

La congruence des énoncés universels entre les registres sémiotiques de la langue arabe, la langue française et le langage logico-mathématique

BEN KILANI Imed
Institut Supérieur de l'Éducation et de la Formation Continue
Université de Tunis
imedkilani@yahoo.com

Résumé : La particularité de l'enseignement des mathématiques en Tunisie, c'est qu'il se fait durant les neuf premières années en arabe puis en français durant les quatre années du lycée. Or, Hadj Ali (2001) a montré que l'enseignement tunisien ne prend pas en charge la coordination des deux registres langue arabe – langue française, la laissant à la charge de l'élève. Dans le cadre de notre travail de thèse s'intéressant aux effets didactiques des différences de fonctionnement de la négation des énoncés universels en arabe, en français et en mathématiques, nous avons étudié la question de congruence des trois registres arabe, français et logico-mathématique du point de vue de la négation des énoncés universels. Cette étude est motivée par les affirmations de Duval (1995) qui souligne les difficultés de conversion d'une langue à une autre lorsque les deux registres sémiotiques ne sont pas congruents. Ces difficultés lorsqu'elles existent ont-elle alors un impact sur la mobilisation de la conception adéquate de la négation dans l'activité mathématique ?

I. Introduction

Beaucoup d'enseignants de mathématiques considèrent que dans certaines situations, les erreurs commises par les élèves sont de nature logique. Parmi ces erreurs il y en a celles qui sont relatives à la notion de négation des énoncés universels. En effet, les travaux conduits en didactique des mathématiques comme ceux d'El Faquih (1991), de Duvert (1996), de Durand-Guerrier (2001), de Ben kilani (2001) confirment le fait que la négation des énoncés universels est problématique pour le non averti. Dans notre travail, nous faisons l'hypothèse que ces difficultés tiennent en partie au fait que la négation n'est pas seulement un connecteur de la logique classique mais aussi un opérateur de la langue naturelle. Ceci nous a conduit (Kilani 2001) à étudier cette question dans la classe de mathématiques selon un double éclairage : la logique classique d'une part et la grammaire française d'autre part. Il ressort de cette étude que dans le cours de français l'insistance est mise sur la forme négative des énoncés ce qui renvoie pour les énoncés universels à la négation partielle¹. Ainsi, la négation enseignée dans la classe de français transforme une phrase universelle en une phrase universelle en ne faisant porter la négation que sur le prédicat, contrairement à la négation logique qui transforme une proposition universelle affirmative en une proposition existentielle négative. Cette même étude a montré que la négation logique ne fait pas l'objet, en Tunisie, d'un enseignement explicite en mathématiques. Elle est implicitement présente et ce à l'occasion de l'utilisation d'un raisonnement par l'absurde, lors de la production d'un contre exemple et chaque fois qu'il faut montrer qu'un objet mathématique ne possède pas une certaine propriété.

Nos travaux en cours ont mis en évidence le fait que contrairement à la langue française dont les particularités ne permettent pas de placer le morphème de négation « ne...pas » en tête de la proposition, la langue arabe permet de le placer aussi bien en tête qu'à l'intérieur de la proposition. En effet, Selon le grammairien Mabkhout (2001, p 492-493), l'ordre d'apparition

¹ La négation partielle est une négation qui n'affecte que le prédicat. Ainsi, la négation partielle de $\forall x, Fx$ et $\forall x, \text{non } Fx$.

dans la phrase du quantificateur universel “ tout ” et de l’opérateur de négation joue dans la langue arabe un rôle fondamental concernant la portée sémantique de la proposition. Il rapporte que déjà Jorjani en 1304, a proposé une règle générale explicite qui permet de trancher sur la signification sémantique d’une proposition exprimée en arabe incluant un quantificateur universel et un opérateur de négation :

- A/ dans le cas où la négation se trouve dans la portée du quantificateur “ tout ”, elle se distribue sur chaque individu de la population (tout...non), il s’agit de l’universalité de la négation.
- B/ dans le cas où le quantificateur “ tout ” se trouve dans la portée de la négation, on se trouve dans le cas de la négation de l’universalité et non la négation du verbe (dans le cas des propositions verbales) ou du prédicat (dans le cas des propositions nominales).

Ainsi, et selon cette règle, la proposition “ quollou al kourati laïsat homron” qui se traduit mot à mot , en français, par “ toutes les boules non rouges” signifie que “ aucune boule n’est rouge”. Par contre, la proposition “ laïsat quollou al kourati homron” qui se traduit mot à mot, en français, par “ non toute les boules rouges” signifie que “ quelques boules ne sont pas rouges et quelques (autres) boules sont rouges ”.

La possibilité de placer le morphème de négation soit en tête de la phrase, soit à l’intérieur de la phrase, accompagnée de la règle grammaticale de Jorjani, permet de lever les ambiguïtés sémantiques qui enclavent les phrases négatives françaises du type « tous...ne...pas... ». En effet, Dans son livre " Précis de grammaire pour les concours ", Maingueneau (1994) souligne l’existence de problèmes engendrés par la combinaison de la négation et de la quantification. Il affirme que cette combinaison est “ *source de bien des difficultés car elle engendre des ambiguïtés* ”. En proposant la phrase suivante : “ *Tous les lions ne sont pas ici* ”, il souligne qu’elle :

“ *...ne signifie pas, contrairement à ce qu'on attendait, que tous les lions sont absents mais seulement certains d'entre eux. C'est-à-dire que l'ordre des constituants (tous... ne... pas) ne correspond pas à l'interprétation, qui serait plutôt : “ les lions ne sont pas tous ici ”. La négation en langue naturelle est donc fort différente du calcul des prédicats de la logique classique. ” (p 191)*

Ainsi la combinaison de la négation et du quantificateur universel “ tout ”, dans une phrase exprimée selon les spécificités de la langue française est source de plusieurs difficultés. Ces difficultés pourraient surgir même dans une classe de mathématiques. En effet, on peut rester perplexe face à l’énoncé « *Tous les nombres premiers ne sont pas impairs* ». Cet énoncé signifie habituellement que seulement certains nombres premiers ne sont pas impairs, ce qui lui donne le statut d’énoncé vrai dans l’ensemble IN des entiers naturels, contrairement à l’énoncé « *Tous les nombres premiers sont pairs* » qui est, lui, un énoncé faux. Ce dernier énoncé est obtenue en remplaçant dans le premier énoncé l’expression « *ne sont pas impairs* » par l’expression synonyme² « *sont pairs* ».

En résumé, il apparaît clairement que la construction de la négation en arabe coïncide exactement avec la formation de la négation des énoncés quantifiés dans le calcul des prédicats, ce qui n’est pas le cas, comme on l’a vu de la langue française.

Dans cet article nous nous limitons à présenter les résultats de notre étude concernant la question de congruence des trois registres arabe, français et logico-mathématique du point de vue de la négation des énoncés universels. Nous commencerons par présenter un aperçus sur les spécificités du système éducatif tunisien ceci permettra au lecteur de comprendre notre intérêt à la question.

² D’un point de vue logique, la substitution est parfaitement légitime, puisque, dans l’ensemble des entiers naturels, les deux fonctions propositionnelles associées sont vraies exactement des mêmes éléments.

II. Spécificités du système éducatif tunisien

L'originalité de l'enseignement des mathématiques en Tunisie, c'est qu'il se fait tout d'abord en arabe jusqu'à la fin de la 9^{ème} année de l'école de base (enseignement obligatoire) puis en français pour les quatre années du Lycée. Ce système d'enseignement a été introduit durant l'année scolaire 1990/1991.

L'école de base, qui s'étale sur neuf années, est subdivisée en deux cycles :

- le premier s'étend sur 6 années et se fait par des instituteurs dont la formation est pluridisciplinaire. Il correspond à ce qui a été appelé avant cette réforme *l'école primaire*.
- le deuxième s'étend sur 3 années et se fait ordinairement par des professeurs spécialistes en leur matière. Il correspond à ce qui est appelé *le collège*.

Le lycée, qui est composé de 4 années, est couronné par le diplôme du baccalauréat. Les enseignants qui exercent à ce niveau sont également des spécialistes en leur matière.

Les enfants tunisiens débute leur cursus scolaire à l'âge de six ans. Ils arrivent souvent avec un background linguistique exclusivement arabe du type dialectal qui présente certaines différences par rapport à l'arabe littéral qui lui s'enseigne à l'école dès la première année scolaire. L'arabe dialectal ne fait l'objet d'aucun enseignement. Il reste le langage vernaculaire des tunisiens à l'oral et dans leur vie quotidienne.

L'apprentissage scolaire du français, langue seconde obligatoire en Tunisie, est introduit dans le système éducatif tunisien dès la troisième année de l'école base et se poursuit jusqu'au baccalauréat. Cet enseignement n'est pas censé employer la langue arabe comme support pour expliquer la signification des mots et des phrases et ce à tous les niveaux d'enseignement. Pour ne pas user à partir de la langue arabe, les enseignants sont appelés à associer aux mots et aux phrases de la gestuelle ou des supports visuels (dessins, croquis, des tableaux...) afin que les élèves puissent deviner le sens recherché. En examinant par exemple le manuel officiel de français de la troisième année de base qui constitue un document de base pour l'enseignement et l'apprentissage du français, nous constatons que les textes sur lesquelles se base le cours de français sont également accompagnés par des supports visuels illustrant le projet générale du texte. Cet accompagnement pourrait, en fait, témoigner d'une volonté de la part des auteurs du manuel à ce que dans le cours de français l'arabe, langue maternelle, ne vient pas parasiter l'apprentissage de la langue française.

Ce fait, nous permet de noter l'existence d'une séparation scolaire entre l'enseignement de la langue arabe et celui de la langue française. Dans cette même perspective Hadj Ali (2001) a souligné que l'enseignement tunisien ne prend pas en charge l'apprentissage de la coordination entre les deux registres langue arabe – langue française la laissant à la charge de l'apprenant.

III. Langage et Communication

Selon Duval (1995) le langage qu'il soit écrit ou parlé est un moyen de communication entre les humains. Cette communication se construit entre un émetteur (ou plusieurs) et un récepteur (ou plusieurs). Il atteste que cette relation communicative ne peut s'installer que dans le cas où :

« En émettant son message l'émetteur va faire intervenir ses connaissances de la langue et du monde tout en tenant compte de la potentialité de compréhension du récepteur et du milieu. Une fois le message est émis le récepteur va le comprendre suivant sa connaissance de la langue et du monde » P ???

Malgré l'effort linguistique et la prise en considération de l'autre que doit faire l'émetteur pour se faire comprendre par le récepteur, des malentendus peuvent s'installer dans leur relation communicative. Ces malentendus sont dus au fait que les connaissances de la langue et du monde de l'émetteur ne sont pas forcément partagés par le récepteur. Ainsi, ils ne seront pas toujours discutés car ils ne sont pas toujours repérés par les deux partenaires de la relation communicative. En effet, chacun des deux partenaires pourrait penser comprendre les dits de l'autre alors qu'en réalité l'émetteur voulait dire autre chose que ce qu'a compris le récepteur. Le problème est d'autant plus sérieux quand la relation communicative passe par l'écrit et que l'émetteur est absent ou inconnu.

Ainsi, par exemple l'enseignant de mathématiques qui à un moment donné jouera dans sa classe le rôle d'émetteur de connaissance et énoncera une proposition pour ces élèves, ces derniers vont-ils incontestablement la comprendre comme lui l'a prévu ? Si oui cela suppose le passage spontané de la forme du représentant au contenu représenté. En d'autres termes comme le souligne Duval :

« ...le contenu serait aisément détachable de sa forme sémiotique et le changement de forme serait une opération intrinsèquement secondaire, allant de soi. Autrement dit, si le contenu est détachable de sa forme, c'est-à-dire s'il y a noésiss sans sémosis, alors l'opération de conversion ne peut qu'être une opération cognitivement neutre, et d'un coût nul ou minime. »p19

Or, comme le témoigne Duval, les observations faites dans l'apprentissage des mathématiques démentent massivement cela :

« ...changer la forme d'une représentation s'avère être, pour beaucoup d'élèves aux différents niveaux d'enseignement, une opération difficile et parfois même impossible. Tout se passe comme si la compréhension que la grande majorité des élèves avaient d'un contenu restait limitée à la forme de représentation utilisée »p19

Nous mettons l'hypothèse que le changement du registre de la langue arabe au registre de la langue française concernant la construction de la négation des énoncés universels n'est seulement pas difficile mais aussi pourrait dénaturer le contenu exprimé.

Dans la suite de cet article nous verrons sur un exemple comment cette relation communicative entre l'émetteur et le récepteur pourrait aller dans deux sens différents à cause des différences entre les structures des phrases niées en arabe et en français.

IV. La phrase entre l'arabe et le français

Dans chaque langue l'ordre des mots au sein de la phrase obéit à des normes propres à la langue elle-même. Pour la langue arabe il y a usuellement deux types de phrases selon qu'elle débute par un verbe ou par un sujet :

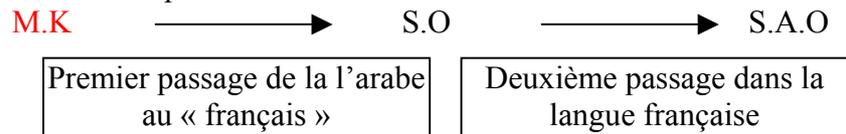
- la phrase dite verbale : c'est une phrase du type **V. S. O** (V :verbe, S :sujet, O :objet). Elle est dite verbale car elle débute par un verbe.
- La phrase dite nominale : c'est une phrase du type **M. K** (M : moubtada, K : khabar). Ce type de phrase ne contient ni verbe ni auxiliaire.

Par contre dans la langue française il y a exclusivement un seul type de phrase en référence à l'ordre et à la nature des mots en jeu : **S.V** ou **A. O** (S : sujet, V : verbe, A : auxiliaire être ou avoir, O : objet). Ainsi, la phrase dans la langue française est nominale mais pas au sens de la phrase nominale arabe car elle fait intervenir dans son corps ou un verbe ou un auxiliaire.

V. De la phrase arabe à la phrase française

La traduction d'une phrase de la langue arabe à la langue française ne passe pas pour le non averti sans problèmes. Dans cet article nous nous limitons à l'étude de la négation des phrases universelles lesquelles sont d'une part nominales et d'autre part très fréquentes dans l'activité mathématique.

Comme nous l'avons dit plus haut les phrases nominales en arabe sont généralement du type **M. K (moubtada, khabar)**. Le passage aux phrases correspondantes en français nécessite l'introduction dans leur corps d'un auxiliaire être ou avoir. Ce passage se fait ordinairement selon la stratégie suivante : Traduction mot à mot de l'arabe au français des unités signifiantes³, ensuite et en référence aux règles de la langue française intercaler entre le sujet et l'objet l'auxiliaire correspondant :



Dans le premier passage on passe du registre de la langue arabe au registre de la langue française. Cette opération est habituellement désignée par « traduction, « transposition », etc. C'est donc une transformation externe par rapport au registre de la représentation de départ.

Duval appelle ce type de transformation « une conversion » à propos de laquelle il souligne :

« la conversion est la transformation de la représentation d'un objet, d'une situation ou d'une information donnée dans un registre en une représentation de ce même objet, de cette même situation ou de la même information dans un autre registre. » p40

La deuxième transformation à faire introduire, s'effectue à l'intérieur d'un même registre, celui de la langue française. Duval appelle ce type de transformation *un traitement* au sujet duquel il explique :

« un traitement est la transformation d'une représentation prise comme donnée initiale en une représentation considérée comme terminale par rapport à une question. [...] un traitement est une transformation de représentation interne à un registre de représentation ou à un système. » (p.39)

VI. La négation des énoncés universels et la question de congruence des trois registres arabe, français et logico-mathématique

Selon Duval (1995) deux représentations sémiotiques différentes de même « contenu » sont congruentes si elles vérifient les trois critères suivants :

- Correspondance sémantique entre les unités signifiantes.
- Univocité sémantique terminale.
- Même ordre d'appréhension des unités signifiantes dans les deux représentations sémiotiques

Si au moins l'un des trois critères n'est pas vérifié, les deux représentations sémantiques ne sont pas congruentes. La non-congruence est d'autant plus considérable que le nombre de critères non vérifiés est plus important. La question de la congruence entre les trois registres arabe, français et logico-mathématique du point de vue de la construction de la négation des énoncés universels fera l'objet de la suite de cet article.

Soit la phrase universelle exprimée dans le registre de représentation sémiotique de la langue française : « Toutes les boules sont blanches » (1)

³ C'est une terminologie propre à Duval (1995). On peut la prendre dans cet article dans le sens classique du terme « mots »

Sa correspondante dans le registre de représentation sémiotique de la langue arabe est la phrase nominale universelle : « quollou al kourati biidhon » (2)

Voyons si le premier critère (correspondance sémantique entre les unités signifiantes) de congruence de Duval est vérifié ou non :

| | | | | |
|-----------|-----|---------|------|----------------|
| « Toutes | les | boules | sont | blanches » (1) |
| ↕ | ↕ | ↕ | | ↕ |
| « quollou | al | kourati | | biidhon » (2) |

On remarque à travers cet exemple que l'auxiliaire être (sont) dans la phrase universelle (1) n'a pas de correspondant dans la phrase (2). Ainsi, on enregistre déjà une non correspondance terme à terme entre les unités signifiantes respectives des deux phrases universelles. Le deuxième et le troisième critère de congruence sont par contre vérifiés.

Voyons maintenant s'il y a congruence entre le registre de représentation sémiotique de la langue arabe et celui de la langue française concernant les phrases universelles négatives.

Selon les linguistes français tels que Fucks(1996) et Mainguenu (1994), la négation d'une phrase universelle comme « Toutes les boules sont blanches » (1) se construit de telle façon que l'auxiliaire se trouve entre les deux composantes du morphème de négation « ne...pas ». Ainsi la négation de la phrase (1) dans la langue française est la phrase « toutes les boules ne sont pas blanches » (1')

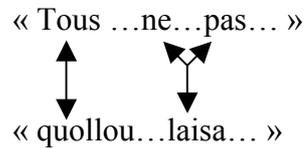
D'après eux, la norme (bien qu'ils soulignent une ambiguïté d'interprétation) veut que ce type de structure de phrase (« tous ...ne...pas... ») devrait s'interpréter en portant la négation sur le quantificateur. Ainsi la phrase (1') doit-être comprise comme signifiante que « certaines boules ne sont pas blanches ».

Pour les linguistes arabes tel que Mabkhout (2001) la négation d'une phrase qu'elle soit singulière ou universelle s'obtient ordinairement en plaçant le morphème de négation en tête de la phrase. Ainsi, la négation de la phrase universelle « quollou al kourati biidhon » (2) est la phrase « laïsat quollou al kourati biidhon » (2'). La structure de ce type de phrase (« laïsat quollou... »⁴) génère une interprétation qui fait porter la négation sur le quantificateur. Ceci amène à interpréter la phrase (2') comme d'ailleurs pour la phrase (1') comme signifiante que « certaines boules ne sont pas blanches ». Or, l'expérimentation qui a été menée par Ben Kilani (2001) auprès d'enseignants de français ainsi qu'auprès d'élèves scientifiques de la 6^{ème} année secondaire tunisien (1^{ère} scientifique en France) a montré que chez beaucoup d'entre eux les phrases exprimées dans le registre de la langue française dont la structure est de type « tous...ne...pas... », comme la phrase « toutes les boules ne sont pas blanches », sont interprétées non pas comme la norme des linguistes français le veut (« certains... ne ... pas ...») mais plutôt comme une phrase dont le quantificateur universel porte sur la négation. Ainsi tant pour ces enseignants que pour ces élèves la négation de cette phrase est la phrase « toutes les boules ne sont pas blanches » qui signifie, pour eux comme ils le signalent d'ailleurs qu'« aucune boule n'est blanche ». Ben Kilani (2001) souligne que cette divergence d'interprétation entre la norme et la pratique pourrait provenir d'une conception qui identifie la forme négative d'une phrase et la négation d'une phrase⁵. Certes que cette explication pourrait justifier ce choix d'interprétation surtout que dans le savoir à enseigner de la langue française l'insistance est plutôt sur la « forme négative » d'une phrase quand la phrase est quantifiées. Cette divergence d'interprétation pourrait s'expliquer également par un effet de correspondance entre la structure des phrases universelles niées dans la langue arabe et celle

⁴ « non tous... »

⁵ Pour plus de détails voir : Ben Kilani I. (2001), Les conceptions des élèves de la 6^{ème} année de l'enseignement secondaire tunisien à propos de la négation des énoncés quantifiés, Mémoire de DEA de didactique des mathématiques, Université de Tunis.

niées dans la langue française. En effet, la structure de la négation d'une phrase universelle exprimée dans le registre sémiotique de la langue arabe est « laisa quollou... ». Par contre la structure de la négation d'une phrase universelle exprimée dans le registre sémiotique de la langue française, selon les linguistes français, est « tous...ne...pas... ». En traduisant, du français à l'arabe, mot à mot les unités signifiantes de la structure d'une phrase niée et en respectant l'ordre d'appréhension des unités signifiantes de la représentation sémiotique de la langue française on se retrouve dans la situation suivante :



Alors que la première structure s'interprète comme voulant dire que « certains...ne...pas... », la deuxième structure équivaut sémantiquement et selon les règles de la langue arabe à la structure « aucun...ne...pas... ». De là on s'aperçoit que l'assurance du troisième critère de congruence de Duval (même ordre d'appréhension des unités signifiantes dans les deux représentations sémiotiques) engendre une divergence sémantique fondamentale entre l'arabe et le français du point de vue de la négation des énoncés universels. La coïncidence du sens de la négation des phrases universelles exprimées dans la langue arabe avec celles exprimées dans la langue française entraîne la non validité du troisième critère de Duval. Car, la structure d'une phrase niée selon les règles de la langue arabe et sémantiquement équivalente à la même phrase niée selon les règles de la langue française ne permet pas d'appréhender dans le même ordre les unités signifiantes dans les deux représentations sémiotiques arabe et française. En effet, dans la structure française « Tous ...ne...pas... », l'unité signifiante « tous » est appréhendée avant l'unité signifiante « ne...pas » par contre dans la structure arabe « laïsa ... quollou ... », l'unité signifiante « quollou » qui signifie « tous » est appréhendée après l'unité signifiante « laïsa » qui signifie « ne...pas ». Ainsi, il apparaît clairement que les deux représentations sémiotiques arabe et française de la négation d'une phrase universelle de même contenu ne sont pas congruentes.

Cette divergence d'interprétation, enregistrée chez beaucoup d'élèves, entre la norme et la pratique des phrases du type « tous...ne...pas... » montre un effet de la non-congruence entre la langue arabe et la langue française concernant la construction de la négation des phrases universelles.

Par une analyse pareille on montrera la congruence entre le registre de la langue arabe et celui de la logique mathématique et par transitivité la non-congruence entre le registre de la langue française et celui de la logique mathématique du point de vue de la construction de la négation des énoncés universels.

Ceci nous permet d'avancer l'hypothèse didactique que la non-congruence entre le français et l'arabe d'une part, entre le français et le langage logique-mathématique d'autre part, du point de vue de la question étudiée, peuvent induire des difficultés dans la compréhension et la mobilisation des phrases négatives en mathématiques, en particulier au moment du changement de langue dans l'enseignement de cette discipline en Tunisie. Nos travaux en cours semblent confirmer cette hypothèse.

Bibliographie

Aristote, *Organon : I. Catégories-II De l'interprétation*, Traduction nouvelle et notes par Jean Tricot, Librairie philosophique J. Vrin, 1989.

Ben Kilani I. (2001), *Les conceptions des élèves de la 6^{ème} année de l'enseignement secondaire tunisiens à propos de la négation des énoncés quantifiés*. Mémoire de DEA de l'Université de Tunis.

Ducrot O., Schaeffer J-M. (1995), *Nouveau dictionnaire encyclopédique des Sciences du langage*, France, Seuil.

Duval R. (1995), *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*, Peter Lang.

Fuchs C. (1996), *Les ambiguïtés du français*, Collection l'essentiel français Ophrys.

Hadj Ali N. (2001), *Ecart entre discours naturel et discours mathématique dans le cas de l'arabe tunisien : les argumentations engendrée en début d'apprentissage de la démonstration dans une activité mathématique*. Mémoire de DEA de l'Université de Tunis.

Hilbert D. (1972), *Logique mathématique*, Traduction de Jean Largeault, Librairie Armand Colin.

Laborde C. (1995), *Occore apprendre a leggere i scrivere in matematica ? in séminaire international de didactique des mathématiques*, Italie.

Mabkhout C. (2001), *Amalou annafii wa khasaaisouhou addalaliatou fi al arabiati*, Thèse d'état de l'université de Tunis.

Mainguenu D. (1994), *Précis de grammaire pour les concours*, Paris, Dumond.