Mathématiques, quel avenir ?

Jean-Pierre KAHANE

EM 2000 s'achève. Ce fut un beau congrès, où les participants ont travaillé et se sont enrichis les uns auprès des autres. Nous avons essayé de tirer les leçons du passé, et d'explorer tous les aspects de l'enseignement des mathématiques.

Les organisateurs ont sagement pensé que la conférence de clôture ne devrait pas clore les débats en cours, mais au contraire s'aventurer en terrain inconnu : quel avenir pour l'enseignement des mathématiques, quel avenir pour les mathématiques, quel avenir pour nos enfants ?

Naturellement, je partirai de la dernière question : quel avenir pour nos enfants et petits-enfants, quel avenir pour l'humanité ?

Truisme : l'avenir est incertain. A Grenoble en 1788, on ne pouvait prévoir la chute de la royauté, la république et sa chute, l'empire et sa chute, l'abolition de l'esclavage et son retour, ni la restauration des Bourbon.

Mais les enjeux sont maintenant mondiaux. L'humanité détient aujourd'hui le pouvoir de se détruire elle-même physiquement et rapidement, par la guerre, ou plus insidieusement par une déshumanisation des rapports sociaux. Elle peut aussi prendre en mains sa propre évolution, en tablant sur les caractéristiques de l'espèce humaine par rapport à tout ce que nous connaissons du vivant : la curiosité et l'invention, la transmission des connaissances de génération en génération, l'adaptation aux changements extérieurs par des solutions toujours nouvelles, reposant sur l'imagination, la recherche, la science accumulée et transmise.

Je serai optimiste et je me placerai dans la seconde hypothèse. L'humanité survivra aux dérives actuelles. Nos enfants et petits-enfants vivront aussi longtemps ou plus longtemps que nous. Ils vivront mieux, dans un monde plus solidaire, libéré de la domination mondiale des valeurs financières. Mais cela n'empêche que les plus jeunes d'entre nous, et a fortiori leurs enfants et petits-enfants, se trouveront devant des problèmes graves dont nous n'avons même pas l'idée. Il y aura tôt ou tard des changements climatiques, des catastrophes naturelles, des épidémies, des menaces de toute sorte provenant de la nature ou de l'évolution même des sociétés. Nous savons déjà qu'il y aura au cours du siècle un problème d'approvisionnement énergétique, parce que nous consommons à toute allure des ressources naturelles - en particulier les hydrocarbures - que la terre a mis des millions d'années à produire. Les ressources qui nous paraissaient les plus inépuisables, l'air et l'eau, sont déjà celles sur lesquelles nous devons veiller le plus sérieusement. Cependant, dans l'ensemble, les très grands problèmes d'avenir pour la survie et le développement de l'humanité nous sont inconnus. Nous savons seulement que les hommes auront à faire face à de l'imprévu, à des changements, à des bouleversements sans doute. Il y aura beaucoup de travail, et pour tout le monde. Contrairement à une idée reçue, il y aura plus de travail pour nos enfants que pour nous-mêmes, et les technologies ne remplaceront pas le travail humain. Pour assurer sa survie et son évolution, l'humanité aura besoin de tous ses membres, responsables et solidaires. Ainsi le développement des individus, de leurs capacités créatrices et de leurs facultés de communication, de leur liberté et de leur solidarité, devient une question de survie pour l'espèce.

Quid des mathématiques dans tout cela ?

Elles ont deux caractères apparemment contradictoires, et également précieux : leur permanence, et leur mobilité.

J'insisterai d'abord sur leur permanence.

Nous avons d'autant plus besoin de repères fiables que nous vivons dans un monde plus changeant. Les mathématiques nous fournissent des repères solides et permanents.

Ce sont d'abord les valeurs qu'elles portent : la façon spécifique dont elles développent l'imagination et la rigueur, la logique qui leur est attachée, le mode spécifique de validation qu'est la démonstration. Nous en sommes tous porteurs ici et nous en sommes fiers. À travers la diversité de nos situations, nous en sommes les dépositaires pour l'humanité à venir.

Cela ne veut pas dire que nous y sommes seuls attachés. Bien au contraire, c'est d'abord à ces valeurs que pensent nos collègues des autres disciplines quand ils réfléchissent à l'utilité des mathématiques. En voici quelques exemples, au hasard de mon expérience. En 1987, la CIEM a mené une étude sur les mathématiques comme discipline de service, et nous avons procédé à cette occasion à une série d'enquêtes et d'interviews. Les biologistes d'Orsay avaient une certaine expérience de la collaboration avec les mathématiciens pour l'enseignement en premier cycle universitaire. Ils n'ont affirmé qu'une exigence : que les mathématiciens enseignent bien, à leur façon. Tout récemment, le 22 mai, nous avions à l'Académie des Sciences une séance de travail consacrée à l'enseignement des mathématiques en relation avec les autres disciplines. Pierre Buser (biologiste, membre de l'Académie) conclut son intervention en déclarant qu' " on a besoin d'étudiants conceptuellement formés à ces opérations mentales que seules donnent les mathématiques ". Jacques Treiner (physicien, président du GTD de physique) insiste à la fois sur le lien consubstantiel entre mathématiques et physique, et sur la valeur de la démonstration mathématique (il donne en exemple celle de l'irrationalité de ÷2) " indépendamment de son importance pratique ". C'est aussi sur l'importance des démonstrations et du raisonnement rigoureux qu'intervient Gilles Kahn (informaticien, directeur scientifique de l'INRIA) : " la tendance à diminuer l'importance des démonstrations paraît regrettable. L'expérience du raisonnement rigoureux, l'esthétique du raisonnement, sont des plus utiles dans le monde de l'informatique " (les citations sont empruntées au compte-rendu). Edmond Malinvaud (économiste, ancien directeur de l'INSEE) : " les professeurs de mathématiques ont une vocation évidente à prendre en charge la formation au mode de raisonnement statistique ".

L'Académie des sciences organise une session exceptionnelle de trois jours en novembre 2000, à Grenoble. Elle débutera par des exposés de mathématiques coordonnés par Bernard Malgrange . Elle s'achèvera sur un grand thème interdisciplinaire : " l'homme au cœur de la science ", et la première intervention sur ce thème sera celle de Gilles Kahn, qui évoquera " les mathématiques et la création d'images de synthèse ".

Tout se passe comme si la déclaration “ les mathématiques méritent considération ”, qui était au départ une réaction à l’égard des déclarations non pertinentes d’un confrère ministre, correspondait maintenant à une volonté générale.

Nous avons eu au cours de ce colloque des témoignages impressionnants de la valeur universelle des mathématiques comme moyen de communication et de socialisation. Je pense aux enfants vietnamiens et cambodgiens, ignorant le français, à qui Jean-Claude Duperret a révélé qu’ils pouvaient s’atteler aux mêmes problèmes et se rejoindre au moyen de la langue mathématique, comme aux enfants marocains dont nous a parlé Mohamed Akkar, réunis sur la seule base de leurs difficultés scolaires, et découvrant un accès au travail intellectuel avec les mathématiques.

Pour les enfants, l’apprentissage des mathématiques offre la possibilité de se confronter à un problème, parfois même au professeur. Beaucoup d’élèves, en face d’un problème mathématique, ont éprouvé les mêmes sentiments que les chercheurs professionnels : la douleur de la recherche et la joie de la découverte, la contemplation inquiète et l’illumination.

Je me suis étendu sur la valeur permanente de la démarche mathématique. Elle s’accompagne d’une étonnante stabilité des notions élémentaires. Les triangles, les cercles, les nombres premiers d’Euclide sont toujours nos triangles, nos cercles et nos nombres premiers. Pour illustrer cette permanence des notions, et la discuter, je remonterai au-delà d’Euclide, à Platon.

Jacques Treiner nous a parlé de $\sqrt{2}$ et de la preuve de son irrationalité : $p^2 = 2.q^2$ etc. C’est un sujet qui a fasciné Platon, en relation avec la duplication du carré (cf. la leçon de Socrate à l’esclave de Ménon). Ce qui le surprenait, c’est que deux carrés puissent être commensurables en surface sans être commensurables en longueur. Il était d’age mûr quand il a appris la chose, qui lui est apparue alors si belle et si essentielle qu’il s’indigne que la majorité des Athéniens l’ignorent ; ils sont, dit-il, comme des “pourceaux à l’engrais” (Les Lois). Mais la preuve que nous a donnée Jacques Treiner, la preuve d’Euclide, n’était pas la démonstration d’origine. Il y avait des preuves différentes pour $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ etc. jusqu’à $\sqrt{17}$, et on stoppait à $\sqrt{19}$. Exercice : pourquoi ? La preuve d'Euclide est sans doute due au jeune prodige Théétète.

Platon s'intéressait aussi au cube et à sa duplication ; c'est, dit-il, un beau programme de recherche (République). Le cube, et les autres polyèdres réguliers, le tétraèdre, l'octaèdre, l'icosaèdre, représentent les éléments, la terre, le feu, l'air, l'eau, dans une sorte de chimie fantastique où les faces s'échangent et se recombinent entre eau, air et feu. Le laissé pour compte, le dodécaèdre, qui a presque l'allure d'une sphère, est le modèle sur lequel le Créateur a façonné l'univers (Timée). La chimie de Platon est une fantasmagorie. Mais les polyèdres restent là, et la chimie moderne les redécouvre. Les polyèdres formés de pentagones et d'hexagones sont les formes exotiques que prennent certaines molécules de carbone, tel le C_{60}. On les appelle fullerènes, en hommage à l'architecte Fuller et au globe qu'il a construit pour l'exposition universelle de Montréal, et aussi footballènes, vu leur forme. Exercice : ces polyèdres renferment comme faces exactement douze pentagones. Ils sont plus intéressants encore quand les sommets sont occupés par des molécules d'eau et que des molécules de méthane sont emprisonnées à l'intérieur ; il paraît que c'est ainsi que l'on se représente les gisements de gaz coincés dans les glaces de Sibérie. De la cristallographie à la chimie supramoléculaire de Jean-Marie Lehn les polyèdres et leurs symétries reviennent au cœur de la chimie.

Dans la cosmogonie de Platon la sphère aussi joue un rôle essentiel. C'est, pour Platon, la figure “ la plus parfaite et la plus semblable à elle-même ”. Bien sûr, ce n'est pas une définition mathématique, mais c'est une idée forte et juste. “ La plus semblable à elle-même ”, comparée aux polyèdres réguliers, parce qu'elle est invariante par le plus grand groupe de rotations. “ La plus parfaite ” parce qu'on la connaît parfaitement quand on en connaît un petit bout.

J'ai proposé non seulement d'illustrer mais de discuter la permanence des notions mathématiques. Il est clair que ma lecture de Platon est celle d'un mathématicien en l'an 2000. Certes on trouve chez Platon et plus tard chez Euclide des nombres, des figures et des algorithmes. Mais c'est trop peu dire qu'ils conservent leur intérêt. Leur intérêt actuel est bien plus grand que par le passé, parce que l'on en connaît plus de propriétés, plus de relations internes et plus de relations au monde. Quand nous parlons aujourd'hui du cercle, nous pensons bien à sa définition par le centre et le rayon, mais aussi à ses propriétés angulaires, à sa courbure, à sa propriété isopérimétrique, à sa structure de groupe, à sa structure topologique. Le cercle euclidien conserve tout son intérêt, mais il a donné naissance, sous son nom, à des objets mathématiques nouveaux, au moyen du procédé, fréquent dans la nature, qu'est la perte de structure.

Ainsi la permanence m'entraîne vers la mobilité.

Les mathématiques sont en mouvement perpétuel. Les publications mathématiques ont crû exponentiellement au cours du vingtième siècle, au rythme approximatif d'un doublement tous les dix ans. Des branches nouvelles se sont créées. La méthode axiomatique, héritée d'Euclide, a été mise en forme et a pénétré l'ensemble des mathématiques ; grâce à elle, les mathématiques n'ont jamais été plus puissantes et plus libres. Les probabilités se sont jointes au reste de la mathématique ; le mouvement brownien, dont la théorie mathématique a juste un siècle, fait maintenant partie de la culture commune à la plupart des mathématiciens. Les équations différentielles se traduisent en systèmes dynamiques. L'algèbre et la géométrie forment un couple florissant. Pour apprécier notre changement de point de vue sur l'algèbre, il n'est que de comparer le grand classique qu'est Moderne Algebra, de Van der Waerden, et le récent Cours d'algèbre de Demazure. Un livre vient de paraître, " Development of Mathematics 1950-2000 ", avec une trentaine d'auteurs, et il donne une idée de l'extrême foisonnement des mathématiques à notre époque.

Un trait majeur des mathématiques de l'an 2000 est qu'elles sont, de nouveau, intimement mêlées aux autres sciences. Cela explique les sentiments à leur égard que j'ai déjà signalés. En quarante ans, nous sommes passés de <u>la</u> mathématique, suivant la terminologie de Bourbaki, <u>aux</u> mathématiques pures et appliquées, et, maintenant, aux <u>sciences mathématiques</u> qui intègrent non seulement l'activité des mathématiciens, mais la part d'activité mathématique qui se manifeste chez les mécaniciens, les informaticiens, les physiciens, les biologistes, les économistes etc. La physique a un lien consubstantiel avec les mathématiques, comme le rappelait Jacques Treiner, et Nicolas Bouleau a montré dans sa conférence comment tel concept mathématique (le potentiel, en l'occurrence) est riche de sens différents, en physique, et parallèlement en mathématiques. Les physiciens Witten et Ruelle sont des mathématiciens à part entière. Le physicien Balian, qui est cité dans tous les ouvrages sur les ondelettes, est un des membres les plus actifs de la commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques. Pour l'informatique, le lien, quoique récent, est multiple. La CIEM a mené une étude en 1985 sur l'influence des ordinateurs et de l'informatique sur les mathématiques et leur enseignement, où Bernard Cornu a joué un grand rôle. À l'époque, ce qui pouvait sembler un peu provocateur était de parler de l'influence des ordinateurs sur les mathématiques comme science, et c'est une banalité maintenant. Par contre, nous croyions à l'imminence d'un effet dans l'enseignement dans le contenu comme dans les méthodes, et cet effet reste à organiser. J'y reviendrai. Pour la biologie je me bornerai à un exemple, celui de la génomique structurale, qui est une nouvelle discipline visant, après déchiffrement du génome, à connaître les fonctions des gènes au moyen de leur structure spatiale. L'un de ses meilleurs représentants en France est Gérard Bricogne, qui est chimiste de formation, cristallographe, rattaché en France (il travaille à Cambridge) à un grand laboratoire de physique, directeur de recherche au CNRS en biologie, et correspondant de l'Académie des sciences en mathématiques. De fait, l'exploration des grosses molécules par cristallisation et diffraction de rayons X fait apparaître un problème d'analyse de Fourier beau et difficile, qui mobilise beaucoup d'outils d'algèbre et de statistique, et qui a déjà valu à Herbert Hauptmann le prix Nobel de chimie. La présentation de l'analyse de Fourier par Gérard Bricogne, destinée aux cristallographes, inclut les avatars récents de la transformée de Fourier rapide avec des éléments de théorie des groupes et de statistique ; c'est un très bon texte mathématique.

Comme les autres sciences, les mathématiques se cultivent maintenant dans le monde entier, et les nouveaux moyens de communication se prêtent particulièrement bien aux échanges entre mathématiciens. Techniquement, la possibilité existe pour un mathématicien isolé d'être en contact constant avec les équipes actives dans son domaine, où qu'il se trouve. L'objectif qu'il y ait partout des mathématiciens actifs, vivant et travaillant dans leur pays, est parfaitement réaliste, et le directeur du CIMPA, Claude Lobry, a clairement exposé l'importance de cet objectif pour les pays les moins développés. Des perspectives nouvelles se présentent pour les coopérations. L'année mathématique 2000 est l'occasion d'y insister, comme on l'a fait au cours du colloque. En même temps il faut avoir les yeux ouverts sur la situation présente : la polarisation américaine, et le " brain-drain " qui est l'une des pires formes d'exploitation des pays pauvres par les pays riches.

La CIEM avait consacré une étude à la popularisation des mathématiques. Depuis cette étude (1989) les choses ont changé. L'année mathématique 2000 a connu une explosion d'initiatives pour la vulgarisation des mathématiques, en direction de tous les publics, et par tous les canaux possibles. La question qui se pose est : comment poursuivre ?

Le public est intéressé par le mouvement des mathématiques. L'histoire des mathématiques et leur épistémologie sont donc des voies possibles pour les populariser. Un excellent exemple est le livre issu des travaux du séminaire d'histoire et de philosophie des mathématiques de l'IREM de Paris, " La recherche de la vérité ". Les ouvrages d'Alain Connes, de Roland Omnès et de Nicolas Bouleau témoignent dans leur diversité d'un renouveau d'intérêt pour la philosophie des mathématiques. L'exposé de Nicolas Bouleau à ce colloque apporte des idées nouvelles et importantes sur la nature des concepts mathématiques – je viens d'évoquer la polysémie de la notion de potentiel, on peut en dire autant de la notion d'intégrale. Il a insisté sur les valeurs de la langue mathématique, sa rigueur et sa souplesse, sa polysémie, son aptitude à la communication – nous sommes loin de la conception de Galilée, de la langue mathématique comme <u>la</u> langue de la nature. Et surtout, il nous a montré la nécessité d'une pensée critique sur la modélisation, en évoquant différentes modélisations possibles d'un même phénomène naturel, et la démystification nécessaire des "vérités" qu'apporte un modèle.

Dans sa conférence d'ouverture, Hélène Gispert a fait ressurgir pour nous le contexte de la réforme de 1970. La mathématique apparaissait alors comme la science des structures fondamentales, et cela entrait en résonance avec l'idéologie de l'époque. Au cours des années 1980, la modélisation est apparue indispensable dans toutes les sciences, avec comme corollaire la simulation. Les mots clés des rapports de conjoncture scientifique sont devenus " modèles " et " interactions ". Les mathématiques sont alors apparues comme science des modèles et carrefour d'interactions. Aujourd'hui, les sciences mathématiques expriment que, dans ce carrefour, les mathématiciens stricto sensu ne sont pas seuls. Et ce qui me paraît nouveau depuis dix ans, et particulièrement à l'heure actuelle, est le renouveau de la pensée critique, historique, épistémologique, dans la communauté scientifique en général et chez les mathématiciens en particulier. La réflexion sur le mouvement commence à faire partie du mouvement même des mathématiques.

Quid de l'enseignement des mathématiques ?

Tout ce que je viens de dire concerne évidemment l'enseignement des mathématiques. D'ailleurs, une très grande partie provient de la réflexion sur l'enseignement des mathématiques, menée au sein de la CIEM et, en France, des IREM.

L'enseignement me paraît devoir traduire à la fois la permanence et la mobilité des mathématiques, en réponse à un besoin social souvent inexprimé parce qu'il est à long terme et que le long terme nous échappe.

Les mathématiques sont belles et utiles, et leur utilité pour la formation de l'esprit passe avant même leur utilité pratique. Cependant c'est leur utilité pratique, dans la vie courante pour lire et comprendre les informations chiffrées, dans la vie sociale pour évaluer des enjeux, dans la vie professionnelle comme outil adapté aux différentes sciences et techniques, qui peut nous guider dans le choix des matières. L'étude de la CIEM sur les mathématiques comme discipline de service n'est pas attentatoire à la dignité des mathématiques, au contraire. Elle montre la variété des portes d'entrée dans la connaissance mathématique, et elle justifie pleinement ce que

Victor Hugo disait de la science en général : “ vénérons cette servante magnifique ! ”.

Quel que soit le choix des matières et le style d’enseignement, il faut à la fois assurer la cohérence des connaissances – c’est une grande partie de la beauté et de l’efficacité des mathématiques – et laisser les portes ouvertes à d’autres entrées possibles vers les mathématiques. Les activités de type clubs, compétitions, rallyes, jeux, contribuent à ouvrir les portes. Les horaires d’enseignement et les programmes figent pour un temps le choix des matières. Une réflexion à long terme s’impose pour enrichir mutuellement les activités scolaires et périscolaires, et dessiner les évolutions possibles des programmes et des modes d’enseignement. Au-delà des aspects circonstanciels, c’est la raison d’être des démarches entreprises en France par les principales associations professionnelles pour la création d’une commission de réflexion sur l’enseignement des mathématiques. Voici, très sommairement, quelques idées qui me semblent émerger des travaux de cette commission.

D’abord, il convient que tous, mathématiciens et enseignants de mathématiques nous élargissions notre culture. Nous ne sommes pas seulement les spécialistes d’un sujet ou les praticiens de l’enseignement. Nous sommes les porteurs d’une composante importante de la culture nécessaire à notre époque et aux générations futures. Il nous faut donc élaborer les matériaux de cette culture, et d’abord à notre intention. C’est le sens de l’appel aux mathématiciens, au sens large des sciences mathématiques, pour produire des documents attrayants et accessibles aux professeurs de l’enseignement secondaire ; la meilleure formule serait que ces documents aient deux auteurs, l’un source d’information, l’autre exprimant les intérêts du public visé.

Nous ne pourrons jamais enseigner tout ce qui est beau et utile, et nous ne devons pas nous résigner à l’abandonner. Les professeurs de français connaissent depuis longtemps cette situation, et ils la gèrent en changeant régulièrement les auteurs au programme. Que faire en mathématiques ?

Dans l’esprit de l’évolution à long terme, il nous faut à coup sûr réfléchir, prendre le recul par rapport à la situation actuelle, expérimenter. Il nous faut sans doute admettre comme normal que les programmes changent au cours du temps, et que nous soyons amenés à enseigner des choses que nous n'avons jamais apprises. Comment nous y préparer ? L'élargissement de notre culture, après nos études, peut se révéler une nécessité en vue même de faire face aux changements à venir.

J'ai évoqué l'influence de l'informatique. Elle est très importante, et elle se modifie très rapidement. En 1986, j'avais fait au congrès international des mathématiciens un rapport sur “ enseignement mathématique, ordinateurs et calculettes ” qui me semblait d'actualité. Les calculettes de l'époque offraient des possibilités très intéressantes pour l'introduction de nouveaux sujets d'étude, en dépit ou peut être à cause de leur caractère rudimentaire. Mais, en matière de calculettes, on est passé très vite de la bicyclette à la voiture de sport ; les usages sont à réinventer. Les ordinateurs sont partout, l'industrie des logiciels se développe, il nous faut rapidement prendre la mesure de leur usage possible, et créer des conditions pour que cet usage devienne réalité. Cependant la réflexion qui s'impose pour le long terme est relative aux concepts permanents que l'informatique apporte ou conforte en mathématiques : la récurrence, les algorithmes, la logique, et leurs avatars.

L'informatique renouvelle notre conception du calcul. Dans une première phase, les ordinateurs (“ computers ”) ont permis de faire rapidement des calculs numériques approchés, en valorisant tout ce qui était algorithmes de calcul approché, méthodes d'approximation, résolutions d'équations par approximations successives. Dans une seconde phase, ils ont été utilisés pour le calcul formel et pour la résolution d'équations – par exemple d'équations différentielles – sous forme exacte et explicite en termes de fonctions connues. Ces deux aspects du calcul, le calcul approché et le calcul exact, se trouvent à tous les niveaux, de l'école élémentaire à l'université et au-delà. Leur importance doit être saisie dès l'école élémentaire pour la formation de l'esprit.

La géométrie, la vision géométrique, est également nécessaire à tous les niveaux, et elle intervient de plus en plus dans la vie courante et professionnelle. Physiciens et informaticiens la réclament. Or la géométrie n'est pas unique. On l'a appauvrie en la réduisant à une application de l'algèbre linéaire, et elle a été victime des révisions de programmes au point qu'au Québec elle a disparu. Pourquoi et comment la réintroduire dans sa diversité ? Quelle vue d'ensemble peut-on proposer aujourd'hui ? Je renvoie sur ces questions au rapport d'étape sur la géométrie que la commission a produit en janvier 2000.

Les probabilités se sont introduites tardivement et mal dans l'enseignement secondaire en France, tandis qu'elles devenaient l'un des points forts de la recherche scientifique française. Le débat sur la statistique est d'actualité - témoin le tout récent rapport de l'Académie des Sciences à ce sujet. Quelle est la place des statistiques dans notre société ? D'où viennent-elles ? Que disent-elles ? Qu'est-ce que la statistique par rapport aux statistiques ? Quelle place doit-elle occuper dans notre enseignement – y compris dans notre enseignement supérieur ?

Sur l'ensemble de ces questions, relatives à l'informatique, au calcul, à la statistique, des rapports d'étape sont en cours d'élaboration, et devraient être disponibles à la fin de l'an 2000.

Les situations dans le monde sont diverses. Ce colloque en a porté témoignage. Nulle part nous ne pouvons être satisfaits de l'état de la société ni de celui de l'enseignement, et nulle part il n'y a lieu de désespérer . Dans tous les domaines nous sentons une dérive – par exemple, dans les pays riches, la désaffection à l'égard des études scientifiques – et en même temps un bouillonnement d'idées qui peut aboutir à un redressement et à de nouvelles orientations. Mon hypothèse, tout au cours de cet exposé, est que nous sommes dans une période de transition, vers un avenir que nous avons la responsabilité de préparer sans être en mesure de le deviner. Il faut à chaque pays un effort propre, que la coopération internationale doit favoriser. Il faut partout de l'audace dans la conception de l'enseignement à venir, et de la prudence dans la mise en œuvre, en raison de la dérive actuelle, à ne pas accentuer. Ce colloque aura confirmé que nous sommes dans une époque passionnante, où nos responsabilités d'êtres humains et de citoyens sont engagées, et où nous avons la chance d'y faire contribuer nos responsabilités professionnelles. C'est une bonne contribution francophone à la réflexion internationale sur l'enseignement mathématique, qui va se poursuivre avec le congrès ICME-9 de Makuhari.