Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015

LES MATHÉMATIQUES DANS LES ACTIVITÉS DU PROFESSEUR CONSÉQUENCES POUR LA FORMATION

Lalina COULANGE[*] - Aline ROBERT[**]

Résumé – En nous plaçant dans le cadre de la double approche ergonomique et didactique (Robert et Rogalski 2002), nous nous attachons à spécifier les mathématiques impliquées dans les activités d'un professeur de mathématiques. Cela demande d'une part, une description spécifique et appropriée des mathématiques pour les pratiques enseignantes. Cela nécessite aussi des transformations des usages que les étudiants et futurs enseignants peuvent avoir de ces mêmes mathématiques apprises pendant leurs études. Cela conduit enfin à élaborer des formations propices à outiller efficacement les débutants pour ces nouveaux usages des mathématiques.

Mots-clefs : activités et pratiques enseignantes, professeur de mathématiques, formation initiale

Abstract – By using the double ergonomic and didactic approach (Robert and Rogalski 2002), we specify the part of mathematics that feeds the activities of a mathematics teacher. This requires specific and appropriate description of mathematics for the *teaching* profession. This also requires changes in the uses of the mathematics that students and future teachers have learned during their studies. Finally, this leads to the development of initial training that allows future mathematics teachers to tackle such new uses of mathematics.

Keywords: Teacher activity and practice, mathematics teacher; initial training

Dans cette contribution nous nous attachons à spécifier les mathématiques impliquées dans les activités d'un enseignant du secondaire dans l'exercice de son métier. Cela demande d'une part, une description spécifique, appropriée, y compris des mathématiques elles-mêmes, comme nous le montrons dans la première partie de ce texte. Cela nécessite aussi des transformations des usages que les étudiants et futurs enseignants pouvaient avoir de ces mêmes mathématiques apprises pendant leurs études, ce que nous illustrons par quelques exemples dans la deuxième partie de notre contribution. Cela conduit enfin à élaborer des formations propices à outiller efficacement les débutants pour ces nouveaux usages des mathématiques, c'est l'objet de la troisième et dernière partie. L'ensemble de la réflexion conduite se place dans un cadre théorique et méthodologique visant l'étude des pratiques enseignantes, la double approche ergonomique et didactique, dont nous rappelons les fondements dans la partie introductive de ce texte.

[*] E3D-LACES, Université de Bordeaux – France – lalina.coulange@espe-aquitaine.fr
[**] LDAR, Université Paris Diderot – France – aline.robert@iufm.u-cergy.fr

Coulange L., Robert A (2015) Les mathématiques dans les activités du professeur – Conséquences pour la formation. In Theis L. (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* – Actes du colloque EMF2015 – GT1, pp. 81-94.

I. INTRODUCTION

La double approche ergonomique et didactique (Robert & Rogalski 2002, Vandebrouck & al. 2008) conjugue le mot « activité » au pluriel. Les recherches qui s'inscrivent dans cette approche attribuent une place centrale aux activités que les sujets développent en situation que ce soit du point de vue des apprentissages des élèves ou des pratiques enseignantes. Nous nous intéressons ici aux relations entre les mathématiques et les activités du professeur de mathématiques. Dans le cadre de la double approche, la façon d'appréhender les activités du professeur a ceci de spécifique que l'on considère que le professeur travaille, exerce un métier et qu'on ne peut étudier ses activités sans en tenir compte. Notamment, les activités de l'enseignant sont appréhendées par des finalités variées, qui ne peuvent être réduites à ce qui est directement lié aux apprentissages des élèves ou aux savoirs mathématiques à enseigner. Les pratiques enseignantes renvoient de fait à tout ce que l'enseignant pense, dit ou ne dit pas, fait ou ne fait pas, sur un temps long, que ce soit avant, pendant ou après les séances de classe (Robert 2008a). L'étude des pratiques enseignantes amène dès lors à prendre un point de vue global, qui comprend à la fois les activités précises du sujet (considérées sur plusieurs échelles) et les contraintes imposées par le métier de professeur qui pèsent sur ces activités (en relation avec les déterminants institutionnels, sociaux et personnels, liés aux programmes et aux conditions d'exercice du métier d'enseignant). Autrement dit, pour le chercheur, il s'agit à partir des activités précises du professeur et des contextes de ces activités, d'avoir accès à une description complexe des pratiques, à même d'en restituer la cohérence. Quelles mathématiques sont impliquées dans cette description qui se veut « holistique » des pratiques enseignantes ? Comment décrire ou apprécier le (ou les) rôle(s) joué par les mathématiques dans les pratiques enseignantes sans pour autant en réduire la complexité ? Par exemple, comment éviter de découper artificiellement des contenus mathématiques bien répertoriés ou d'isoler des usages des mathématiques en classe qui risquent de les approximer ou de les modifier ? La conception des pratiques inhérente à la double approche implique que les relations entre mathématiques et activités du professeur sont complexes et ne peuvent être appréhendées par une simple « superposition » des connaissances et savoirs mathématiques dont on recueillerait des traces, même outillées par les descriptions des processus d'enseignement et d'apprentissages que certaines recherches en didactique des mathématiques proposent. C'est là que réside l'intérêt de la méthodologie proposée par la double approche ergonomique et didactique dont l'objectif est non seulement de postuler la complexité des pratiques, mais encore de donner les moyens aux chercheurs d'appréhender cette complexité à partir de descriptions selon plusieurs dimensions (les composantes), à recomposer, et selon différents niveaux d'organisation du travail de l'enseignant (à la fois micro, local et macro).

Notre contribution vise à étayer l'hypothèse de travail de la spécificité de la part des mathématiques dans les activités enseignantes, en développant cette hypothèse *via* l'entrée théorique et méthodologique de la double approche ergonomique et didactique. Nous voulons aussi illustrer le travail à accomplir pour y arriver à partir d'une formation universitaire adressée aux futurs enseignants de mathématiques, en documentant notre propos par quelques exemples. Nous listons ensuite des conséquences que nous en tirons pour penser de nouvelles orientations dans la formation initiale des professeurs de mathématiques du second degré.

II. I . PENSER DES DESCRIPTIONS DES MATHEMATIQUES POUR APPRECIER LA PART MATHEMATIQUE DES ACTIVITES DU PROFESSEUR - LE CAS DES DEBUTANTS

1. Descriptions des mathématiques en didactique

Les recherches en didactique des mathématiques donnent des outils pour décrire les mathématiques dans leurs relations avec les apprentissages des élèves et l'enseignement par les professeurs. Les descriptions des mathématiques dans le domaine de la recherche en didactique des mathématiques sont adaptées aux questions et aux orientations de recherche qui les fondent et les pilotent, ce qui leur confère une certaine pluralité.

Ces descriptions peuvent en effet, s'avérer différentes selon ce que le chercheur en didactique des mathématiques cherche à appréhender ou suivant la perspective dans laquelle ses travaux de recherche s'inscrivent. Par exemple, le modèle d'organisation praxéologique mathématique issu de la théorie anthropologique du didactique (Chevallard 1997, Bosch & Chevallard 1999) constitue une modélisation des pratiques des sujets en lien avec les savoirs mathématiques à enseigner et enseignés au sein d'une institution didactique, dans une perspective liée à la transposition didactique. De la même façon les situations mathématiques à usage didactique (Brousseau 1997) peuvent être considérées comme une modélisation des savoirs et des connaissances mathématiques : elles permettent de décrire des causes pertinentes des connaissances, par rapport aux raisons de ces savoirs (Bessot 2011).

2. Les mathématiques dans les activités du professeur

La double approche ergonomique et didactique a ceci de spécifique que les notions de connaissances et de savoirs ne constituent pas un point de départ de son développement théorique. A l'instar d'autres approches, pour la plupart relativement récentes en didactique des mathématiques (voir par exemple, Maheux & Proulx 2014), elle accorde une place centrale aux activités des sujets élèves ou professeurs, appréhendés comme des sujets psychologiques et sociaux. C'est la part mathématique des activités du professeur qui va nous intéresser plus particulièrement ici. Les pratiques du professeur ont ceci de particulier que seule une part de ses activités ont trait aux mathématiques et ce, de façon inextricablement liée aux multiples composantes de ses pratiques. D'ailleurs la double approche ne distingue pas à proprement parler une composante « mathématique » dans l'activité du professeur. Les mathématiques sont intégrées à et nourrissent, de manières variées, les différentes composantes retenues pour caractériser les pratiques enseignantes dans le cadre de la double approche : médiative, cognitive, institutionnelle, sociale et personnelle (Robert & Rogalski 2002, Robert 2008a). Elles imprègnent aussi les différents niveaux d'organisation des pratiques (Masselot & Robert 2007), global (avec les projets et conceptions générales des enseignants, local avec l'attention mathématique aux élèves pendant les déroulements, micro avec ce à quoi s'attachent les gestes automatisés). Dans ce point de vue, les mathématiques jouent sans doute un rôle différent de celui qu'elles jouent dans les activités des élèves et/ou des étudiants en mathématiques. Donnons un exemple un peu simpliste : autant les étudiants peuvent être motivés par la résolution d'un problème un peu difficile pour eux, qui va les préparer aux examens, autant les enseignants se restreignent en général à proposer en classe des problèmes qu'ils savent bien résoudre. Nous essayons ci-après de cerner un peu systématiquement certaines de ces différences qui peuvent outiller le chercheur pour appréhender les transformations d'usages des mathématiques qu'implique potentiellement une entrée dans le métier d'enseignant de mathématiques, notamment *via* la formation initiale.

Les *composantes médiative et cognitive* sont renseignées par et renseignent sur l'organisation et les contenus mathématiques des séances prévues par le professeur ainsi que sur ses actions pendant les déroulements de celles-ci. C'est la manière dont le professeur prévoit et élabore une succession de tâches mathématiques que modélise la composante *cognitive*. Ce type d'activités suppose de positionner ces tâches par rapport aux connaissances visées, mais aussi les unes par rapport aux autres, pour penser une succession cohérente, appréhender différentes dynamiques des connaissances mathématiques à la fois anciennes et nouvelles (relatives aux notions enseignées), prévoir précisément les moments d'exposition des connaissances ; ceci suppose aussi de reconnaître les adaptations de connaissances que recouvre une telle succession de tâches, etc. Jamais un étudiant en mathématiques n'a à envisager l'élaboration d'un texte « complet » du savoir lié à différentes notions, ni à réfléchir, par exemple, à ce qui pourrait représenter une bonne introduction d'une notion nouvelle : ceci représente donc potentiellement une « nouveauté » pour le futur enseignant de mathématiques. Il s'agit également pour le professeur d'anticiper différentes activités possibles d'élèves (et même, de *ses* élèves), en lien avec l'accomplissement de ces tâches mathématiques. Là encore, l'étudiant a classiquement à résoudre des problèmes qu'on lui propose, en lien avec des cours de mathématiques qu'on lui a dispensés, « tout prêts » à l'emploi. Il peut compléter en utilisant des manuels mais dans une perspective simplement cumulative. L'enseignant, lui, choisit les énoncés à proposer, en relation avec les mises en fonctionnement des mathématiques attendues, leur durée probable liée aux difficultés – mais il s'agit de ne pas trop lasser les élèves, les contrôles qu'il prévoit… L'entrée dans le métier d'enseignant recouvre bien un changement de point de vue sur les énoncés de problèmes ou d'exercices, liés aux tâches, mais mettant en jeu des choix importants, liés aussi aux déroulements anticipés. De la même manière, la composante *médiative* des pratiques est renseignée par et renseigne sur les choix du professeur dans les déroulements associés aux énoncés ; cela suppose que le professeur observe et interprète des observables des activités effectives (possibles) des élèves pour inférer sur les connaissances mises en jeu pendant ces activités. Cela le conduit à repérer ce que les élèves arrivent à faire et ce qui ne marche pas – c'est ce qui peut guider le choix de ses aides, procédurales pour débloquer et permettre un début d'activité de certains élèves, ou constructives pour s'appuyer sur ce qui a déjà été fait ou vu en classe, afin de le valider et le généraliser (Pariès & al. 2008, Robert 2008b). Ce n'est plus pour lui-même que l'enseignant fait des mathématiques, pour progresser, ou pour réussir (en tant qu'étudiant ou élève) : ce sont les mathématiques que font ses élèves dans la classe qu'il doit saisir, exploiter et développer, quitte à imaginer des connexions originales.

Les *composantes personnelle, sociale et institutionnelle* jouent un rôle déterminant pour comprendre les pratiques enseignantes. Ces composantes permettent d'appréhender comment le professeur investit une partie des contraintes qui pèsent sur ses pratiques soit du point de vue du métier qu'il exerce (composantes sociale et institutionnelle), soit du point de vue de singularités individuelles (composante personnelle). Ces autres contraintes aussi ont leur part mathématique induite dans les activités du professeur. Par exemple, la composante *institutionnelle* renvoie en partie, à la façon dont le professeur s'approprie, interroge les contenus des programmes officiels ou des ressources mises à sa disposition (comme les manuels), entrevoit « entre les lignes » le *relief* des notions qu'il a à enseigner, leur spécificité (Robert 2007) et envisage des possibles liés à ce relief dans un espace institutionnel contraint (horaires d'enseignement, inspections…). De même la composante *sociale* correspond à l'empreinte de l'inscription des activités du professeur au sein de collectifs, établissement, équipes enseignantes, groupes d'élèves avec leurs spécificités sociales et /ou langagières…) ; cela peut induire des choix de tâches et de déroulements liés à des convictions « socialement partagées » sur l'enseignement et les apprentissages. Par exemple, ces choix peuvent être faits en fonction des potentialités et des limites cognitives attribuées à des publics d'élèves spécifiques (comme en collège ou lycée de Zones d'Education Prioritaire). Il se peut que ce soit des raisons plus liées aux déroulements qu'aux convictions sur les apprentissages qui amènent à réduire les difficultés des activités proposées en classe ou les durées des moments d'exposition des connaissances. Cela engage dans des choix particuliers, ne relevant pas toujours des mathématiques elles-mêmes. La composante *personnelle* peut quant à elle, renvoyer à la perception que l'enseignant a des mathématiques *via* ses expériences passées ou présentes d'enseignant mais aussi d'ex-élève ou étudiant en mathématiques. On voit à travers cette déclinaison dans les différentes composantes des pratiques enseignantes comment le rapport aux mathématiques des futurs enseignants se complexifie.

Toutes ces activités de l'enseignant analysées à l'aune des différentes composantes des pratiques ont bel et bien une part mathématique. Elles nécessitent de revisiter les notions, les connaissances et les savoirs mathématiques en vue de leur enseignement mais aussi de mettre en œuvre des activités mathématiques qui sont peut-être parfois difficiles à reconnaître et à (re-)convoquer car non strictement notionnelles ou convoquant une distance inhabituelle avec le savoir, permettant par exemple des commentaires « méta » sur les notions à enseigner (nous y reviendrons ci-après). Quoiqu'il en soit, il semble y avoir nécessité de réorganiser, réorienter ces « mathématiques » dans les activités du professeur. La double approche ergonomique et didactique permet, par le passage aux composantes, des descriptions originales de la part mathématique de ces activités, inextricablement liées aux différentes composantes des pratiques enseignantes, et dès lors imbriquées. En cela, elle nous permet, nous-semble-t-il, de nous saisir de la nécessité qu'il y a (re)penser les mathématiques pour exercer le métier de professeur, ou former à l'exercice de ce métier. Répétons à ce stade de notre propos que d'autres travaux pointent d'ailleurs cette nécessité. Par exemple, Bednarz et Proulx (2009) parlent de décisions mathématiques, didactiques et pédagogiques de l'enseignant, difficiles à démêler du fait d'une imbrication et d'une mobilisation simultanée de ces connaissances, ce qui conduit Proulx (2012) à parler quant à lui, de « connaissances mathématiques didactisées » ou de « connaissances didactiques mathématisées ».

3. *Besoins mathématiques des étudiants futurs professeurs*

Un postulat communément admis est qu'il est nécessaire que le professeur sache plus de mathématiques que celles qu'il a à enseigner. Mais que signifie ce « plus » ? N'y a-t-il pas plutôt à introduire un « autrement » ? On pourrait par exemple, considérer en l'état actuel du système institutionnel français de formation que, du seul point de vue des savoirs disciplinaires, tout (futur) enseignant de mathématiques a fréquenté des mathématiques pendant en moyenne « au moins trois années de plus » que ses (futurs) élèves. Mais dans quelle mesure et comment les mathématiques apprises par l'étudiant qu'il a été ou est toujours sont-elles nécessaires ou disponibles pour le professeur de mathématiques qu'il est ou sera dans un avenir relativement proche ?

En lien avec la spécificité de la part mathématique des pratiques enseignantes, défendue ci-avant d'un point de vue théorique, nous disposons de plusieurs exemples liés à des épisodes vécus en formation qui nous semblent illustrer que ces mathématiques apprises à l'université ne peuvent être *a priori* considérées d'emblée comme disponibles directement dans le travail du (futur) professeur de mathématiques. Ainsi a-t-on pu observer de manière récurrente des phénomènes de « non disponibilités » ou de cloisonnement de connaissances mathématiques (mais aussi didactiques[1]), de rigidification de postures (étudiantes ou enseignantes), de naturalisations parfois étonnantes.

a) un exemple emblématique

Ainsi, nous avons demandé à des étudiants (en première année de master lié à l'enseignement des mathématiques)[2] d'analyser la production ci-après d'une élève de collège français (classe de quatrième – élève de 13-14 ans) en réponse à la question suivante :

Vrai ou faux ? Prouvez-le ! Le produit de deux nombres impairs consécutifs est multiple de 5.

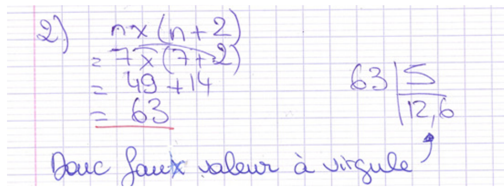

Figure 1 *– Enoncé d'exercice - Production d'élève*

La majorité des étudiants interrogés considèrent que la réponse donnée par cette élève était erronée, et ce, pour différentes raisons. Nous citons quelques extraits des productions écrites de ces étudiants recueillies lors de cet épisode de formation : « *faux car l'élève utilise un exemple numérique », « La réponse donnée est fausse. Elle montre les difficultés de cet élève dans le passage du numérique à l'algèbre », « l'élève aurait dû trouver une preuve qui utilise la lettre », « l'élève tente de résoudre une équation sans y arriver ».* Pourtant on peut considérer que la preuve produite par la collégienne concernée qui s'appuie sur l'usage d'un contre-exemple (7 et 9) est valide.[3] Qu'est-ce qui motive ces futurs enseignants à rejeter la dite production ? Les raisons avancées à l'écrit et/ou lors des échanges oraux qui ont suivi au cours de la formation sont de fait multiples. Par exemple, les étudiants se sont interrogés sur l'usage d'un contre-exemple numérique dans la preuve attendue. Certains ont même cherché à produire ou expliciter des attentes à l'égard d'une preuve « plus algébrique » de l'énoncé. Ce qui rend l'usage du contre-exemple difficilement acceptable pour ces étudiants qui se destinent au métier d'enseignant tient à différents éléments avancés de manière imbriquée et simultanée dans la discussion : confusion possible entre exemple et contre-exemple en algèbre pour cette (ou les) élève(s) (en gros « rien ne prouve » que l'élève reconnaît ou cible l'usage d'un contre-exemple) ; usage incorrect de l'écriture algébrique (*n* remplacé par 7) ; écriture numérique « naïve » (poser l'opération), etc. Les arguments avancés par les étudiants nous semblent typiques de ce qui pose question par rapport à la part mathématique du travail du professeur et de ce qui peut poser question, de manière récurrente, en formation initiale (voire continue ?) d'enseignants. Quels critères un futur professeur se donne-t-il (à la fois sur la forme et/ou sur le fond) pour évaluer les activités mathématiques de ses élèves ou les traces de ces activités ? Comment situe-t-il ces activités au regard de scénarios d'enseignement (globaux et/ou locaux) ? Comment appréhende-t-il la construction de tels scénarios ?

---

[1] Par connaissances didactiques, nous entendons connaissances sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, que celles-ci soient ou non directement liées à des savoirs produits par la recherche en didactique des mathématiques et diffusés en formation.

[2] Précisons que ces étudiants avaient déjà fait un stage de pratique accompagnée en binômes dans des classes de collège.

[3] L'usage de contre-exemples numériques dans la preuve en algèbre élémentaire avait pourtant été évoqué avec ces mêmes étudiants quelques semaines auparavant dans un cours de didactique. On peut par ailleurs raisonnablement penser que l'usage de contre exemples dans la démonstration représente un mode de raisonnement familier pour des étudiants en mathématiques de ce niveau..

b) D'autres constats

On assiste à des phénomènes liés à des exigences de ces étudiants et futurs enseignants qui peuvent ainsi *a priori* paraître étrangement positionnées relativement à l'exercice d'une rigueur en mathématique. La rigueur « de la forme » semble parfois l'emporter sur les exigences sur le fond ou être privilégiée lors d'épisodes observés en classe, y compris dans la production d'écrits intermédiaires d'élèves au tableau qui devraient d'emblée respecter certains canons conventionnels d'écriture mathématiques selon ces étudiants. On observe aussi des erreurs mathématiques et des abus de sens ou de langage, liés à des objets de savoirs qui semblent être transparents ou « naturalisés » chez certains futurs professeurs : comme par exemple, le fait de rabattre la nature d'un nombre (décimal ou fraction) à son écriture (décimale ou fractionnaire), le fait de dénommer des points liés à la représentation graphique d'une suite sur un graphique donné par u_0 ; u_1 ; u_2...au lieu d'indiquer la correspondance attendue entre ordonnées et les termes de la suite. La naturalisation des savoirs mathématiques peut également se traduire par des implicites dans le discours des enseignants débutants : concernant par exemple des changements de point de vue sur des notions (comme le passage subreptice, non explicité, de l'existence –connue - d'un angle droit dans un triangle rectangle à l'énoncé de la perpendicularité des droites supports des côtés), ou encore dans l'absence de distinction entre ce qui relève du sens ou de la technique, etc. De tels phénomènes parfois interprétés comme le seul fait d'une « ignorance mathématique » (ou d'une absence de maîtrise des savoirs mathématiques) nous semblent plus complexes qu'il n'y paraît. En effet, ils pourraient être révélateurs d'obstacles liés à la décontextualisation et à la recontextualisation des *mathématiques* en formation (initiale ou continue) d'enseignants. En disant « mathématiques » ici, nous ne voulons d'ailleurs pas uniquement parler de savoirs mathématiques, mais bien de la part mathématique d'activités d'élèves, d'étudiants et d'enseignants (ou futurs enseignants). C'est bien ce qui nous paraît au cœur du débat ! Il est intéressant de noter que ces obstacles concernent au moins autant, si ce n'est plus, ce qui n'est pas strictement notionnel comme des modes de raisonnement (par disjonction de cas, par l'absurde, par l'utilisation de contre-exemples, etc.), des modes de représentation (liés à l'usage de différents cadres et/ou à des changements de cadres[4]) ou à des aspects sémiotiques (systèmes d'écritures symboliques, figure/dessin en géométrie, etc.). Ils semblent renvoyer souvent à ce que l'une d'entre nous a appelé des niveaux de conceptualisation « non identifiés » ou qui se « brouillent » (Robert 2003), voire à des notions non encore formalisées ou formalisables à un niveau scolaire donné (Pouyanne 2004).

Il nous paraît dès lors nécessaire de (re)penser les descriptions des mathématiques, afin de les rendre disponibles en vue de leurs adaptations dans le métier d'enseignant, et de les (re) penser avec des outils didactiques : cela représente un pari d'enrichissement réciproque des mathématiques et de la didactique que nous pensons nécessaire dans le contexte actuel de la formation d'enseignants. Il s'agit en quelque sorte pour revenir au postulat « naïf » de départ, de penser le « plus » en mathématiques outillé par la didactique.

c) Quelques résultats de recherche sur les pratiques de professeurs débutants

Des travaux menés avec la double approche ont montré qu'une des difficultés des enseignants débutants tient au manque de repères globaux (vue d'ensemble d'un chapitre, d'une année, des élèves) et très fins (automatismes). C'est ce qu'on identifie comme une surcharge au niveau local (du « quotidien » de la classe) au sein des composantes médiatives et cognitives des pratiques enseignantes. Ces professeurs débutants sont « réduits » à élaborer au jour le

[4] Douady (1986)

jour, en partie à l'aveugle, leurs séances, et pendant la classe, ils ne disposent pas encore de moyens d'apprécier ce qui se passe globalement ni de réagir très localement. C'est, en particulier, lié au fait qu'ils ne peuvent pas transférer directement des dispositifs qu'ils ont appréciés comme élèves à des procédés didactiques qu'ils utiliseraient comme enseignants, vu la différence fondamentale de posture entre les deux positions. Par exemple ils ne reprennent pas le travail vécu en petits groupes dans un dispositif didactique à l'université (même s'ils en ont été très contents durant leur formation universitaire), peut-être parce que le gérer en tant qu'enseignant convoque d'autres activités mathématiques et que la simple expérience de ce dispositif en position d'étudiant ne suffit pas à s'y lancer. Des recherches montrent que certains passent tout leur temps à donner des aides individualisées aux élèves, perdant le fil de leur projet, tandis que d'autres restent figés sur leur projet sans tenir compte des activités effectives des élèves (Chesné 2008, Coulange 2012). Le lien entre les mathématiques fréquentées jusqu'ici et celles dont ils ont besoin se fait mal au quotidien, ce qui semble se cumuler avec des manques de repères au niveau de la gestion des activités des élèves. Les besoins ressentis par les enseignants débutants sont, en effet, d'abord liés à la gestion de la classe, charge aux formateurs de rétablir un équilibre entre déroulements et choix de contenus (Coulange & Train 2014). Les analyses didactiques des couples {tâches/déroulement}, privilégiées dans nos descriptions sont donc *a priori* un bon outil à cet égard, d'autant qu'elles s'appuient sur le niveau local de l'activité de l'enseignant et qu'elles permettent petit à petit d'engager dans des réflexions plus globales (sur un ensemble de tâches, un scénario, les programmes, la nature des notions enseignées…).

Compte tenu du contexte des stages, ces réflexions ne sont pas organisées à partir d'un contenu à enseigner, mais à partir d'exemples de pratiques en classe ; vu ce caractère opportuniste, inductif, on peut penser que ce n'est que petit à petit qu'elles permettent aux débutants de reconstituer quelque chose de plus général, cela se faisant d'autant mieux que les formateurs y veillent, aidés par les descriptions précédentes.[5]

d) *Une prise en compte du travail de l'enseignant et de ses spécificités*

Cette nécessaire remontée à un niveau global dans les pratiques de professeurs débutants va de pair avec la prise de conscience des spécificités du métier d'enseignant qui impose peu à peu ses contraintes mais aussi ses marges de manœuvre, en lien avec les composantes institutionnelles, sociales et personnelle des pratiques. Ainsi le travail de l'enseignant est-il individuel et libre apparemment, mais aussi collectif et contraint, de manière plus cachée. On ne peut pas « copier » des pratiques enseignantes[6] mais on peut bénéficier de l'observation des classes d'enseignants expérimentés (par exemple des tuteurs sur les terrains de stage), s'appuyer sur des éléments de pratiques comme les progressions et les devoirs communs pour s'en inspirer. On doit tenir compte des programmes et des habitudes d'un établissement. On peut être mis au courant de régularités liées aux contextes et aux contraintes, on peut apprendre sur quoi portent les diversités des pratiques, et là encore les descriptions évoquées y sont propices...

Le travail du professeur comporte différentes phases, en partie liées, mais aussi en partie indépendantes : préparation et déroulement des séances qui sous-entendent à la fois de l'anticipation et de l'improvisation, appréhendées par les composantes cognitive et médiative des pratiques enseignantes. D'autre part, les activités des élèves et leur transformation en apprentissages ne dépendent pas seulement du professeur avec le véritable deuil que cela peut représenter pour les professeurs débutants : il y a des phénomènes liés aux apprentissages

[5] D'où l'importance d'une culture commune des formateurs, de constituer des équipes, et de les former !

[6] Quand des enseignants novices tentent de "copier" des pratiques, cela peut conduire à des effets "caricaturaux" observés dans leurs pratiques (Chesné 2008).

mathématiques des élèves qui se passent nécessairement à son insu.[7] Nos descriptions des pratiques enseignantes permettent de travailler ces questions.

Enfin une spécificité importante du métier d'enseignant réside dans le fait qu'il n'y a pas vraiment d'évaluation directe possible du travail du professeur. Ceci est lié au fait qu'il n'y a pas d'experts reconnus en tant que tels, contrairement à beaucoup d'autres professions, ce qui tient à la très grande difficulté d'apprécier les effets sur les élèves d'un enseignement précis (on a une boucle). Cela contribue à conférer au métier de professeur un caractère incertain, dynamique, voire changeant, ce qui amène Durand et al. (2002) à parler d'une culture en action des enseignants. À la limite on peut apprécier ce qui ne va vraiment pas, et encore ! Cette absence de « pratiques enseignantes expertes » qui pourraient servir de références absolues nous amène à travailler plutôt en termes de palettes de choix possibles qu'en termes prescriptifs, et c'est une difficulté de plus – même si à terme c'est plutôt un avantage lié à une certaine liberté, et à des possibilités de renouvellement individuel. On peut s'entendre sur le fait que des pratiques adéquates sont associées à des apprentissages partagés par beaucoup d'élèves mais cela reste vague et hors de portée des recherches et peut-être plus encore, de la formation d'enseignants.

III. QUELLES DESCRIPTIONS DES MATHEMATIQUES POUR PENSER LES FORMATIONS D'ENSEIGNANTS : CONTINUITE ET SPECIFICITE

La réflexion que nous allons mener maintenant est très liée au système français de formation, où les futurs enseignants de mathématiques du secondaire ont à effectuer à l'Université, après leur licence, deux années d'études leur permettant d'obtenir un master tout en préparant un concours de recrutement. L'expression « formation professionnelle initiale » renvoie à ces deux seules années, dans la mesure où les étudiants qui s'engagent dans cette formation, le font pour devenir enseignant, après une formation en mathématiques de trois ans à l'université, avec d'autres étudiants. Ce système a évolué ces dernières années, mais il reste que ce concours comporte une partie écrite mathématique, classique, et une partie orale un peu plus liée à l'exercice futur de la profession, notamment limitée aux programmes scolaires. Divers stages en établissements sont proposés aux étudiants, et la deuxième année, pour la quasi-totalité d'entre eux, ils ont à effectuer un service d'enseignement partiel dans un établissement. Il y a beaucoup de variantes dans les parcours de formation possibles au sein des actuels masters en enseignement de mathématiques universitaires mais il y a une constante : l'existence de ces stages en responsabilité durant lesquels les « étudiants stagiaires » exercent le métier d'enseignant auprès d'élèves qui les considèrent comme tels. C'est une étape qui selon nous détermine un « avant » et un « après » dans la formation, en lien avec l'expérience du terrain.

Nous faisons l'hypothèse qu'à partir du moment où les étudiants sont confrontés à la réalité des classes en tant que professeurs, même si c'est bref, ils peuvent vraiment commencer à construire une posture professionnelle et à être perméables à des éléments sur les pratiques enseignantes. On rentre alors dans le domaine de la formation professionnelle des pratiques. Ce qui est fait « avant » alimente bien entendu cette partie de la formation mais reste la plupart du temps décalé par rapport aux pratiques réelles, enrichissant davantage les connaissances que directement les pratiques, de manière nécessaire évidemment mais non suffisante. Nous postulons qu'on peut travailler « après », à partir des stages, dans une certaine continuité avec ce qui a été fait avant, pour que ce qui a été acquis jusqu'aux stages soit prolongé, adapté en connaissance de cause, qu'il n'y ait pas rupture et ce, en vue d'une

[7] Les ergonomes disent que les enseignants gèrent de ce fait, un environnement dynamique et ouvert (Ria 2008).

plus grande efficacité de la formation. Et il nous semble que la didactique fournit des outils très précieux à ce titre, pour penser la continuité et expliciter les transformations en jeu, en ajoutant que l'élaboration et la mise en place de modalités adéquates de ce type d'interventions en formation restent fondamentales. Dans ce qui suit nous nous centrons sur la partie spécifiquement professionnelle de la formation initiale, qui commence avec les stages, pour illustrer ce postulat.

1. *Des hypothèses générales*

Les théories disponibles sur le développement des pratiques nous amènent à adopter pour cette partie « professionnelle » de la formation, portant sur les pratiques, une hypothèse générale, empruntée à Vygostki, à la psychologie ergonomique et à la didactique professionnelle : pour qu'un travail en formation enrichisse les pratiques – et pas seulement les connaissances, il est nécessaire de s'appuyer sur des pratiques, notamment en classe, au cœur du métier. Il ne s'agit pas seulement de développer par exemple des connaissances sur les mathématiques à enseigner[8] mais bien de partir des pratiques de l'enseignant en classe et de leur complexité, dans des séances effectives (qui peuvent être filmées), pour à terme enrichir les pratiques des formés. Tenir compte de la complexité des pratiques amène à faire travailler ensemble au moins ce qui relève du cognitif et du médiatif, contenus et déroulements, choix des tâches et gestion correspondante de la classe, tant ces éléments sont de fait imbriqués dans l'exercice quotidien du métier. Non seulement en effet dans les études antérieures il est peu tenu compte des programmes d'enseignement mais encore on ne fait travailler que les aspects cognitifs des savoirs, indépendamment de ce qui doit être ajouté si on prend en compte les déroulements. C'est cet ajout que nous visons, sauf qu'en réalité ce n'est pas un ajout mais bien une nouvelle façon d'interroger conjointement, simultanément, avec les étudiants, les choix de contenus et de déroulements. Il s'agit aussi d'aborder dès le début, et sans cacher la réalité, les contraintes liées au métier qui pèsent sur ces choix et de discuter des marges de manœuvre qui restent, liées davantage aux diversités des singularités individuelles en présence. C'est finalement à travers l'élaboration partagée d'une palette de contenus et de déroulements possibles qu'on y arrive, par exemple en faisant discuter les étudiants sur des alternatives proposées par eux (expérimentées ou non) pour une séquence précise.

Une autre hypothèse s'introduit, à la suite, qui concerne les modalités des formations. Pour qu'un tel travail enrichisse les pratiques individuelles, il est essentiel d'intervenir sur des éléments dont les débutants peuvent avoir conscience, sur lesquels ils ont des ressentis, voire des besoins – qu'ils peuvent « accrocher » à ou qui sont proches de leurs propres pratiques. C'est notre manière d'adapter les hypothèses de Vygotski sur la ZPD (zone Proximale de Développement), en introduisant l'idée de travailler en formation au plus près des ZPDP (Zone de Développement Proximal des Pratiques ou Professionnelle) des futurs enseignants. Pour cela le travail collectif est essentiel pour permettre la discussion, l'échange et la prise de conscience de ce qui est en jeu, aidé par des mots pour dire le professionnel introduits dans les formations. La formation consiste alors à organiser l'émergence de ces dires collectifs, par des questionnements systématiques, puis à s'appuyer sur les ressentis et les besoins exprimés des futurs enseignants pour introduire les ressources dont le formateur suppose que ces débutants ont besoin. Ressources qui, nous le pensons, enrichiraient leurs pratiques en remontant des tâches et déroulements précis discutés aux scénarios plus globaux, en passant par le relief sur les notions visés et les exigences du métier (Robert & al. 2012 ; Robert & Vivier 2013).

[8] A la fois mathématiques et didactiques.

2. *Une dernière hypothèse spécifique et une trajectoire possible dans le cadre de la formation initiale actuelle*

À l'évidence les futurs enseignants ont donc besoin de connaissances mathématiques (disponibles), de connaissances sur les mathématiques à enseigner – en lien avec les programmes, de connaissances didactiques pour bâtir des scénarios cohérents et gérer les déroulements, et d'expériences d'enseignement accompagnées et travaillées. Mais ce n'est pas d'une juxtaposition de ces connaissances dont ils ont besoin mais bien d'une appropriation combinée, cohérente, adaptable, qui leur convienne et qui s'insère de manière naturelle dans leurs premières expériences… Nous faisons l'hypothèse que la formation peut y contribuer à condition de respecter une certaine progressivité, sans tout mélanger non plus…

Le travail mathématique avec des outils didactiques[9] pour décrire les mathématiques peut participer à l'organisation nécessaire des connaissances à acquérir pour que l'enseignant s'engage dans ces activités mathématiques spécifiques. Cela concerne notamment la réflexion sur les méthodes, et le fait d'avoir des idées un peu synthétiques sur les mathématiques à enseigner, au fur et à mesure qu'on les fait (re-)travailler. Cela peut nourrir le besoin de disposer du relief sur les notions avant d'en envisager l'enseignement. Cela peut contribuer ainsi à une plus grande disponibilité des connaissances mathématiques à utiliser en participant à leur restructuration, et garantir des possibilités d'adaptations de ces connaissances, ultérieures, dans les classes. Cela peut enfin nourrir plus localement des choix des tâches et la possibilité d'en suivre le déroulement en classe, côté élèves, en disposant de repères issus du travail sur les tâches. Par exemple les types de problèmes en géométrie que Marion et Ovaert. (1980), Amalberti et al. (1988) avaient dégagés peuvent alimenter ce type de travail. D'autres exemples sont donnés dans Robert (1995). On peut aussi proposer quelques problèmes originaux pour donner du sens à une notion, du niveau des connaissances travaillées (avec l'hypothèse qu'il pourra y avoir transfert de ce qui joue alors, surtout si c'est explicité) : par exemple un travail sur les carrés magiques réels et les systèmes générateurs, présenté comme servant à « compter » l'infinité d'éléments d'un espace vectoriel. De manière continue, en commençant avant le début des stages et en continuant après, on peut habituer petit à petit les étudiants à repérer, dans les connaissances mathématiques qu'ils travaillent, non seulement celles qui sont à mettre en fonctionnement dans un exercice donné, mais aussi ce qui est objets, outils, cadres, registres (types d'écriture, de langage), types de raisonnement, niveaux de rigueur, comme dans Pian et Robert (1999) par exemple. Autant de repères permettant à la fois l'élaboration de tâches variées, riches, et la possibilité d'en suivre les déroulements en classe.

A l'occasion d'épisodes de formation dédiés à des anticipations plus précises sur le métier d'enseignant (temps de préparation de stage de pratiques accompagnées, travail sur des questions orales ou écrites à dimensions « professionnelles » posées au concours du CAPES) on peut commencer à faire analyser les adaptations de connaissances qui sont convoquées dans un exercice et les activités correspondantes potentielles d'élèves - que ce soit la reconnaissance de connaissances indiquées ou non, anciennes ou moins, ou le type de traitement à utiliser, avec des mélanges de cadres ou de points de vue par exemple, ou l'organisation des raisonnements qui est en jeu (par étapes)[10]. A un niveau plus global, on peut aussi chercher à faire identifier des niveaux de conceptualisation et des types de stratégie

[9] Comme les analyses de tâches par exemple.

[10] avec des outils comme des grilles d'analyse d'énoncés, inspirés de la double approche ergonomique et didactique (Coulange et Train 2014).

relatifs à ces niveaux en partant de problèmes « bien choisis » comme ceux cités pour la géométrie, dans Robert (2003).

Après le début des stages, on peut commencer à introduire en continuité les questions liées aux apprentissages et à la conceptualisation visée. Les outils déjà cités permettent également d'identifier des origines potentielles des difficultés des élèves, de repérer des malentendus, des implicites ignorés des effets de contrat, d'interroger des proximités supposées (mais erronées) entre les activités mathématiques des élèves et leurs apprentissages,... On introduit en situation l'idée d'apprendre à gérer ensemble tâches et déroulements, en tenant compte des activités des élèves (ou des traces, des observables liés à ces activités devenues effectives). Interviennent aussi des connaissances sur les liens entre les activités des élèves et leurs apprentissages, compte tenu de contextes de classe. L'objectif est d'assurer un rapprochement effectif entre les activités attendues des élèves et les activités que les élèves peuvent développer en classe (en vrai !) – compte tenu du choix fait de l'organisation prévue du travail des élèves. On peut introduire « naturellement », en continuité, des repères sur la mise des élèves en activité (et leur maintien dans l'activité), le type d'improvisation à penser (en s'appuyant sur la préparation et le repérage de ce que font les élèves), sur le type d'aides à donner : on a un objectif précis, coller le plus possible aux activités mathématiques prévues ou plus exactement, à leur potentiel au regard des apprentissages ou de la conceptualisation visée !

Contribuer à élaborer un rapport aux mathématiques riche, qui s'enrichit par l'expérience sur le terrain, qui nourrit leur enseignement et s'adapte aux nécessités des apprentissages des élèves et plus généralement du métier de professeur,[11] voilà ce qui pourrait résumer notre projet de description de l'intervention des mathématiques dans le cadre de la formation des enseignants. Il nous faut ici insister sur la difficulté qu'une telle trajectoire de formation initiale partant des pratiques enseignantes (et non des seules connaissances et savoirs mathématiques, ni même didactiques) peut recouvrir, du fait des mises en lien parfois délicates entre ce qui peut être travaillé avant, « juste avant », pendant et après les stages de ces futurs enseignants, dans différents contextes de formation (à teneur plus ou moins didactique ou mathématique, visant la préparation du concours, l'accompagnement des stages…) ou de stages (de pratique accompagnée, en responsabilité avec des tuteurs…) et avec différents acteurs de la formation (mathématiciens, didacticiens, enseignants intervenant dans la formation ou le tutorat). Les différences de postures (étudiants / enseignants), les différences d'univers de savoirs et de connaissances mathématiques fréquentés (au niveau du secondaire et/ou du supérieur), les « mathématiques » diffuses et imbriquées dans les composantes des pratiques enseignantes sont en cause, objectivement. De telles mises en lien nécessitent des allers-retours entre pratiques enseignantes et « mathématiques », un temps long, une progressivité (et un *timing*) dans la formation des étudiants / futurs enseignants de mathématiques, une mise en cohérence qui passe par un projet partagé et des arrière-plans didactiques et mathématiques communs pour les différents acteurs de la formation. Cela nécessite peut-être également d'éviter un modèle trop « successif » entre formation mathématique *stricto sensu* et professionnelle d'étudiants se destinant à devenir enseignants comme c'est peut-être le cas en France actuellement. C'est aussi un pari d'enrichissement réciproque entre mathématiques et didactique dans la formation des futurs enseignants qui nous paraît envisageable, et même souhaitable.

Notons enfin, en guise d'ouverture (qui nous semble adaptée à la thématique globale de ce colloque), que la nécessité que nous venons de pointer, d'élaborer des rapports spécifiques et

[11] Qui ne soit ni réduit aux seuls apprentissages mathématiques, ou à de « belles mathématiques » que l'on peut vouloir enseigner.

riches aux mathématiques, *via* des activités contextualisées et une remontée à partir de pratiques, ne concerne pas que la formation d'enseignants de mathématiques. Elle touche aussi à de « nouveaux » usages des mathématiques comme ceux liés nouvelles technologies ou relatives à d'autres types de formations professionnelles…. La didactique des mathématiques fournit des descriptions à même de prendre en compte et de renouveler, voire de contribuer à transformer les usages des mathématiques en (re-)contextualisant ces usages dans les activités, les pratiques qui les convoquent. C'est en tout cas ce qui nourrit nos projets.

REFERENCES

Bednarz N., Proulx J. (2009) Knowing and using mathematics in teaching: Conceptual and epistemological clarifications. *For the Learning of Mathematics* 29(3), 11-17.

BESSOT A. (2011) L'INGÉNIERIE DIDACTIQUE AU CŒUR DE LA RECHERCHE EN THÉORIE DES SITUATIONS DIDACTIQUES. IN MARGOLINAS C. et al. (Eds.) *En amont et en aval des ingénieries didactiques* (pp. 29-56). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Brousseau G. (1997) La théorie des situations didactiques (Cours donné lors de l'attribution du titre de Docteur Honoris Causa de l'Université de Montréal). *Interactions didactiques.* Genève.

Bosch M., Chevallard Y. (1999) La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs : objet d'étude et problématique. *Recherches en didactique des mathématiques* 19(1) 77–124.

Chevallard Y. (1997) Familière et problématique, la figure du professeur. *Recherches en didactique des mathématiques* 17(3) 17-54.

Durand M., Ria L., Flavier E. (2002) La culture en action des enseignants. *Revue des sciences de l'éducation* XXVIII (1) 83-103.

Maheux J.-F., Proulx J. (2014) Vers le faire mathématique: essai pour un nouveau positionnement en didactique des mathématiques *Annales de didactique et de sciences cognitives* 19, 17-52.

Masselot P. et Robert A. (2007) Le rôle des organisateurs dans nos analyses didactiques de professeurs enseignant les mathématiques, *Recherche et formation* 56, 15-32.

Marion J., Ovaert J.L. (1980) Sur l'enseignement de la géométrie au lycée, *GREG IREM de Marseille,* 12.

Amalberti R., Arnal J.-P., Beniamino J.-C., Castelli A., Clou J.-P., Marion J., Ovaert J.-L., Proudhon D., Vernet J.-M. (1988) *Géométrie I.* Marseille : IREM d'Aix-Marseille.

Pariès M., Robert A., Rogalski J. (2008) Analyses de séances en classe et stabilité des pratiques d'enseignants de mathématiques expérimentés du second degré, *Educationnal studies of mathematics* 68, 55-80.

Pian J., Robert A. (1999) Comment élaborer des énoncés mathématiques? Un exemple. *Brochure de l'IREM Paris-Sud*, N°89. Paris.

Pouyanne N. (2012) Notions non encore formalisées. In Robert et al. (Eds.) *Une caméra au fond de la classe.* Besançon : Presses universitaires de Franche Comté.

Proulx J. (2012) De l'existence de mathématiques de la didactique – réflexions sur l'articulation entre mathématique et didactique, In Dorier et al. (Eds.) *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone EMF 2012*. Genève, suisse : EMF.
http://www.emf2012.unige.ch/index.php/actes-emf-2012

Ria L. (2008) Ergonomie du travail enseignant. In Van Zanten A. (Ed.) *Dictionnaire de l'Education* (pp.282-284). Presses Universitaires de France.

Robert A. (1995) *L'épreuve sur dossier à l'oral du capes de mathématiques (Géométrie).* Paris : Ellipses.

Robert A. (2003) Un point de vue sur les spécificités du travail géométrique des élèves à partir de la quatrième : l'organisation des connaissances en niveaux de conceptualisation *Petit x,* 63, 7-29.

Robert A. (2007) Stabilité des pratiques des enseignants de mathématiques (second degré) : une hypothèse des inférences en formation, *Recherches en didactique des mathématiques* 27/3, 271-312.

Robert A. (2008a) Le cadre général de nos recherches en didactique des mathématiques. In Vandebrouk F. (Ed.) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp. 11–22). Toulouse : Octarès Editions.

Robert A. (2008b) Une méthodologie pour analyser les activités (possibles) des élèves en classe. In Vandebrouk F. (Ed.) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp. 45–54). Toulouse : Octarès Editions.

Robert A. (2008c) La double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques. In Vandebrouk F. (Ed.) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp. 59–65). Toulouse : Octarès Editions.

Robert A., Lattuati M., Penninckx J. (1999) *L'enseignement des mathématiques au lycée*. Paris : Ellipses.

Robert A., Penninckx J., Lattuati M. (2012) *Une caméra au fond de la classe, (se) former au métier d'enseignant de mathématiques du second degré à partir d'analyses de vidéos de séances de classe.* Besançon : Presses universitaires de Franche-Comté.

ROBERT A., ROGALSKI J. (2002) Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignantes de mathématiques : une double approche. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologie*s 2(4), 505–528.

Robert A., Vivier L. (2013) Analyser des vidéos sur les pratiques des enseignants du second degré en mathématiques, *Éducation et didactique 7-2,* 115-144.

Vandebrouk F. (2008) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*. Toulouse : Octarès Editions.