MATHÉMATIQUES ET LANGAGE : DES PISTES POUR LA RECHERCHE

Jeanne BOLON, maître de conférences
Institut universitaire de formation des maîtres de l'académie de Versailles
jeanne.bolon@versailles.iufm.fr

Résumé
En France, les textes officiels de 2002 pour l'école élémentaire recommandent de développer l'usage de la langue - parler, lire, écrire - dans toutes les disciplines scolaires, mathématiques incluses, dans l'espoir que les tâches langagières auront un effet bénéfique sur les apprentissages visés, sans que des travaux de recherche aient établi de tels liens.

Sous l'expression « Tâches langagières en mathématiques », nous désignons toute tâche demandée par l'enseignant qui vise à développer des compétences en matière de langue mathématique. Je reprends ici la distinction usuelle des linguistes entre langage et langue, le langage étant considéré comme la possibilité d'exprimer une pensée, la langue étant considérée comme un système de signes oraux et écrits propres à un groupe social donné, ici les professionnels de l'enseignement mathématique à l'école élémentaire francophone et leurs élèves.

Les résultats de recherche sur les aspects langagiers des apprentissages mathématiques nous fournissent des instruments d'analyse des difficultés des élèves. Du côté des pratiques, les manuels de l'école primaire se sont enrichis de propositions que les enseignants reprennent volontiers à leur compte. Considérant que langue mathématique et conceptualisation sont liés en mathématiques (Vergnaud, 1991), développant un point de vue de formatrice située entre pratiques et recherche, j'interroge la pertinence des exercices d'entraînement langagier au regard des finalités de l'enseignement mathématique à l'école primaire. Je propose quelques pistes pour des recherches dans ce domaine.

Développement
En France, les textes officiels de 2002 pour l'école élémentaire recommandent de développer l'usage de la langue - parler, lire, écrire - dans toutes les disciplines, dont les mathématiques, et ce, dès le cycle 2 (élèves de 5 à 8 ans), dans l'espoir que les tâches langagières auront un effet bénéfique sur les apprentissages visés. Or la plupart des travaux de recherche menés à l'école élémentaire dans le domaine langagier portaient jusqu'ici sur l'argumentation au cycle 3 de l'école élémentaire (élèves de 8 à 11 ans).
Après consultation de travaux de chercheurs (Fayol, 1990, Duval, 1991, 1995, 2003), après constat de la permanence de certaines pratiques dans le milieu enseignant (repérées dans des manuels et des mémoires professionnels de professeurs des écoles stagiaires), il vient une série de questions pour la recherche.

Je fais l'hypothèse que le développement de la langue mathématique est lié à celui de la conceptualisation mathématique (Vergnaud, 1991). Je reprendrai la distinction usuelle des linguistes entre langage et langue : le langage étant considéré comme la possibilité d'exprimer une pensée, la langue étant considérée comme un système de signes oraux et écrits propres à un groupe social donné, ici les professionnels de l'enseignement mathématique à l'école élémentaire francophone et leurs élèves.

La langue mathématique
De nombreux travaux ont porté sur la langue mathématique (Laborde & Tomassone 1992; Tomassone, 1995), le plus souvent sur celle des manuels de l'enseignement

secondaire français (consignes, énoncés d'exercices ou de problèmes, solutions de problèmes, énoncés de propriétés, définitions, théorèmes...).
La langue mathématique permet de travailler sur des objets de pensée qui n'existent pas dans l'espace physique observable, objets de pensée dont les caractéristiques sont indépendantes de l'énonciateur ou du récepteur. Cette langue est au service de la résolution de problèmes dans le cadre d'un système logique de construction ou d'utilisation de modèles (va et vient entre décontextualisation-généralisation-recontextualisation).

On sait que la langue mathématique, mélange de langue naturelle et de signes ou formes spécifiques, présente des différences importantes avec la langue naturelle. En voici une illustration par l'anecdote suivante :

> - Le bébé qui est né, est-ce un garçon ou une fille ?
> - Oui, évidemment, répond un logicien.
>
> Le logicien comprend la question comme une interrogation sur la vérité de la proposition « Le bébé est un garçon ou une fille ». Dans la langue naturelle, on souhaite la réponse soit « Garçon » soit « Fille ».

Cette langue comporte aussi des zones d'ambiguïté ou d'abus de langage, par exemple dans l'emploi d'articles définis ou indéfinis.

> "Soit une droite D qui est tangente au cercle C en un point J."
> L'article indéfini associé à J peut faire croire qu'il existerait plusieurs points que l'on pourrait désigner par la lettre J.

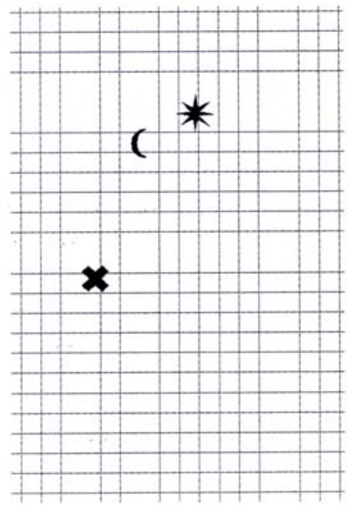
<u>Questions pour la recherche</u>
Considérant que les objets mathématiques de l'enseignement primaire et de l'enseignement secondaire sont voisins (relations logiques, nombres, grandeurs et mesures, géométrie), les langues mathématiques utilisées dans les manuels du primaire et du secondaire présentent-elles des similitudes ou des différences, en matière de consignes, énoncés d'exercices ou de problèmes, solutions de problèmes, énoncés de propriétés, définitions, théorèmes... ? En particulier, comment est gérée, à l'école primaire, l'absence de signes spécifiques de quantification pour l'énoncé des propriétés générales (Rébière, 2003) ? Comment apprécier le degré de généralisation des expressions employées : par exemple, y a-t-il une différence d'emploi entre des expressions du genre « Les chaussures coûtent 35 euros » et « Le prix des chaussures est 35 euros » ? (Richard, 1980)

Les propriétés mathématiques étant indépendantes de l'énonciateur ou du lecteur, quelle est la fonction de l'appel au lecteur dans les différents types de texte distribués aux élèves (hormis la consigne des exercices) et quel est son effet sur les apprentissages mathématiques ?

Problèmes donnés sous forme de texte
Un enseignant peut proposer aux élèves des problèmes à résoudre sans que l'élève ait à lire un énoncé : on en a des exemples avec des élèves de grande section maternelle. Toutefois l'école primaire est restée fidèle à la tradition des problèmes donnés à partir de textes (avec éventuellement illustration complémentaire).
Les énoncés de problèmes de l'école primaire sont des descriptions incomplètes, à deux niveaux différents (Duval, 2003) : description d'une fiction, qui s'appuie sur la connaissance que les élèves ont du monde ; description de relations mathématique,

qui s’appuie sur la connaissance que les élèves ont des mathématiques. Les élèves ont donc à opérer deux interprétations.
La compréhension de ce type de textes dépend à la fois de la base de connaissances du lecteur (en mathématiques et ailleurs) et de l’organisation rédactionnelle du texte (Duval, 1991). La modélisation est d’autant plus facile que le texte du problème fournit les informations dans l’ordre du traitement arithmétique (Fayol, 1990; Duval, 1991).

Exemples de difficultés
* L’évaluation ministérielle de CE2 en 2001 proposait aux élèves de lire une heure de rendez-vous sur une page d’agenda où la mention « Dentiste » était située sur un trait à mi-distance entre le trait 9 et le trait 10.
Réponse “9 h 30” donnée par 41 % des élèves, la réponse “9 h” donnée par 31 % des élèves. [Connaissance du monde]
* Extrait des évaluations de sixième 2002
Consigne : Sur ce quadrillage, on a fait trois dessins. Trace un carré en t’aidant du quadrillage. Les trois dessins doivent se trouver à l’intérieur du carré
Bonne réponse : 29 % des élèves [Organisation textuelle]



.

Alors que les résultats de recherche conduisent à analyser séparément les difficultés, les pratiques recommandées dans les manuels ou utilisées spontanément par les débutants (mémoires professionnels de professeurs des écoles stagiaires) s’organisent autour de règles le plus souvent sans pertinence du côté des apprentissages, voire contradictoires avec la résolution de problèmes (Coppé & Houdement, 2002; Julo, 2002).
Par exemple
« Entoure les nombres du texte » [Ce sont les grandeurs et les relations entre elles qu’il faudrait repérer]
« Sans faire le problème, souligne les données utiles et inutiles ». [Ce n’est possible que si le texte correspond à un exercice classique pour lequel l’algorithme est connu du lecteur. Il ne s’agit plus d’un problème à résoudre]

<u>Question pour la recherche</u>

Faisant l'hypothèse que l'absence de complexité empêche l'apprentissage, mais sachant aussi que l'excès de complexité peut décourager l'élève…, quels indicateurs proposer aux enseignants pour le choix de l'enchaînement des problèmes textuels à soumettre aux élèves sur une notion mathématique donnée ?

L'oral en mathématiques

On voit des enfants d'école maternelle réagir logiquement dans le cadre de jeux : ils manifestent une connaissance (par leurs actes), mais pas forcément un savoir (par leur discours). Certes il revient à l'enseignant de fournir aux élèves les éléments linguistiques mathématiques dans lesquels ils puiseront pour s'exprimer à propos de mathématiques. Mais jusqu'où exiger des élèves qu'ils explicitent leur savoir ? Les praticiens sont assez divisés à ce sujet.

Certains élèves intègrent rapidement des méthodes, des techniques, des algorithmes mathématiques. Ils sont muets quand on les interroge sur le pourquoi ou le comment de leur procédé : le calcul logique, numérique ou géométrique leur est tellement « évident » qu'ils n'ont rien à dire, hormis leur conclusion.

Pour d'autres, totalement démunis face au problème à résoudre, la mise en mots est impossible sans médiation par l'adulte (Julo, 2001).

Pour d'autres, l'apprentissage de certaines notions semble achevé quand ils peuvent dire : « Je sais que je sais », voire inventer des problèmes ou des exercices à la place de l'enseignant.

<u>Question pour la recherche</u>

Dans l'intervalle de temps qui sépare l'absence d'apprentissage et l'apprentissage achevé, comment favoriser, chez l'élève, la prise de conscience du langage intérieur, dont parle Vygostki ?

L'IUFM de Lille organise en mars 2004 un colloque intitulé « Faut-il parler pour apprendre ? », poursuivant la réflexion entreprise au colloque de Bordeaux (avril 2003) sur le thème : "Construction des connaissances et langage dans les disciplines d'enseignement". Un autre colloque est prévu en août 2004 au Québec sur le thème "Le français: discipline singulière, plurielle ou transversale ?". Sans doute y verrons-nous plus clair après ces colloques…

Enseigner la langue mathématique comme du français ?

Depuis quelques années, on trouve, dans les manuels de mathématiques, des exercices de classification de textes (petites annonces, énoncés de problèmes, consignes d'exercices de mathématique, recettes de cuisine), des textes de problèmes en puzzles, des exercices de reformulation (par exemple, passage texte-image), des recherches d'information dans un bloc mélangeant texte et image, comme on en propose dans les manuels de français. Ces exercices semblent pourtant manquer de finalité mathématique (Houdement, 1999; Coppé & Houdement, 2002).

<u>Questions pour la recherche</u>

Si l'on fait l'hypothèse que la langue mathématique s'acquiert en faisant des mathématiques ou en échangeant à propos de propriétés mathématiques avec d'autres (l'enseignant ou les élèves de la classe), peut-on considérer que ces types

d'exercices d'entraînement relèvent d'un apprentissage « transversal » qui serait préalable à un enseignement mathématique ?
A quelles conditions certains types d'exercices d'entraînement langagier, comme les jeux du portrait, les jeux de communication, l'entraînement à la généralisation, peuvent-ils renforcer les apprentissages mathématiques ?

Plus généralement, dans la mesure où la résolution de problèmes à l'école élémentaire s'appuie, entre autres, sur la connaissance du monde, existe-t-il des techniques, méthodes, théories sur l'enrichissement de la langue naturelle dont la transposition au domaine mathématique a été étudiée ?

Bibliographie

Bolon J. (1995), Lire et écrire en mathématiques, *Mathématiques et langage, Actes du congrès national de l'ANCP, 9-10-11- mai 1994*, Hachette, p. 24-32.

Coppé S. & Houdement C. (2002), Réflexion sur les activités concernant la résolution de problèmes à l'école primaire, *Grand N n° 69*, p. 53-62.

Duval R. (1991), Interaction des niveaux de représentation dans la compréhension des textes, *Annales de didactique et de sciences cognitives, Vol 4,* IREM de Strasbourg, p. 163-196.

Duval R. (1995), *Sémiosis et pensée humaine*, Peter Lang.

Duval R. (2003), Décrire, visualiser ou raisonner, *Annales de didactique et de sciences cognitives, Vol 8,* IREM de Strasbourg, p. 13-62.

Fayol M. (1990), *L'enfant et le nombre*, Delachaux et Niestlé.

Houdement C. (1999), Le choix des problèmes pour la "résolution de problèmes", *Grand N n° 63*, p. 59-76.

Julo J. (2001), Aider à résoudre des problèmes - Pourquoi ? Comment ? Quand ?, *Actes du XXVIIème colloque inter-IREM des formateurs et professeurs chargés de la formation des maîtres, Chamonix 2000,* IREM de Grenoble, p. 9-28.

Julo J. (2002), Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ?, *Grand N n° 9*, p. 31-52.

Laborde C. & Tomassone R. (1992), *Mathématiques et français*, *Bibliographie,* CRDP d'Aix-Marseille.

Pauvert M. & Bolon J (1992), Problèmes langagiers, *Actes des XVIII° et XIX° colloques inter-IREM des professeurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres*, IREM de Besançon, p. 119-132.

Rebière M. (2003), Quelques remarques pour réfléchir au rôle des pratiques langagières dans les apprentissages en mathématiques, *Actes du XXIXe colloque Inter-IREM des formateurs et professeurs chargés de la formation des maîtres, La Roche sur Yon 2002*, IREM des Pays de Loire, p. 35-55.

Richard J.- F. (1980), *Les activités mentales, Comprendre, raisonner, trouver des solutions*, A. Colin.

Tomassone R. (1995), Du français en mathématiques, des mathématiques en français, *Mathématiques et langage, Actes du congrès national de l'ANCP, 9-10-11-mai 1994*, Hachette, p. 7-18.