

Place de l'alignement dans l'enseignement de la géométrie au début de l'école élémentaire en France ; propositions de problèmes.

Jean-François FAVRAT, Hélène MERLE

IUFM de Montpellier, Equipe LIRDEF, Université Montpellier II (France)

helene.merle@montpellier.iufm.fr, favrat.jf@wanadoo.fr

Résumé

Les programmes de 2002 ont eu la particularité d'introduire explicitement l'alignement, une propriété géométrique à travailler au même niveau que le parallélisme, l'orthogonalité... et ce dès le cycle 2¹. Nous rendons compte des convergences et des écarts entre les manuels et ces textes de programme, mettant en avant une anticipation des textes de 2002 par les auteurs de manuels. Voyant émerger de nouveaux problèmes, nous avons voulu en examiner dans les classes. Deux difficultés sont mises en évidence, le raccordement de deux alignements et la construction d'un point comme intersection de deux alignements.

Introduction

Dans leur parcours d'apprentis géomètres, les élèves de la maternelle (3-6 ans) à la fin de l'école élémentaire (10-11 ans) en France, passent d'une géométrie de la perception – discriminations sensorielles (tactile, visuelle) des formes de base, jeux de construction, d'assemblage, etc. – à une géométrie où des instruments, essentiellement, la règle, l'équerre, le compas sont utilisés pour contrôler l'observation, obtenir des productions précises, valider des raisonnements ou conjectures. Nous nous intéressons à l'étape particulière que constituent les deux premières années (CP/CE1, 6-7 ans) de l'école élémentaire parce qu'un outil – la règle – se met à occuper une place importante dans l'espace de travail de l'élève (Houdement et Kuzniak, 1998, Houdement 2007) et d'autre part parce que les savoirs visés commencent à s'organiser autour d'objets épurés (points, lignes droites ou non, segments) et autour de propriétés (surtout l'alignement, l'égalité de longueurs et la présence d'angles droits) dont on sait qu'elles composent en grande partie, avec le parallélisme, le substrat des études géométriques ultérieures.

Dans cette communication, nous nous centrons sur la propriété d'alignement car il nous semble qu'à cause de son apparition explicite toute récente dans les programmes officiels (programmes de 2002) il est encore utile de rechercher, tester, mettre au point des activités pour les classes de ces niveaux qui dépassent l'introduction d'un lexique minimal, le contrôle dans des cas très simples et la production d'alignements dans l'espace restreint de la feuille de papier. Nous souhaitons en particulier mieux cerner les problèmes dans lesquels la notion d'alignement peut *a priori* être l'outil de résolution attendu.

Depuis quelques années, nous avons entrepris trois sortes de travaux :

- reprenant l'étude des textes officiels depuis 1945, nous nous sommes interrogés sur les raisons de la discrétion des références à l'alignement jusqu'en 2002,

¹ Le cycle 2 recouvre le CP (cours préparatoire) et le CE1 (cours élémentaire première année) ; il concerne des élèves de 6 à 8 ans (grades 1 et 2).

- nous avons voulu dresser un panorama des tâches prévues pour les élèves, à propos de l'alignement, dans des manuels scolaires en vigueur entre 1945 et 2007,
- nous avons donné à résoudre, à des élèves de CE1, des problèmes mettant en jeu la notion d'alignement, nous avons analysé leurs productions, repéré des obstacles, observé le franchissement de certains d'entre eux dès ce niveau de scolarité.

Le but de cette communication est de rendre compte de nos hypothèses et de nos conclusions.

I^{ère} partie. Que prescrivent les programmes du CP et du CE1 depuis 1945 à propos de la règle, de la notion de droite et de la propriété d'alignement ?

Nous avons consulté les textes officiels², c'est-à-dire écrits sous la responsabilité du ministère de l'éducation nationale, aussi bien ceux listant les contenus de programmes et que ceux apportant des commentaires mathématiques, pédagogiques ou didactiques. Nous sommes remontés à 1945 pour avoir des informations sur la période qui a précédé la réforme dite des « mathématiques modernes » des années 1970. Nous avons relevé toutes les références explicites que ces textes font à la propriété d'alignement, ainsi que celles faites aux usages de la règle et à la notion de droite : elles se trouvent dans l'annexe n°1. Ces extraits permettent de cerner les nuances et les évolutions et d'avoir des précisions sur ce qui relève du cours préparatoire ou du cours élémentaire 1^{ère} année. Nous présentons une synthèse de ce travail dans le tableau qui suit.

	Textes avant 2002.	Depuis 2002.
Notion de droite	Rien	Rien
Propriété d'alignement	Rien	Percevoir, contrôler, produire un alignement d'objets ou de points. L'adjectif « aligné » se trouve dans la liste du vocabulaire à maîtriser.
Usages de la règle	Usage de la règle pour des tracés, dans l'étude des figures géométriques, dans des activités de reproduction, de description,	En plus des usages cités ci-contre, la règle est un instrument pour travailler sur l'alignement d'objets ou de points. En 2002, dans le même but, d'autres instruments sont cités :

² Les références des textes consultés sont les suivantes :

- Arrêtés des 17 octobre et 7 décembre 1945, in *Programmes et instructions de l'enseignement primaire*, EDSCO, Chambéry, 1950.
- Arrêté du 2 janvier 1970, BOEN n°5 du 29/01/1970
- Arrêtés du 18 mars 1977 et du 7 juillet 1978, in brochures CNDP n°6103 (1980) et n°6106 (1979)
- Supplément au BO n°21 du 23 mai 1985, MEN/CNDP/Le livre de poche, 1985.
- MEN. *Activités géométriques* ; Compléments aux programmes et instructions du 13 mai 1985, 1^{er} juin 1986.
- MEN. *Les cycles à l'école primaire*, CNDP Hachette, 1991.
- MEN. *Programmes de l'école primaire*, CNDP / Savoir Livre, 1995.
- MEN. *Qu'apprend-on à l'école élémentaire ?* CNDP / XO éditions, 2002.
- MEN. *Horaires et programmes d'enseignement de l'école primaire*. BOEN Hors Série n°1 du 14 / 02/ 2002.
- MEN. *Documents d'application des programmes de mathématiques, cycle 2*. SCEREN, 2002.
- MEN. *Documents d'accompagnement des programmes, mathématiques, école primaire*. SCEREN, 2003.
- MEN. *Qu'apprend-on à l'école élémentaire ?* CNDP / XO éditions, 2007.
- MEN. *Mise en œuvre du socle commun de connaissances et de compétences ; horaires et programmes d'enseignement de l'école primaire*. BOEN Hors série n°5 du 12 avril 2007, volumes 1-a et 1-b.
- MEN. *Horaires et programmes d'enseignement de l'école primaire*. BOEN Hors série n°3 du 19 juin 2008.

Place de l'alignement dans l'enseignement de la géométrie au début de l'école élémentaire en France ; propositions de problèmes.

Jean-François FAVRAT, Hélène MERLE IUFM de Montpellier, Equipe LIRDEF, Université Montpellier II (France) helene.merle@montpellier.iufm.fr, favrat.jf@wanadoo.fr

	de construction de dessins plans ou de solides. Activités pratiques de mesurage.	une ficelle tendue, une bande de papier, la visée. De tels instruments ne sont plus explicitement cités dans les textes de 2007 ou de 2008.
--	---	---

Tableau n°1 : Synthèse de l'examen des programmes officiels du CP et du CE1 réunis.

Nous ne sommes pas surpris que la notion de droite, avec son caractère illimité, soit écartée des programmes à ces niveaux de scolarité mais que l'expression « ligne droite » ne figure pas dans les listes de vocabulaire attendu est un oubli étonnant. En effet, la règle, instrument préconisé, conduit justement à tracer des lignes droites. Par ailleurs, il nous semble important que les élèves sachent assez tôt que les lignes horizontales ou verticales ne sont pas les seules lignes droites qu'ils peuvent tracer sur une feuille.

Nous constatons non seulement que l'étude de l'alignement n'est au programme qu'à partir de 2002, mais aussi que les compétences relatives à la maîtrise des tracés à la règle sont décrites dans les textes de 2002 de manière plus précise que dans les autres textes : certes « *mesurer, joindre deux points* » mais aussi « *prolonger un segment déjà tracé* ».

Il nous est difficile d'expliquer l'apparition tardive de l'alignement dans la liste des propriétés à travailler au cycle 2. Les textes des programmes *stricto sensu*, surtout les plus anciens, sont très succincts et donc leur rédaction très elliptique pourrait en être la cause. Mais dans les commentaires qui les accompagnent régulièrement depuis 1945, il n'est pas non plus question d'alignement avant 2002, même en 1979 ou 1986 où ces commentaires sur les activités géométriques étaient déjà assez copieux.

Les élèves de ce cycle sont-ils trop jeunes ? Piaget et Inhelder (1948) nous conduisent à penser le contraire puisqu'ils observent qu'en moyenne vers 7 ans les enfants parviennent à produire une ligne droite par visée.

Il y a sans doute eu trop peu d'expérimentations sur ce thème à ce niveau. Les premiers travaux des équipes ERMEL/INRP (1978, 1982) signalent bien l'alignement comme un invariant pour certains groupes de transformations ponctuelles mais les activités qu'ils proposent sur ce sujet sont peu nombreuses, complexes et surtout prévues pour les cours moyens ; les objectifs visés sont plus l'approche des transformations que l'étude de l'alignement. Des travaux existent aussi, destinés au cours élémentaire, comme ceux de la COPIRELEM (1979). Mais il nous semble que l'attention portée à la maîtrise de la règle et à la propriété d'alignement vers la fin des années 1990, comme nous le verrons dans l'examen des manuels, est due aux évaluations nationales qui commencent à exister à ce moment, et aux travaux centrés sur l'analyse des tâches de reproduction ou visant une réhabilitation du dessin dans les apprentissages géométriques (Ducel et Peltier, 1989; Favrat, 1991, Dussuc, 1994).

II^{ème} partie. Que proposent les auteurs de manuels pour le CP et le CE1 depuis 1945 à propos de la propriété d'alignement ?

<i>Cours préparatoire</i>	<i>Cours élémentaire I^{ère} année</i>
Programmes de 1945 à 1970 : la règle, c'est un double décimètre.	
Le décimètre et le double décimètre sont très présents dans les leçons de numération. Il n'y a pas de leçons spécifiques sur l'alignement,	La géométrie commence par l'étude des divers types de lignes : ligne droite, ligne brisée, ligne courbe, ligne horizontale, ligne

Place de l'alignement dans l'enseignement de la géométrie au début de l'école élémentaire en France ; propositions de problèmes.

Jean-François FAVRAT, Hélène MERLE IUFM de Montpellier, Equipe LIRDEF, Université Montpellier II (France) helene.merle@montpellier.iufm.fr, favrat.jf@wanadoo.fr

<p>ni sur la maîtrise de la règle. Certains manuels proposent des activités de dessin sur quadrillage (frises à poursuivre, figures à reproduire ou agrandir) parfois assez complexes.</p> <p>‘Trait’, ‘ligne droite’ sont mis pour ‘segment’.</p>	<p>verticale, ligne oblique, mais l’alignement de points n’est pas mis en avant.</p> <p>Des reproductions de frises parfois assez complexes se généralisent.</p>
<p>Programmes de 1970 : la géométrie s’efface, place aux ensembles !</p>	
<p>Il y a en général très peu de géométrie: les élèves sont entraînés à distinguer les lignes ouvertes des lignes fermées, sont initiés à la mesure et réalisent quelques des tracés sur quadrillage.</p> <p>Lexique utilisé : trait, ligne droite, ligne brisée, ligne ouverte (fermée).</p>	<p>Comme pour le cours préparatoire, il y parfois très peu de géométrie. Dans la continuité de la période précédente, le travail porte aussi sur les divers types de lignes : lignes droites, courbes, parallèles, perpendiculaires, les élèves sont conduits à analyser le contour de surfaces planes. Les activités prennent souvent un tour ensembliste : intersection de lignes, relation d’appartenance de points à des droites, etc.</p>
<p>Programmes de 1977 à 1985 : dispersion dans une multitude de thèmes, sous l’influence encore des mathématiques modernes.</p>	
<p>Le travail géométrique se disperse dans beaucoup de thèmes : repérage cartésien, symétrie orthogonale, mosaïques, pavages, puzzles, frises, découpages, coloriage périodiques. Les contenus sont orientés vers les transformations et la reconnaissance de formes. L’essentiel des tracés s’effectue sur quadrillage.</p> <p>Lexique utilisé : trait, ligne ouverte (fermée), ligne simple (complexe)</p>	<p>Comme s’il s’agissait d’organiser les éléments de base de la géométrie, apparaissent des leçons spécifiques sur l’alignement, et sur les droites, la maîtrise de la règle passant parfois au second plan (beaucoup de manuels sans leçon spécifique sur la maîtrise de la règle). Les élèves observent mais tracent peu dans ces leçons.</p> <p>En dehors de cela, il y a toujours beaucoup de travaux sur quadrillage : transports de dessins avec ou sans déformations, symétries.</p>
<p>Programmes de 1985 à 1991 : la règle, un instrument ? Oui, mais concurrencé !</p>	
<p>Il n’y a toujours pas de leçons spécifiques sur l’alignement, ni sur la maîtrise de la règle mais celle-ci commence dans quelques manuels à être l’objet de préoccupations de plus en plus importantes au delà de la pratique du mesurage. Cet instrument est souvent concurrencé par des tracés à main levée, par l’emploi de gabarits ou de pochoirs.</p> <p>Beaucoup d’activités sur quadrillage (repérage relatif avec d’éventuelles transformations de dessins).</p> <p>Lexique utilisé : trait, ligne ouverte (fermée).</p>	<p>Les mathématiques modernes sont quelque peu écartées : il ne reste donc plus beaucoup de leçons sur les lignes droites, alignements. Elles laissent la place à encore plus d’activités sur quadrillages : reproduction, symétrie, chemins, patrons sur quadrillage, et même représentations graphiques de fonctions numériques. Dans les travaux sur la reproduction de dessins, le choix de l’instrument est parfois laissé aux élèves (quadrillage, règle, gabarits, papier calque...). Cette liberté, dans certains manuels, détourne les élèves du travail avec la règle.</p> <p>Dans certains manuels, en contre partie, on abandonne les gabarits dans les pavages pour aller vers des tracés qui nécessairement mettent jeu des alignements.</p>

Place de l’alignement dans l’enseignement de la géométrie au début de l’école élémentaire en France ; propositions de problèmes.

Réforme de 1991 et programmes de 1995 : l'âge d'or pour la règle, quasiment !

Les activités à caractère 'topologique' disparaissent progressivement. La quasi totalité des manuels consacrent des chapitres à la maîtrise de la règle (c'est systématique à partir de 1995). Certes les élèves continuent à beaucoup tracer sur les lignes des quadrillages, mais ils travaillent aussi sur papier uni : joindre deux points, prolonger un segment déjà tracé (la référence à la visée est fréquente).

Quelques manuels présentent des activités sur l'alignement en prenant appui sur des jeux d'alignement avec des pions : contrôler un alignement, placer un point aligné avec deux autres, trouver des points alignés dans un nuage de points.

Les mots 'droite' et 'segment' apparaissent à côté de trait, ligne droite, aligné.

Le travail visant la maîtrise des tracés à la règle est général, dépassant souvent les compétences techniques de base : joindre deux points, prolonger un segment déjà tracé. En effet il n'est pas rare de trouver des activités de reproduction de dessins, des travaux sur des pavages, qui sont de véritables problèmes dans lesquels l'alignement est un outil en jeu. En voici quatre exemples (cf., l'annexe n°2).

Exemple A. Pour réussir, l'élève doit non seulement respecter un ordre dans l'exécution des tracés, mais il doit aussi utiliser le fait que certains segments sont portés par des droites passant par des points donnés : (PF) et (NH).

Exemple B. Pour éviter de dessiner tous les losanges un à un, les élèves ont intérêt à commencer par placer les sommets : ils sont alignés sur les lignes horizontales, tous les deux carreaux. En prolongeant les lignes obliques portant les côtés des losanges déjà dessinés, ils pourront avec quelques coups de règle achever le tracé du pavage.

Exemple C. Quand on propose cette activité à des élèves n'ayant pas encore appris à reproduire des obliques quelconques, et si on ne les dirige pas dans leurs premiers essais, l'expérience montre que leurs procédures de dénombrement des carreaux sont alors prises à défaut et que l'alignement des extrémités des segments obliques n'est pas respecté dans toutes les productions. Cela peut permettre aux élèves de comprendre que dans l'analyse préalable du dessin à reproduire l'alignement est une propriété intéressante et utile.

Exemple D. L'analyse du modèle par les élèves peut les conduire à vouloir tracer des triangles sans savoir où placer avec précision le sommet commun. Une analyse en termes de côtés portés par une même ligne droite est plus efficace, même si ce n'est pas la seule façon de raisonner : il suffit alors de plaquer la règle le long de deux traits opposés pour résoudre le problème de construction du sommet manquant.

Pour le lexique, cf. le CP (segment et droite de plus en plus utilisés), grande place des

	lettres pour désigner des points.
Programmes de 2002 : la règle et l'alignement sont (bien ?) installés !	
Le même constat est fait que pour la période précédente; certains manuels traitent de l'alignement en même temps que des tracés à la règle (thème toujours abordé). Le travail sur les frises est moins centré sur le motif et les rythmes que sur les tracés. NB : bien des manuels qui sont en vigueur après 2002 étaient déjà présents avant 2002.	Les manuels traitent les deux questions : maîtrise des tracés à la règle et alignement. Celui-ci l'est de manière plutôt ostensive, les problèmes signalés à la période précédente ont disparu : A ne figure plus dans l'édition 2002 ; B disparaît dès l'édition de 1998 ; C a disparu car la collection n'a pas continué ; D ne figure plus dans l'édition 2006.

Conclusion Au cours préparatoire comme au cours élémentaire, les années 1990 marquent un tournant dans les manuels ; des compétences relatives aux tracés à la règle et l'alignement sont travaillées aussi bien pour elles-mêmes que dans des activités finalisées : travaux sur quadrillage, reproduction de dessins sur des supports variés, patrons de solides, à des degrés divers selon les deux niveaux. Les auteurs de manuels ont en quelque sorte devancé les programmes officiels de 2002, en proposant même des problèmes mettant en jeu des analyses de dessins en termes de prolongement de lignes droites ou d'alignement de points. C'est dans cet esprit que nous avons travaillé dans les classes.

III^{ème} partie. Comment des élèves de CE1 résolvent-ils des problèmes mettant en jeu l'alignement ?

Parmi les problèmes que nous avons construits, nous en retenons trois dont nous rendons compte dans l'ordre où ils ont été proposés, le premier étant un problème pratique.

III-1 Réussir à faire passer une bille sous des arceaux

Matériel : un « toboggan à billes » (expression des élèves) constitué d'un rail incliné maintenu dans une rainure pratiquée dans une boîte à chaussures, que nous appellerons le lanceur ; une bille ; cinq petits arceaux fabriqués avec deux bouchons de liège reliés par un cure-dent (cf. annexe n°3) ; des baguettes ou tasseaux et de la ficelle.

Tâche : disposer les arceaux, en les écartant, pour que la bille, lâchée du haut du rail, passe dessous à la sortie du lanceur. L'activité se déroule dans un vaste couloir carrelé mais très lisse et la maîtresse dispose les lanceurs obliquement par rapport aux lignes sur le sol.

Déroulement de l'activité

En général, les premiers positionnements des arceaux sont approximatifs puis un élève s'accroupit ou s'allonge sur le sol pour les corriger par la visée. Ceci ne suffit pas pour garantir la réussite. Des élèves cherchent alors à rapprocher le lanceur du premier arceau, d'autres à resserrer les arceaux ; un groupe tente d'utiliser le rail du lanceur, trop court, pour aligner les arceaux.

Lors du regroupement, la maîtresse fait verbaliser les difficultés et ce qu'ils croient être les conditions de réussite : les enfants énoncent que les arceaux doivent être « bien mis », « bien placés avec les autres », « bien alignés », « bien en ligne droite ». Une élève souligne une difficulté : « il faut mettre la bille bien droite. La bille partait pas droit, elle va de travers, elle fait bouger les ponts ». On peut faire l'hypothèse que cette élève sent que le problème vient de l'orientation du lanceur par rapport aux arceaux. Les élèves sont renvoyés à de nouveaux essais, à réfléchir encore, à trouver d'autres méthodes. Ils demandent des baguettes et diverses

Place de l'alignement dans l'enseignement de la géométrie au début de l'école élémentaire en France ; propositions de problèmes.

Jean-François FAVRAT, Hélène MERLE IUFM de Montpellier, Equipe LIRDEF, Université Montpellier II (France) helene.merle@montpellier.iufm.fr, favrat.jf@wanadoo.fr

procédures sont utilisées : arceaux placés à cheval sur la baguette qui sera retirée soigneusement ensuite, arceaux placés le long d'une baguette, deux baguettes parallèles de part et d'autre des arceaux. Beaucoup de lancers restent infructueux malgré un alignement correct des arceaux car les élèves ne se préoccupent pas de la direction de la rampe. Aux questions de la maîtresse (« comment avez-vous placé le lanceur ? ») les enfants répondent « il faut que le lanceur il soit bien au milieu » en montrant l'extrémité de la rampe entre les deux bouchons du premier arceau. La mise bout à bout du lanceur et de l'alignement des plots semble suffire pour les élèves. Sans la sollicitation d'un adulte, par exemple un essai de la maîtresse avec un lanceur dont l'extrémité est bien « au milieu » mais qui est mal orienté, les élèves ont du mal à comprendre que l'orientation du lanceur est essentielle. Ils restent trop proches du dispositif et il faut leur demander de prendre du recul pour observer le dispositif ; un élève debout dans l'alignement des arceaux peut alors aider un camarade à placer correctement la rampe.

Lors d'un second regroupement la position du lanceur est discutée : il faut placer le lanceur « au milieu », « en ligne », « droit ». Certains élèves évoquent encore des procédures de tâtonnement : « on a fait des essais pour voir si ça passait », d'autres expliquent : « quand tu te mets derrière les petits ponts tu vois bien si le lanceur est un peu penché ou pas ». De retour en classe on énonce à nouveau que le lanceur doit être bien orienté par rapport aux arceaux. On constate au cours de cette activité que, si les élèves parviennent facilement à aligner les plots grâce à la visée ou l'utilisation d'un instrument (les baguettes), le positionnement du lanceur par rapport aux arceaux est difficile. Nous nous proposons de reprendre l'expérimentation avec un lanceur horizontal pour tester l'influence de cette variable.

III-2 Production de points alignés sur plusieurs feuilles de papier

Matériel : une feuille au contour courbe sur laquelle sont dessinés deux points (la droite passant par ces deux points est orientée de façon différente selon les élèves), un double décimètre.

Plusieurs tâches successives où il s'agit de réaliser des alignements de points. C'est la première fois, dans la séquence expérimentée, que de telles tâches sont données aux élèves.

Déroulement de l'activité

Les élèves doivent tout d'abord individuellement placer cinq points alignés avec les deux points donnés. Le recours à la règle se fait sans problème « l'œil peut nous faire des tours » et on dégage la nécessité de bien faire les points « contre la règle ». Lors de l'affichage des productions des élèves s'étonnent que certains points soient très serrés, d'autres écartés, que parfois les points soient tous entre les points existants, et parfois non. On s'accorde sur le fait que les points peuvent être serrés ou éloignés, entre ou dehors : la tâche est réussie « à partir du moment où ils sont alignés ». La maîtresse demande de dessiner cinq autres points alignés avec les précédents « en essayant de prendre toute la place ». Dans l'ensemble la tâche est réussie même si parfois un manque de soin a conduit les élèves à devoir recommencer leur travail (règle qui bouge, points très gros, un peu éloignés de la règle). Quelques élèves tracent une ligne droite puis dessinent les points dessus.

Les enfants doivent ensuite se grouper par deux et aligner leurs deux séries de points. « Vous devez placer vos feuilles comme il faut pour que tous les points soient alignés ». Il s'agit donc de raccorder deux alignements. Les premières tentatives sont de trois ordres :

- deux feuilles accolées, leur orientation étant réglée approximativement,

- deux règles bout à bout chacune sur l'alignement d'une des feuilles, la direction étant réglée à vue ou grâce au contact entre les deux doubles décimètres,
- règle placée aux trois-quarts sur un alignement qui dépasse à peine sur l'autre.

Les trois procédures manquent de précision. Une mise au point collective met en évidence que la mise bout à bout de deux règles n'est pas non plus une garantie d'alignement. La maîtresse incite tous les élèves à n'utiliser qu'une seule règle. Beaucoup utilisent alors la troisième procédure, mais la règle ne débord pas assez sur la seconde feuille, l'aide de la maîtresse est nécessaire pour qu'ils la placent à cheval sur les deux feuilles (cf. annexe n°4A). Les élèves doivent ensuite assembler quatre feuilles tout en alignant l'ensemble des points dessinés (cf. annexe n°4B). Le procédé (une seule règle chevauchant les deux feuilles jointives) est réinvesti avec facilité dans tous les groupes. Une élève propose d'aligner l'ensemble des points dessinés par tous les enfants, ce qui soulève l'enthousiasme et sera réalisé, la production étant ensuite affichée (cf. annexe n°4C).

Dans les deux activités que nous venons de décrire on constate que la réalisation d'un alignement, arceaux dans l'espace sensible ou points dans l'espace de la feuille de papier, ne pose pas de gros problèmes aux élèves. Néanmoins raccorder des alignements sur les feuilles, trouver la bonne orientation du lanceur par rapport aux arceaux ont été difficiles, les élèves se contentant souvent d'une mise bout à bout.

III-3 Reproduction d'un dessin à l'aide d'un réseau de points

Suite à l'activité précédente, les élèves ont été entraînés à observer des alignements dans des dessins incomplets, à tenir compte de tels alignements pour achever ces dessins avec la règle, mais sans qu'il soit nécessaire de construire un point comme intersection de deux lignes droites. Maintenant il va s'agir de confronter les élèves à un tel problème, d'un genre donc nouveau pour eux.

Matériel : un réseau pointé octogonal sur la feuille de travail et divers dessins « modèles » réalisés sur un réseau identique (cf. annexe n°5).

Tâche : reproduire successivement chaque dessin sur le réseau pointé. Les dessins à reproduire comportent des « sommets » qui ne correspondent à aucun point du réseau. Pour construire un tel « sommet » les élèves doivent prolonger deux segments reliant deux points du réseau et déterminer leur intersection.

Déroulement de l'activité

La maîtresse distribue le réseau de points, puis la figure à reproduire (hexagone n°5-A) et fait constater que les points sont les mêmes sur la figure et sur le réseau : « Ils sont là pour vous aider à dessiner la figure ». Un élève remarque très vite : « Il y a un pic où il n'y a pas de points ». Nous avons observé diverses procédures pour construire ces sommets. Une élève prolonge un segment approximativement, relie l'extrémité obtenue au point suivant du réseau, et réalise, en plaçant sa règle que cette extrémité n'est pas alignée avec les deux points suivants. Elle efface ce segment, le dessine à nouveau plus court, même constat d'échec avec la règle, elle efface tout et recommence plusieurs fois alors que d'autres élèves procèdent de la même façon, en prolongeant et en s'arrêtant au jugé, sans être toutefois satisfaits (annexe n°6). D'autres produisent des dessins à peu près corrects par ajustements successifs. Certains terminent à main levée quand ils estiment être arrivés assez près du sommet à construire.

Enfin certains, peu nombreux, prolongent largement et effacent les traits trop longs au-delà de l'intersection. Après une vérification au calque, un regroupement permet de dégager ce qui a posé problème : la réalisation de ce que les élèves appellent des « pointes ». Deux procédures

sont reconnues comme pertinentes par la classe : celle qui consiste à prolonger les traits jusqu'au bord de la feuille puis à effacer au-delà de l'intersection, celle qui consiste à « continuer le trait un petit peu, en haut puis en bas » alternativement, « les traits vont bientôt se rencontrer ».

Les élèves reproduisent ensuite d'autres figures (maison, carré en position standard, poisson avec corps carré en position standard). Les procédures s'améliorent, à des rythmes différents pour chaque enfant. Pour la maison on trouve encore beaucoup de procédures « pas à pas » mais la discussion collective qui suit la réalisation tend à valoriser la première méthode : elle permet un tracé plus net. Pour le carré on trouve encore chez un élève une procédure de mise bout à bout de la règle et du premier trait, sans que l'élève s'assure de l'alignement : ce n'est qu'après un tracé visiblement faux que l'enfant reprendra une procédure correcte pour prolonger son trait. Chez une autre il faut la présence et l'insistance de la maîtresse pour que l'élève « accepte » de prolonger son trait au-delà de la position présumée du sommet. Malgré ces cas isolés, les progrès sont nets et les tracés de plus en plus assurés.

Reproductions	Très bonnes	Bonnes	Assez bonnes (maladroites)	Erronées (ou non fait)
Hexagone	8	0	4	8
Maison	7	6	3	4
Carré	11	9		
Poisson	12	7 (dont 2 avec 3 essais)		1

Tableau n°2 : Bilan des productions des élèves

Dans cette séance les élèves ont appris qu'il était possible de trouver un point comme intersection de deux lignes droites. Nous pensons qu'il est important que les élèves vivent de telles tâches, où l'alignement est un outil permettant la résolution d'un problème.

Conclusion

En nous interrogeant sur l'alignement, nous avons pu observer deux niveaux de fonctionnement : celui de l'institution (à travers les programmes) et celui des manuels, ainsi que le rapport des jeunes élèves avec cette notion. Ce qui peut être considéré comme un oubli de la part de l'institution, une référence explicite à une notion, ici l'alignement, s'est trouvé colmaté par les auteurs de manuels, produisant toute une gamme de tâches, des plus parcellaires aux plus complexes relevant de la résolution de problème.

Pour les élèves, s'ils parviennent à observer, contrôler, construire des alignements de points (grâce à la règle ou à la visée), la propriété d'alignement n'est pas opératoire immédiatement. Les tâches où il s'agit de coordonner deux alignements posent problème, soit pour les raccorder en un même alignement, soit pour construire un point par intersection de deux lignes droites. Mais des activités sont possibles au CE1 pour aider les élèves à franchir ces difficultés.

Bibliographie

- BOULEAU, N. (2000) Reproduction et géométrie en cycle 1 et 2, Grand N, n°67, IREM de Grenoble, pp 15-32.
- BRISSIAUD. R. et al (1992). J'apprends les maths, CE1, Retz, Paris.
- CHARNAY. R. et al. (2001) Cap Maths CE1, Hatier, Paris.
- COPIRELEM (1979) Alignements sur quadrillages, in *Aides pédagogiques pour le cours élémentaire*, brochure n°29, APMEP, pp 149-155.
- DUCEL Y., PELTIER M-L (1989) Géométrie: une approche par le dessin géométrique en CM2/6ème, Bulletin de l'APMEP, n°371? pp 659-669.
- DUSSUC M-P. (1994) Reproduction de figures sur quadrillage. Grand N, n°56, IREM de Grenoble, pp 11-31.
- DUVAL, R., GODIN M. (2005) Les changements de regard nécessaires sur les figures. Grand N, n°76, IREM de Grenoble, pp 7-27.
- ERMEL / INRP (1978) *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire, cycle élémentaire*, tome 1, Sermap-OCDL, Paris.
- ERMEL / INRP (1982) *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire, cycle moyen*, tome 3, Sermap-Hatier, Paris.
- FAVRAT J-F (1991) Tracés aux instruments et raisonnements géométriques: quelques exemples de consignes, Grand N, n°49, IREM de Grenoble.
- FAVRAT J.-F. et al (1999) *Maths CE1*, Delagrave, Paris.
- HOUEMENT C. (2007) A la recherche d'une cohérence entre géométrie de l'école et géométrie du collège. *Repères-IREM*, n°67, pp 69-84.
- HOUEMENT C., KUZNIAK A. (1998) Réflexions sur l'enseignement de la géométrie pour la formation des maîtres. Grand N, n°64, IREM de Grenoble, pp 65-78.
- PELTIER M-L et al (1992). Objectif calcul (nouvelle édition), CE1, Hatier, Paris.
- PIAGET J., INHELDER B. (1948) La construction de la droite projective, in *La représentation de l'espace chez l'enfant*. PUF, Paris, pp 183-192.

Annexe n°1 : Extraits des programmes officiels de mathématiques de 1945 à 2008.

Années ; niveaux	Contenus ³ explicites relatifs aux usages de la règle	Contenus explicites relatifs à l'alignement
1945 ; CP	Rien	Rien
1945 ; CE	<i>Etude de figures géométriques simples par tracés (...). Usage de la règle, du double décimètre .Exercices pratiques de mesure de longueurs en m et en cm.</i>	Rien
1970 ; CP	Rien	Rien
1970 ; CE	<i>Tracés ; usage de la règle graduée</i>	Rien
1977 ; CP	Rien	Rien
1978 ; CE	<i>Savoir utiliser la règle (...) et d'autres instruments pour étudier, construire ou reproduire des figures planes. Savoir construire et utiliser des règles graduées.</i>	Rien
1985 ; CP	<i>Tracés à la règle.</i>	Rien
1985 ; CE	<i>Reproduction, description, représentation (à l'aide de procédés conventionnels) et construction d'objets géométriques (... , lignes) : (...)Utilisation des instruments : (...) règle.</i>	Rien
1991 ; cycle 2	<i>L'enfant doit être capable d'utiliser quelques instruments (règle, ...), de se</i>	Rien

³ Les extraits des textes officiels sont mis en italiques dans ce tableau.

(GS, CP, CE1) Programme 1985	<i>servir de la règle graduée en centimètres.</i>		
1995 ; cycle 2 (GS, CP, CE1). Compétences 1991.	<i>Tracés : utilisation des instruments et des techniques de reproduction et de construction.</i>		Rien
2002 ; cycle 2	<p>– <i>Percevoir un possible alignement de points ou d'objets.</i> – <i>Vérifier si des points ou des objets sont alignés ou non en particulier en utilisant une règle.</i> – <i>Placer des points ou des objets pour qu'ils soient alignés.</i> <i>Les activités correspondantes peuvent concerner des objets réels ou des points sur la feuille de papier. L'alignement peut selon les cas, être réalisé et vérifié à vue (par visée), à l'aide d'un fil tendu ou en utilisant une bande de papier ou une règle.</i> – <i>Effectuer des tracés à la règle pour joindre deux points.</i> – <i>Prolonger un segment déjà tracé.</i> <i>Le tracé à la règle présente des difficultés pour les élèves (en particulier : maintien de la règle, position du crayon sur la règle) et nécessite un apprentissage spécifique et un entraînement régulier. Il s'agit de développer l'habileté manuelle, la concentration, l'attention. Au cycle 2, le mot segment est synonyme de trait droit. Il est souhaitable d'utiliser les deux expressions pour faciliter l'appropriation du terme géométrique.</i> – <i>Utiliser le vocabulaire : aligné, angle droit</i> <i>Il s'agit là du vocabulaire exigible à la fin du cycle 2. D'autres expressions comme segment, parallèles, axe de symétrie sont utilisées par l'enseignant et par les élèves.</i> Dans les documents d'accompagnement, se trouvent des exemples d'activités à propos de l'alignement pour le cycle 2 : aligner des quilles dans la cour de récréation, achever la reproduction sur papier uni d'un dessin modèle. On y insiste aussi sur la nécessité d'un entraînement aux tracés aux instruments (dont la règle) en complément des problèmes de description, de reproduction, de représentation et de construction d'objets (solides ou figures planes). – <i>Utiliser une règle graduée en cm pour mesurer ou construire un segment ou une ligne brisée.</i></p>		
2007 ; cycle 2	<p><i>Les connaissances relatives à l'espace et la géométrie concernent : (...)</i> – <i>les relations et propriétés géométriques : alignement (...)</i> – <i>l'utilisation d'instruments (... , règle) et de techniques</i> – <i>le vocabulaire relatif aux positions relatives dans l'espace et aux propriétés des solides et des figures planes.</i> L'élève doit être capable de percevoir ces relations sur un objet, un ensemble d'objets ou sur un dessin pour le reproduire ou le décrire, vérifier ces relations ou réaliser des tracés en utilisant des instruments (... , règle) et des techniques. Il doit connaître et savoir utiliser le vocabulaire : aligné. – <i>Utiliser une règle graduée en cm pour mesurer ou construire un segment ou une ligne brisée.</i></p>		
1. Années ; niveaux	2. Contenus explicites	3. relatifs aux usages de la règle	4. Contenus explicites relatifs à
5. l'alignement			
6. 2008 ; CP	<p><i>Reproduire des figures géométriques simples à l'aide d'instruments ou de techniques : règle, (...)</i> <i>Utiliser la règle graduée pour tracer des segments, comparer des longueurs.</i></p>		7. <i>S'initier au vocabulaire géométrique (non précisé).</i>
8. 2008 ; CE1	<p>9. <i>Utiliser des instruments pour réaliser des tracés : règle, (...)</i> <i>Etre précis et soigneux dans les tracés, les mesures et les calculs.</i></p>		10. <i>Percevoir et reconnaître quelques relations et propriétés géométriques : alignement (...)</i> <i>Connaître et utiliser un vocabulaire géométrique élémentaire approprié (non précisé).</i>

Place de l'alignement dans l'enseignement de la géométrie au début de l'école élémentaire en France ; propositions de problèmes.

Annexe n°2. Extraits de manuels

Mathieu a dessiné un drapeau. Tu vas le reproduire.
Explique d'abord comment tu vas faire, puis reproduis-le.

Le drapeau de Mathieu

Ton drapeau

Je vais d'abord tracer
puis

Dans le drapeau de Mathieu, retrouve cette forme et colorie-la.

Colorie ton drapeau comme tu veux.

A- Brissiaud.R. et al. *J'apprends les maths. CE1*. Retz 1992, p.51.

7 Complète à l'aide du quadrillage.

B- Peltier. M-L. et al. *Objectif calcul CE1* Hatier 1992, p.66.

1 Reproduis l'arbre sur le quadrillage à partir du point A_2 .

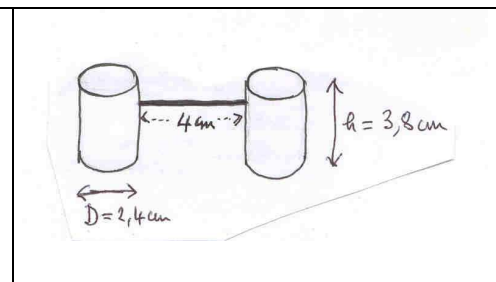
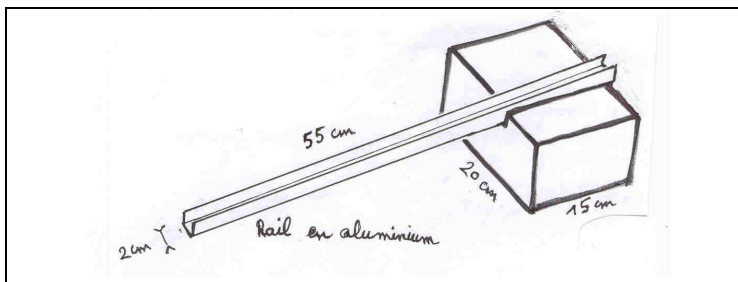
C- Favrat J-F et al. *Maths CE1*. Delagrave 1999, p. 41.

Tracés à la règle (2)

2 Reproduis avec la règle. Utilise les traits déjà tracés.

D- Charnay. R. et al. *Cap maths.CE1*. Hatier 2001, p. 50.

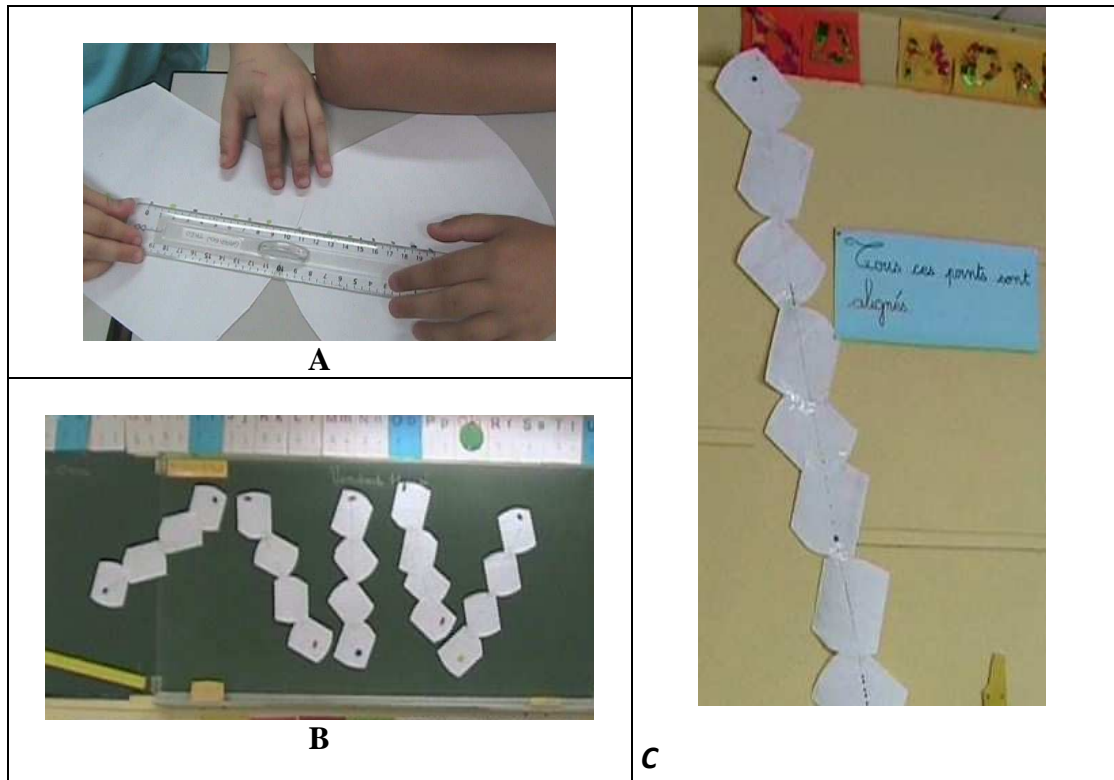
Annexe n°3. Lanceur et arceaux



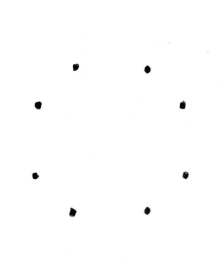
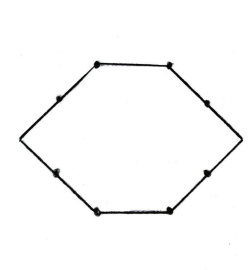
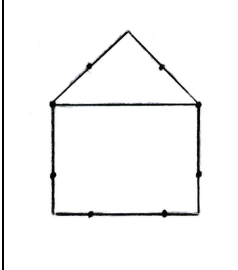
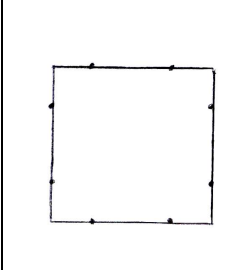
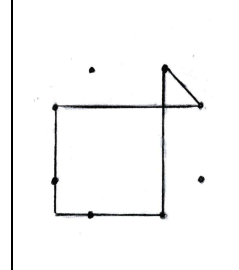
Place de l'alignement dans l'enseignement de la géométrie au début de l'école élémentaire en France ; propositions de problèmes.

Jean-François FAVRAT, Hélène MERLE IUFM de Montpellier, Equipe LIRDEF, Université Montpellier II (France) helene.merle@montpellier.iufm.fr, favrat.jf@wanadoo.fr

Annexe n° 4. Raccordement d'alignements de points



Annexe n°5. Réseau pointé (1) et dessins à reproduire (A, B, C, D)

				
(1)	Dessin A	Dessin B	Dessin C	Dessin D

Annexe n°6. Alignements de points, exemple de production erronée

