Dans notre analyse d'une situation de formation, nous prenons en compte l'ensemble des activités proposées par le formateur en les caractérisant en fonction de leur nature, et en explicitant, pour chacune d'entre elles, le positionnement du formé ainsi que les connaissances convoquées. La prise en compte de ces différents critères nous permet de définir cinq paliers d'étude caractéristiques.

1. *Connaissances convoquées*

En ce qui concerne les connaissances, Houdement (1995) et Kuzniak (1994), en utilisant une métaphore issue de la Théorie des Situations Didactiques (Brousseau 1998), ont identifié trois types de « savoirs utiles pour enseigner » (Houdement 2013, p.12) :

Le **savoir mathématique** correspond aux mathématiques nécessaires à l'enseignant pour préparer, réguler et évaluer sa séance et ses élèves.

Le **savoir didactique** est, par définition, nourri par les recherches en didactique sur les mathématiques du primaire. *A priori* ce savoir a vocation à être théorique mais (...) une transposition est nécessaire pour rendre accessible en centre de formation des « savoirs utiles » (...).

Le **savoir pédagogique** ou « savoir d'expérience » (Portugais, 1995) (...) se caractérise par son oscillation entre deux pôles, l'un théorique mais parfois très éloigné de la pratique future des étudiants (par exemple, le fait que les pratiques constructivistes de l'apprentissage prennent le pas sur les conceptions behavioristes), l'autre proche du sens commun et de la pratique (...) mais privée de l'adaptabilité d'un modèle plus théorique. (Houdement 2013, pp. 12-13)

Dans les différentes activités, nous distinguons alors les connaissances mathématiques ainsi que les connaissances didactiques et pédagogiques que l'on vise à faire acquérir aux formés. Ces connaissances sont soit mobilisées en acte, soit explicitées en contexte par le formateur, soit décontextualisées pour devenir mobilisables dans d'autres contextes. Les connaissances mathématiques sont mobilisées en acte lorsqu'elles sont utilisées comme outil (Douady 1986) dans l'activité mathématique considérée. Cette dernière peut être soit vécue, avec la réalisation effective de ce qui est demandé (réalisation de manipulations, élaboration et rédaction d'une solution), soit évoquée, avec une résolution mentale. Les connaissances mathématiques sont explicitées en contexte lorsque leur utilisation dans l'activité en tant qu'outil est formulée et elles sont décontextualisées lorsqu'elles sont présentées en tant qu'objet, généralement dans une phase d'institutionnalisation. Concernant les connaissances didactiques ou pédagogiques, elles sont mobilisées en acte dans l'identification des choix didactiques ou pédagogiques effectués dans l'activité mathématique considérée, elles sont explicitées en contexte dans une analyse des implications de ces choix et elles sont décontextualisées dans la mise en évidence et l'explicitation des concepts didactiques ou pédagogiques sous-jacents.

2. *Positionnement du formé*

Dans une situation de formation, nous distinguons trois positionnements spécifiques attendus du formateur de la part du formé, dont ce dernier peut ou non être conscient. Ainsi, le formé est placé dans une position d'élève par rapport aux connaissances mathématiques lorsqu'il doit réaliser l'activité mathématique ou lorsqu'il s'intéresse aux connaissances mathématiques décontextualisées de cette activité. Il est placé dans une position d'enseignant lorsqu'il étudie des activités à destination des élèves ou des productions d'élèves, lorsqu'il analyse les conditions de mise en œuvre en classe de l'activité mathématique considérée ou encore lorsqu'il entre dans un questionnement plus large sur les pratiques de classe ou sur les enjeux d'apprentissages mathématiques. Enfin, il est placé dans une position de chercheur lorsqu'il s'agit de problématiser une question professionnelle en lien avec les pratiques de classe et les enjeux d'apprentissage.

3. *Nature des activités*

Dans une situation de formation, nous pouvons alors distinguer des activités de natures différentes qui induisent (implicitement ou explicitement) des positionnements spécifiques de la part du formé, en convoquant des connaissances mathématiques, didactiques et/ou

pédagogiques pouvant être présentes en acte, être explicitées en contexte ou être décontextualisées :

- l'activité mathématique : elle peut être vécue ou évoquée, le formé étant placé en position d'élève par rapport aux connaissances mathématiques à mobiliser ou à construire ; les connaissances mathématiques en acte, voire aussi explicitées en contexte, sont convoquées ;
- l'analyse réflexive de cette activité mathématique : elle fait apparaître les connaissances mathématiques décontextualisées (ce qui place le formé en position d'élève apprenant ou revisitant les mathématiques), ainsi que des connaissances didactiques et/ou pédagogiques en acte (initiant le changement de positionnement du formé vers une position d'enseignant) ;
- l'analyse des conditions de mise en œuvre (effective ou seulement anticipée) de cette activité mathématique : elle nécessite un positionnement d'enseignant de la part du formé ; les connaissances didactiques et/ou pédagogiques sont explicitées en contexte ;
- l'analyse réflexive de l'activité pédagogique et/ou didactique précédente : elle conduit à la décontextualisation des connaissances didactiques et/ou pédagogiques ; elle peut se présenter sous la forme d'un questionnement plus large portant sur les pratiques de classe (situations d'apprentissage spécifiques, gestes professionnels, ...), ou sur les enjeux d'apprentissages mathématiques d'un ou de plusieurs contenus (programmes, progressions, ...), ou bien encore sous la forme d'une mise en évidence d'outils d'analyse didactique (phases d'une situation didactique, types de tâches, ...) ; le formé a un positionnement d'enseignant ;
- la problématisation de questions professionnelles en lien avec les pratiques de classe, les enjeux d'apprentissage et/ou les outils d'analyse didactique : elle permet un positionnement de chercheur notamment lorsqu'il s'agit d'élaborer une méthodologie d'analyse de cette question et d'en inférer des résultats.

4. Paliers d'étude

Le tableau 1 récapitule les caractéristiques des cinq paliers d'étude que nous distinguons même s'ils sont imbriqués et « se chevauchent » parfois.

Palier	Nature de l'activité	Positionnement du formé	Connaissances		
			mathématiques	didactiques	pédagogiques
0	Activité mathématique (vécue ou évoquée)	Elève	En acte et/ou explicitées en contexte		
1	Analyse réflexive de l'activité mathématique du palier 0.	Elève Enseignant.	Décontextualisées	En acte	En acte
2	Analyse des conditions de mise en œuvre (effective ou possible) de l'activité du palier 0.	Enseignant.		Explicitées en contexte	Explicitées en contexte
3	Analyse réflexive de l'activité didactique et pédagogique du palier 2.	Enseignant.	Décontextualisées	Décontextualisées	Décontextualisées
4	Problématisation d'une question professionnelle en lien avec le palier 3.	Chercheur.			

Tableau 1 – Caractéristiques des cinq paliers d'étude

La structure retenue pour notre analyse, représentée en Figure 1, est ainsi sous forme de « paliers emboîtés » : chaque palier correspond à une mise à distance, un pas de côté, mettant en jeu des connaissances mathématiques et/ou didactiques et/ou pédagogiques, à partir de l'étude du palier précédent. Le passage d'un palier n à un palier $n + 1$ s'accompagne soit d'un changement de positionnement du formé (d'élève à enseignant ou d'enseignant à chercheur avec parfois des intermédiaires), soit d'une mise à distance dans un positionnement donné en lien avec le degré de décontextualisation (en acte, explicité en contexte, décontextualisé) des connaissances.

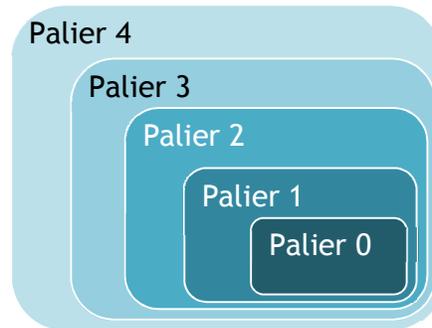


Figure 1 – Structure retenue pour le cadre d'analyse : paliers d'étude emboîtés

Pour réaliser une activité se situant à un palier $n + 1$, le formé doit faire appel à des connaissances relatives aux paliers précédents. Nous faisons donc l'hypothèse qu'il n'est pas possible d'exploiter une situation à un palier $n + 1$ si les formés ne possèdent pas les acquis correspondants du palier n . Ainsi chaque palier englobe le précédent.

II. LA SITUATION « LE SOLIDE CACHÉ »

La situation du « solide caché » (IREM de Lille 2000) est à l'origine une situation proposée pour des élèves de 8 à 11 ans (6^{ème} à 8^{ème} année du primaire). Elle a été adaptée pour en faire une situation de formation présentée, dans différentes versions, dans des ateliers lors des colloques de la COPIRELEM de Strasbourg (2005) et de Dijon (2011) et lors d'un stage de formation de formateurs de professeurs des écoles en didactique des mathématiques organisé par la COPIRELEM (Séminaire de formation des nouveaux formateurs Tours 2005). La version de la situation présentée ici a été mise au point à l'occasion de plusieurs sessions de formation initiale et continue et a été présentée lors d'un atelier du colloque COPIRELEM de Mont de Marsan (Aubertin & Girmens 2015).

1. Description de l'activité « amorce » de la situation du solide caché

Un solide est caché dans une poche. On le désignera dans ce qui suit comme « solide référent ». L'activité consiste à réaliser un patron pour fabriquer un solide « identique » au solide caché (c'est-à-dire de même forme et à la même échelle), à partir des réponses obtenues (de type « oui » ou « non » ou un nombre associé exclusivement à une mesure de longueur) à une suite de questions.

Phase 1

Un groupe de trois formés, nommé G_1 est constitué. Le solide référent lui est confié sans que les autres formés ne le voient. Le groupe G_1 se retire avec le solide et doit imaginer les questions qui peuvent lui être posées et quelles réponses il doit donner. Les autres formés sont répartis en deux autres groupes G_2 et G_3 pour réfléchir et se mettre d'accord sur les questions qu'ils décideront de poser. Chaque groupe note ses questions sur une feuille.

Phase 2

Chacun des groupes G_2 et G_3 pose à tour de rôle une question à laquelle le groupe G_1 répond par « oui » ou « non » ou un nombre associé exclusivement à une mesure de longueur ou bien « on ne peut pas répondre » si la question appelle une réponse autre que « oui » ou « non » ou porte sur un nom de solide.

Un formateur note au tableau les questions avec la réponse apportée dans l'ordre où elles apparaissent. Quand il l'estime utile, il peut proposer des pauses afin de permettre à chaque groupe de se concerter pour faire le point et ajuster son questionnement.

Phase 3

Une dernière pause ayant permis aux groupes G_2 et G_3 de conclure qu'ils disposaient d'assez d'informations pour déterminer un patron, chaque groupe est invité à se concerter pour construire un patron du solide.

Phase 4

Chaque groupe présente le patron qu'il a élaboré. Un échange est suscité entre les deux groupes autour des informations utilisées. Puis le solide caché est dévoilé par le groupe G_1 pour être confronté aux patrons proposés par les groupes G_2 et G_3 .

2. Analyse de la situation

Le palier 0 est relatif à la résolution du problème, telle qu'elle est proposée dans l'activité « amorce » dans ses différents aspects : les connaissances mises en œuvre portant sur les figures planes, les solides, les patrons ainsi que sur les différentes formes de raisonnement utilisées pour résoudre le problème. Pour des enseignants en formation, membres des groupes G_2 ou G_3 , le fait de résoudre le problème « comme s'ils étaient des élèves », leur permet d'une part, de saisir les enjeux de la situation et son potentiel mathématique et d'autre part, d'approfondir ou de s'approprier des connaissances et des modes de raisonnements mathématiques.

Une fois le problème résolu, les formés sont invités à faire un pas de côté par rapport à leur vécu pour identifier les aspects mathématiques qu'ils ont rencontrés ou mis en œuvre pour résoudre le problème. Ce moment réflexif, situé au palier 1, gagne à être organisé en deux temps :

- un premier temps pour revivre par la pensée la résolution : mise en commun et débat sur le choix des questions, les manières d'ajuster le questionnement, les manières de raisonner, les obstacles rencontrés, etc.
- un deuxième temps pour dégager des savoirs mathématiques : sur quelles connaissances mathématiques les participants se sont-ils appuyés pour trouver la solution ? Ont-ils élaboré des connaissances nouvelles ?

À partir de ce qui a été mis en avant, il appartient au formateur de retenir et mettre en forme les savoirs qu'il juge opportuns sur les figures planes, les solides, le patron, etc.

Vient ensuite un deuxième pas de côté pour analyser, au palier 2, les aspects didactiques et pédagogiques de la situation : le choix du solide, la manière d'introduire et de lancer la situation, l'organisation et le déroulement de la recherche ; la manière dont le formateur a géré la situation, ses interventions ; la manière dont la recherche a été menée par les groupes ; la manière d'organiser et de gérer la mise en commun des réponses ; la manière de dépasser les obstacles ; les variantes possibles et leurs conséquences, etc.

Enfin, au palier 3, dans une perspective d'enrichissement des pratiques, en s'appuyant sur l'analyse conduite au palier 2, le formateur est conduit à dégager des aspects génériques se rapportant aux gestes professionnels : par exemple, l'analyse *a priori*, le repérage des variables, la recherche des obstacles, les aides possibles, la formulation de consignes, l'organisation d'un travail de recherche, la gestion d'un travail en groupes, la gestion d'une mise en commun, etc.

III. LA « SITUATION DES ANNUAIRES »

La « situation des annuaires » est une situation de formation qui a été présentée à plusieurs reprises dans des stages de formation de formateurs de professeurs des écoles en didactique des mathématiques organisés par la COPIRELEM (Séminaire de formation des nouveaux formateurs Pau 1992, Maxéville 2001, Istres 2006), et qui a fait l'objet de plusieurs publications (Houdement & Peltier 2002, 2003; Houdement 2006). Après avoir décrit l'activité « amorce », nous présentons une analyse de la situation selon le cadre élaboré.

1. Description de l'activité « amorce » de la situation des annuaires

Cette activité se déroule en plusieurs phases et selon une série de consignes. Nous présentons ici les grandes lignes du déroulement :

Phase 1

Les formés, placés en îlots de quatre personnes, doivent partager des feuilles rectangulaires (feuilles d'annuaires) en deux parties exactement superposables sans perte et sans recollement. Ils sont invités à trouver le maximum de partages différents.

Le travail est individuel mais l'organisation retenue autorise les échanges. Les productions sont affichées au fur et à mesure sur une grande feuille. Il est possible de valider la proposition en vérifiant à chaque fois la superposition exacte des deux parties et la reconstitution possible de la feuille initiale avec les deux parties obtenues. Le procédé utilisé pour obtenir la ligne de partage est alors progressivement mis en évidence.

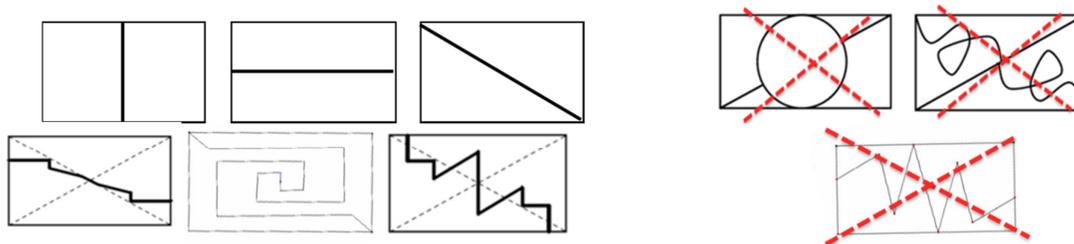


Figure 2 – Des exemples de partages corrects (à gauche) et incorrects (à droite).

À l'issue de l'activité, le formateur propose une institutionnalisation très contextualisée portant sur :

- la propriété vérifiée par la ligne de partage pour répondre à la consigne : cette ligne est symétrique par rapport au centre du rectangle ;
- l'aire de surfaces issues de partages : les deux parties issues d'un même partage sont superposables, elles ont donc même forme ;
- deux parties issues de deux partages différents ne sont pas directement superposables, pourtant elles vérifient toutes les deux la propriété : « avec deux parties analogues à chacune

d'elles on peut reconstituer la feuille entière », on dit alors, pour formaliser cette propriété commune, qu'elles ont même aire.

Phase 2

Une deuxième consigne amène les formés à recommencer l'activité précédente mais avec des demi-feuilles rectangulaires. L'organisation est identique à celle de la phase précédente. Cette seconde classe de surfaces de même aire (dont un représentant est le quart de feuille) est matérialisée par une nouvelle grande feuille sur laquelle sont affichées certaines productions.

Lorsqu'il s'agit d'introduire un codage des deux classes ainsi construites, rendant compte de la propriété commune aux surfaces qu'elles contiennent, l'ensemble du groupe s'accorde généralement pour désigner la première classe par $\frac{1}{2}$, car elle contient des demi-feuilles A4 et la deuxième par $\frac{1}{4}$, car elle contient des quarts de feuilles A4. Ce codage est retenu et noté sur les grandes feuilles qui matérialisent les classes.

Phase 3

Dans une troisième consigne, les formés doivent construire, par groupe de deux (ou de quatre), des surfaces ayant même aire que la feuille d'annuaire, mais de formes différentes. Les différentes propositions sont ensuite présentées et acceptées ou non après argumentation. En cas de désaccord, la feuille d'annuaire est reconstituée par découpage et recollement à partir de la feuille proposée.

Les surfaces retenues constituent une nouvelle classe de surfaces de même aire que l'on décide de coder par 1, puisqu'il s'agit de surfaces ayant même aire qu'une feuille d'annuaire. Deux types de procédures apparaissent :

- les surfaces sont obtenues par juxtaposition de surfaces (par exemple, deux surfaces de la famille $\frac{1}{2}$ ou une surface de la famille $\frac{1}{2}$ et deux surfaces de la famille $\frac{1}{4}$) ; ces différentes procédures donnent lieu à leur traduction en terme de codage fractionnaire (par exemple $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ ou $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$) ;
- les surfaces sont obtenues par découpage et recollement sans perte ni superposition d'une nouvelle feuille d'annuaire.

Phase 4

Il s'agit de mettre en ordre les différentes classes obtenues. Le rangement des classes en fonction de la relation « ... est moins étendue que... » est matérialisé par la mise en ordre des grandes affiches représentant les classes, elle est justifiée par la superposition des rectangles représentants des différentes classes qui ont une dimension commune.

2. Analyse de la situation

Le cadre d'analyse retenu place l'activité « amorce » décrite précédemment au palier 0 d'étude d'une situation. En effet, le formé a, dans ces différentes phases, un positionnement d'élève ; il « joue le jeu » et se focalise sur ce que les différentes consignes données lui demandent de convoquer. Il n'est pas sollicité pour s'interroger sur ce que le formateur « cherche à lui faire apprendre » ; même si, comme tout élève, cette question peut être en arrière plan de ses actions (mais à cette étape, il ne lui sera rien demandé explicitement à ce sujet).

Différentes connaissances mathématiques sont en jeu au cours de l'activité :

- la notion d'aire est utilisée en acte au cours de la phase 1 (utilisation de la superposition de deux surfaces), puis explicitée en contexte et dissociée de la notion de périmètre en fin de

phase 1 et en phase 2 (« avoir même aire »), en phase 3 (additivité et principe de conservation des aires) et jusqu'à la phase 4 (relation d'ordre sur les aires) ;

- la symétrie centrale est utilisée en acte au cours de la phase 1, puis explicitée en contexte en fin de phase 1 et en phase 2 ;
- les fractions sont explicitées en contexte en phases 2 et 3 ;
- la relation d'équivalence ainsi que la notion de classe d'équivalence sont utilisées en acte dans toute l'activité « amorce ».

À l'issue des différentes phases, le formateur dévoile progressivement ce qu'il a voulu « enseigner » en faisant vivre cette activité aux formés (car cette explicitation ne peut être laissée à la charge du « formé ») :

- Il reprend l'explicitation du rôle des différentes étapes qui permettent de définir la grandeur aire pour généraliser cette construction du concept de grandeur (définition d'une relation d'équivalence, construction de l'ensemble quotient, caractérisation des classes, construction d'une relation d'ordre sur l'ensemble quotient) ainsi que la construction d'un codage numérique qui est une mesure de cette grandeur relativement à une unité choisie.

- Il explicite les obstacles rencontrés (attendus et provoqués) lors de cette construction.

Le formateur se situe alors à un nouveau palier d'étude de la situation (palier 1) qui englobe l'activité « amorce », alors envisagée comme un « outil pour faire apprendre » utilisé sciemment par l'enseignant qui l'a proposée.

Dans un troisième temps, le formateur dévoile « comment il s'y est pris » (comment il a en quelque sorte « manipulé » les formés) et fait apparaître des « régularités » dans la pratique. Ce nouveau temps se situe au palier 2. Il s'agit tout d'abord de mettre en évidence des gestes professionnels par la reprise à travers l'analyse des choix effectués par le formateur (voire en explicitant des alternatives possibles) des aspects de la pratique :

- analyse *a priori* de l'activité, avec : choix des valeurs des variables (par exemple contraintes, consignes successives, ordre des consignes) ; explicitation de ce qui est mis en évidence et de ce qui est « laissé de côté » ; prise en compte des obstacles (difficultés prévisibles) ; aides éventuelles (lesquelles, pour qui, à quel moment) ; organisation (ici intérêt d'un travail en groupes, composition des groupes, rôles dans les groupes) ; modes de validation retenus (et prise en charge de la validation) ;

- analyse *a posteriori* de l'activité : les décalages éventuels ; les prises de décisions à chaud ; l'enchaînement des consignes et les effets produits ; la gestion des mises en commun (choix des productions, ordre des interventions) ; ce que l'enseignant dit, fait dire, laisse dire ... ; ce qu'il retient, oublie, met en valeur ... ; comment l'enseignant organise la prise de parole, en fonction de quels critères, etc.

La « situation des annuaires » est un point de départ permettant de mettre en évidence les grandes lignes de la progression concernant l'enseignement des grandeurs et des mesures à l'école élémentaire en s'appuyant par exemple sur le document d'accompagnement des programmes 2002 « Grandeurs et mesures à l'école élémentaire » pour analyser les régularités et les spécificités dans l'enseignement et l'apprentissage d'autres grandeurs introduites à l'école. En ce sens, elle permet d'atteindre le palier 3.

La « situation des annuaires » amorce ainsi un « parcours de formation » partant du palier d'étude 0 pour aller vers le palier 3, en passant successivement par les paliers intermédiaires. Ceci est représenté par le schéma donné en Figure 3.

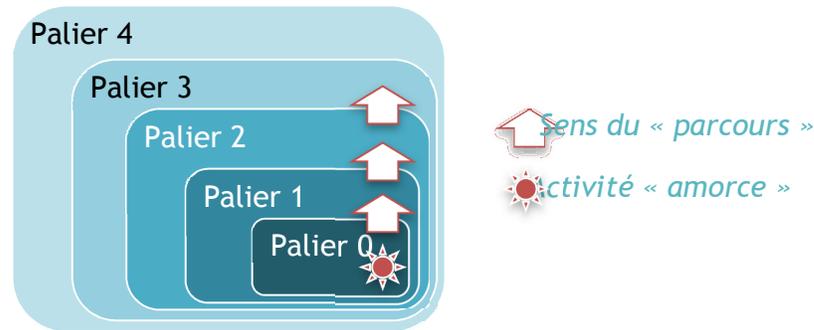


Figure 3 – Les différents paliers d'étude de la situation des annuaires

IV. SITUATION D'ANALYSE DE MANUELS SCOLAIRES

Dans cette partie, nous décrivons tout d'abord l'activité « amorce » d'une situation d'analyse de manuels scolaires. Cette situation s'inscrit dans la continuité de situations de formation conçues par des membres de la COPIRELEM et menées lors de colloques ou de séminaires destinés aux nouveaux formateurs (Lepoche & Taveau 2005 ; Lepoche, Masselot & Winder 2005). La stratégie de formation est basée sur la transposition.

Nous analysons ensuite la situation de formation à l'aide de notre cadre d'analyse. Nous avons retenu le même domaine d'étude que celui de la « situation des annuaires » : grandeur et mesure, avec l'introduction de la notion d'aire en CM1.

1. Description de l'activité « amorce » d'une situation d'analyse de manuels scolaires

Le travail d'analyse de manuels scolaires se déroule en cinq phases.

Phase 1 : analyse de l'activité d'une collection de manuels par binôme

Dans une première phase, les formés disposent du manuel et du livre du maître d'une collection. Ils doivent, par binôme, analyser la partie recherche ou découverte de la séance introductive de la notion d'aire en CM1 de la collection, ceci en complétant une grille d'analyse qui leur est fournie et qui a été élaborée par le formateur. La grille les conduit à repérer les objectifs de la séance indiqués par les auteurs, les définitions des termes de surface et d'aire données et les types de tâches proposés. Pour chaque type de tâches, ils doivent identifier les procédures pouvant être mises en œuvre ainsi que les difficultés et erreurs prévisibles pour les élèves.

Phase 2 : analyse comparée par binôme

Dans une deuxième phase, chaque membre d'un binôme fait part de son analyse à un membre d'un autre binôme ayant étudié une collection différente. Les deux nouveaux binômes font alors chacun une analyse comparée de l'introduction du concept d'aire des deux collections à disposition.

Phase 3 : analyse comparée par groupe de quatre

Dans une troisième phase, les binômes se rassemblent par groupe de quatre. Ils mettent en commun leurs comparaisons de l'introduction du concept d'aire dans les deux collections et rédigent leurs conclusions.

Ainsi, dans les trois premières phases, les formés analysent les manuels par binôme (ou trinôme), puis par groupe de quatre (ou cinq) tandis que le formateur est observateur. Ce dernier a imposé certains éléments présents dans la grille distribuée mais n'intervient pas au

niveau du contenu de l'analyse que doivent faire les formés. Il veille seulement à ce que les consignes soient comprises et il prend note des points de discussions ou de questions qui émergent dans les groupes.

Phase 4 : mise en commun

Le formateur conduit une phase de mise en commun : chaque groupe de quatre est amené à donner ses conclusions relatives à la comparaison de l'activité d'introduction de la notion d'aire dans les deux collections de manuels analysées.

Phase 5 : synthèse

Dans une dernière phase, le formateur effectue une synthèse dans laquelle il dégage des éléments sur ce qu'il souhaite que les formés retiennent de ce travail d'analyse et des échanges qui ont eu lieu lors de la mise en commun.

2. Analyse de la situation

Dans cette situation de formation d'analyse de manuels, l'activité « amorce » est une analyse comparative d'activités d'introduction de la notion d'aire proposées dans des manuels de différentes collections. Notre cadre d'analyse place cette activité « amorce » au palier 2 : la comparaison des activités des manuels doit en effet conduire à une analyse des conditions de mise en œuvre en classe d'une activité d'introduction de la notion d'aire. En outre, il est attendu que le formé se positionne en tant qu'enseignant en prenant du recul sur les différents moyens permettant d'aborder la notion d'aire. L'association des manuels à comparer, choisie par le formateur, peut permettre de faire émerger différents éléments mathématiques, didactiques ou pédagogiques, qu'il pourra exploiter dans la phase de synthèse en fonction de ses objectifs de formation. La comparaison peut en effet amener le formé à un constat de choix différents faits par les auteurs de manuels à propos de l'introduction de la notion d'aire. Le formateur amènera alors le formé à s'interroger sur l'implication de ces choix sur les apprentissages des élèves.

Pour parvenir à la comparaison des activités mathématiques des manuels, les formés sont d'abord amenés à effectuer une activité de palier 1 dans la première phase de travail, en complétant la grille d'analyse proposée par le formateur pour un manuel donné. Le formé est ainsi conduit à une analyse réflexive de l'activité mathématique proposée dans le manuel et il est placé en position d'enseignant : il étudie une activité à destination des élèves. Il doit alors mobiliser des connaissances didactiques en acte, d'une part dans l'analyse didactique de l'activité mathématique du manuel (repérage des types de tâches, identification de procédures, anticipation d'erreurs et de difficultés possibles), d'autre part dans la découverte du choix des auteurs pour introduire la notion d'aire (par la grandeur ou par la mesure). Il peut également mobiliser des connaissances pédagogiques en acte s'il prend des informations sur le déroulement pédagogique décrit dans le livre du maître.

Renseigner la grille d'analyse proposée par le formateur suppose de la part du formé la capacité à réaliser l'activité mathématique présentée dans le manuel, c'est-à-dire la maîtrise de l'activité du palier 0, qu'il réalisera a priori de façon évoquée, en mettant en jeu des connaissances mathématiques en acte sur la notion d'aire. Le formé a également la possibilité de vérifier ses connaissances mathématiques propres, en consultant le livre du maître où sont exposées les connaissances mathématiques décontextualisées à enseigner.

Dans la phase de mise en commun, le formé peut, par exemple, relever l'existence d'approches différentes de la notion d'aire : entrée par la mesure ou en tant que grandeur. Il se situe ainsi au niveau des connaissances didactiques au palier 1 d'étude de la situation. Le

formateur pourra être amené à effectuer des rappels ou des apports de connaissances mathématiques décontextualisées à propos de la notion de grandeur et de celle de mesure. Il se situera alors au palier 1 au niveau des connaissances mathématiques, en revenant sur des acquis en lien direct avec l'activité du palier 0. Si au moment de la phase de synthèse, le formateur choisit d'aller au-delà du simple constat de choix différents faits par les auteurs de manuels et invite les formés à interroger la pertinence de chacune de ces deux approches, il exploite alors l'analyse de manuels au palier 2. En effet, son objectif consiste ici à amener le formé à une prise de recul sur l'activité mathématique elle-même afin de dégager certains aspects didactiques relatifs à l'enseignement de la notion d'aire. Des arguments en lien avec les difficultés et erreurs des élèves (confusion entre aire et périmètre par exemple), issus d'une analyse didactique du palier 1, peuvent permettre de justifier le choix d'une approche de la notion d'aire par les grandeurs plutôt que par la mesure. Le questionnement sur l'approche à privilégier pour enseigner la notion d'aire peut s'étendre à une réflexion sur d'autres grandeurs (palier 3). Et enfin, dans le cadre par exemple de séminaires de recherche, le formateur pourrait exploiter cette analyse de manuels à un palier 4 dans le but d'étudier les conceptions des auteurs sur l'enseignement de la notion d'aire et plus généralement sur l'enseignement des grandeurs en vue de construire une programmation sur ces notions.

Ces différentes étapes successivement proposées peuvent être représentées comme dans la Figure 4.

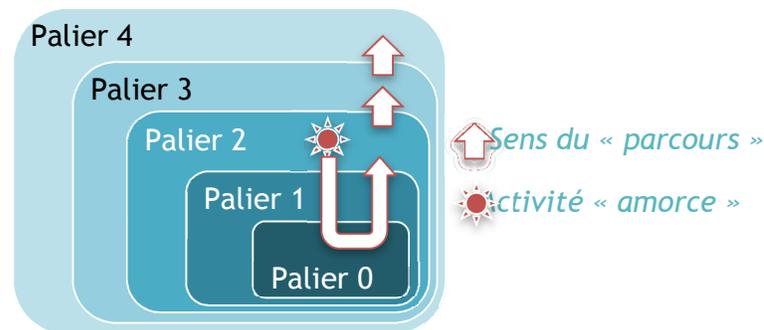


Figure 4 – Les différents paliers d'étude de l'analyse de manuels

La comparaison de manuels permet aussi de faire émerger la notion de variable didactique lorsqu'un même type de tâches est proposé dans chacun des manuels mais que les choix des valeurs des variables diffèrent. Un tel objectif de formation se situe au palier 3.

La notion d'aire peut, par exemple, être introduite par un type de tâches de rangement de surfaces selon leur aire. Les manuels choisis seront tels que dans l'un, les surfaces sont non déplaçables si bien que la comparaison doit se faire visuellement et sans manipulation, tandis que dans l'autre, la comparaison peut se faire par découpage et recollement avec une manipulation effective. Dans la comparaison de ces deux approches de la notion d'aire, une activité au palier 1 revient à identifier les différentes procédures de résolution liées à la variable didactique « nature de la situation », à savoir statique versus dynamique. Une activité au palier 2 consiste à s'interroger tout d'abord sur la nécessité de manipulations effectives avant de proposer des « manipulations mentales », et de s'interroger ensuite sur les moyens d'amener les élèves à une activité de comparaison mentale. Réfléchir plus généralement au rôle de la manipulation en phase d'apprentissage et aux étapes intermédiaires permettant de se construire des images mentales (décrire l'action en acte, l'évoquer) correspond à une activité du palier 3. Comme le souligne Peltier (2003) :

Ces expériences ne pourront être mobilisées que si elles ont été décrites au moment de l'action et surtout évoquées après avoir été menées, de manière différée et sans retour à la manipulation. (Peltier 2003 p.167)

Ainsi, selon les manuels qu'il choisit, la façon dont il les associe, selon la grille d'analyse qu'il propose et selon les éléments de synthèse qu'il choisit/privilégie/met en valeur, le formateur va exploiter cette situation de formation d'analyse de manuels scolaires à différents paliers.

V. CONCLUSION

Le cadre d'analyse élaboré semble être adapté aux situations s'inscrivant dans le cadre de stratégies de formation par homologie-transposition ou par transposition.

La présentation des différents paliers (partie I) suggère une hiérarchisation. En revanche les différents exemples explicités (parties II à IV) montrent que le terme « palier » ne fait pas référence à une chronologie à suivre dans une situation de formation : en effet, il est envisageable de proposer une activité « amorce » en entrant par un palier 1, 2, 3 ou 4, mais pour réaliser l'activité, le formé devra revenir à des paliers inférieurs, voire faire des aller-retour entre différents paliers.

Dans les trois exemples de situations de formation envisagés ici, le cadre d'analyse a permis de mettre en évidence :

- les paliers d'étude envisageables dans la formation, au niveau des savoirs mathématiques, didactiques et pédagogiques ;
- l'existence de différents parcours possibles ;
- les imbrications des différents paliers d'étude.

Le cadre a ainsi révélé la richesse potentielle de telles situations ainsi que les conséquences des choix réalisés par le formateur lors de la mise en œuvre de ces situations sur la nature des apprentissages susceptibles d'être provoqués.

REFERENCES

- Aubertin J-C., Girmens Y. (2015) Une situation d'homologie-transposition : le solide caché. *XXXXI Colloque COPIRELEM*.
- Brousseau G. (1998) *Théorie des Situations Didactiques (Didactique des mathématiques 1970-1980)*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Brousseau G. (2010). Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques (1998). http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf
- Danos P., Masselot P., Simard A., Winder C. (2015) Analyser une ressource de formation : exemple de la « situation des annuaires ». *XXXXI Colloque COPIRELEM*.
- Douady R. (1986) Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *RDM* 7(2). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Houdement C. (1995) *Projets de formation des maîtres du premier degré en mathématiques : programmation et stratégies*. Thèse de l'université Paris 7.
- Houdement C., Peltier M-L. (2002) Aires de formation. *Les Cahiers du Formateur* 5. ARPEME. 64-108.
- Houdement C., Peltier M-L. (2003) Aires de surfaces planes. *Concertum Les carnets de route de la COPIRELEM* 2. ARPEME. 199-221.
- Houdement C. (2006) Mathématique, didactique et découpages. *Actes du colloque Mathématiques et résolution de problèmes : un point de vue didactique*. IREM de Montpellier. 43-51.

- Houdement C. (2013) *Au milieu du gué : entre formation des enseignants et recherche en didactique des mathématiques*. Note d'habilitation à diriger les recherches. Université Paris Diderot – Université de Rouen.
- IREM de Lille-Ecole primaire (2000) *Travaux géométriques Apprendre à résoudre des problèmes Cycle 3*. CRDP Nord-Pas-de-Calais. 150-156.
- Kuzniak A. (1994) *Etude des stratégies de formation en mathématiques utilisées par les formateurs de maîtres du premier degré*. Thèse de l'université Paris 7.
- Kuzniak A. (2003) Les stratégies utilisées pour former les maîtres du 1^{er} degré en mathématiques. *Concertum Les carnets de route de la COPIRELEM 3*. ARPHEME. 7-22.
- Lepoche G., Taveau C. (2005) Analyse de manuels scolaires sur la division euclidienne. *Les cahiers du formateur 7*. IREM Paris 7.
- Lepoche G., Masselot P., Winder C. (2005) Fractions et décimaux : analyse de manuels. *Les cahiers du formateur 7*. IREM Paris 7.
- Mangiante-Orsola C., Petitfour E. (2015) L'analyse de manuels en formation : pour quoi faire ? *XXXXI Colloque COPIRELEM*.
- Peltier M-L. (2003) « Le napperon » : un problème pour travailler sur la symétrie axiale. *Concertum Les carnets de route de la COPIRELEM 2*. ARPHEME. 161-172.