

**DE KAIROUAN A SARAGOSSE :
SEPT SIECLES DE MATHEMATIQUES
EN MEDITERRANEE OCCIDENTALE**

Ahmed DJEBBAR
Université des Sciences et des Technologies de Lille

Du IX^e au XV^e siècle, les activités mathématiques en Méditerranée occidentale ont été pratiquées d'abord majoritairement en arabe puis en hébreu et en latin à partir du début du XII^e siècle puis, progressivement, dans des langues vernaculaires européennes. Mais, au-delà de la diversité des langues qui les ont exprimées, ces sciences ont gardé une certaine unité au niveau des grands thèmes traités, des méthodes utilisées et même au niveau de la terminologie. Cette unité est celle qui s'est lentement forgée dans le moule de la tradition mathématique arabe d'Orient après assimilation d'apports plus ou moins importants provenant des héritages grecs, indiens, babyloniens. A ce patrimoine « savant » relativement bien identifié, il faudrait ajouter des fonds locaux dont les sources sont incertaines mais dont la vitalité a été suffisamment grande pour leur permettre de survivre durant des siècles.

Dans l'étude qui va suivre, nous allons nous intéresser à la tradition mathématique d'al-Andalus et du Maghreb, qui s'est exprimée en arabe, en signalant, à chaque fois, ses éventuels prolongements en Europe à travers des productions hébraïques et latines. Pour simplifier la présentation de notre exposé, nous avons opté pour une périodisation basée uniquement sur les types de pouvoirs qui se sont succédés en Andalus et au Maghreb jusqu'à la fin du XV^e siècle : les gouverneurs du premier siècle de l'Islam, les Emirats, les deux califats, les principautés, les deux empires et les quatre royaumes. Cette périodisation est loin de refléter la complexité des interactions entre phénomènes politiques, économiques et culturels et leurs incidences éventuelles sur les pratiques scientifiques. Mais nous l'avons préférée à d'autres parce qu'elle fournit au lecteur des repères simples liés aux grands événements politiques de la région dont les détails sont accessibles à travers un certain nombre d'ouvrages d'histoire qui ont été consacrés à l'un ou l'autre des deux grands pôles occidentaux de l'empire musulman¹.

LA PERIODE DES GOUVERNEURS (647-756)

La phase islamique de l'histoire du Maghreb et de la Péninsule ibérique commence en 647 avec les premières incursions, en Ifriqya, des cavaliers arabes dirigés alors par ^cAbdallah Ibn Sa^cd. Mais, la première métropole musulmane au Maghreb, Kairouan, n'est fondée qu'en 674 et il a fallu attendre plus de trente ans avant que des contingents, essentiellement berbères, ne débarquent sur les côtes ibériques. C'était en 710 puis surtout en 711 avec l'arrivée de l'armée dirigée par Târiq Ibn Ziyâd.

Sur le plan politique, l'Andalus s'est distingué très vite par une certaine instabilité qui s'est reflétée d'une part dans le changement fréquent des gouverneurs et, d'autre part, dans les mouvements de contestation qui ont duré plus de 40 ans et

¹- A. Laroui : *L'histoire du Maghreb, un essai de synthèse*, Paris, Maspéro, 1970 ; R. Arié : *L'Espagne musulmane au temps des Nasrides (1232-1492)*, Paris, De Boccard, 1990 ; P. Guichard : *Al-Andalus, 711-1492*, Paris, Hachette, 2000.

qui ont abouti parfois à des révoltes importantes. Durant toute cette période, la province était étroitement liée au Maghreb tant sur le plan politique, par sa dépendance vis-à-vis du pouvoir de Kairouan, que sur le plan humain, grâce aux migrations successives, provenant essentiellement du Maghreb Extrême, qui ont apporté à la population d'al-Andalus une composante berbère non négligeable².

L'arabisation, qui a touché essentiellement les habitants des villes, a été, semble-t-il, relativement plus lente au Maghreb qu'en Andalus. On sait également qu'elle a fini par supplanter le latin, mais elle n'a pas eu le dessus sur les langues autochtones, c'est à dire le berbère au Maghreb et les langues ibériques en Andalus³. Les conditions dans lesquelles s'est faite cette arabisation ainsi que les premières productions locales dans cette langue, sont rarement évoquées par les chroniqueurs et les historiens.

Les historiens sont également silencieux sur ce qui a pu exister dans ces deux régions dans le domaine du savoir et du savoir-faire mathématique à la veille de la conquête musulmane. A partir des éléments linguistiques et culturels qui nous sont parvenus, il est acquis que les populations de la région possédaient des numérations, un système métrologique, des pratiques géométriques dans les activités artistiques et un savoir astronomique minimal basé sur l'observation. Mais tout cela n'est pas particulier aux populations d'al-Andalus et du Maghreb.

Une des numérations locales dont on n'arrive à déterminer ni la genèse ni la circulation ni l'ancienneté est celle qui a été appelée plus tard la « *numération de Fès* ». Il s'agit d'un système non positionnel utilisant 27 symboles (9 pour les unités, 9 pour les dizaines et 9 pour les centaines). Une de ses appellations, « *le calcul rûmî* », pouvait suggérer une origine byzantine⁴. Des études comparatives récentes ont confirmé cette hypothèse⁵. Pour d'autres aspects du savoir-faire mathématique de l'époque, on sait aujourd'hui que des écrits en latin étaient disponibles en Andalus au moment des conquêtes. Un des ouvrages représentatifs de cette tradition est la célèbre encyclopédie d'Isidore de Séville (m. 636), intitulée « *Les Etymologies* » qui contient des éléments de calcul et de géométrie⁶. Il y avait aussi les écrits de Boèce (m. 524) en arithmétique et en géométrie, mais aucune source arabe connue ne les évoque⁷.

² - D'après les chroniqueurs, le premier apport arabe de 12000 hommes correspond à l'armée de Mûsâ Ibn Nusayr (640-712). Il a été suivi par l'installation, en 717, de 400 chefs arabes venus de Kairouan avec leurs familles. Puis, à la faveur des révoltes berbères qui ont éclaté sous le règne du calife omeyyade Hishâm 1^{er} (724-743), une dizaine de milliers de nouveaux soldats, originaires de Syrie, se sont installés en Andalus.

³ - Si le latin semble avoir reculé devant l'arabe dans les textes écrits, il est encore présent sur les pièces de monnaies dont les inscriptions ont été, un certain temps, bilingues.

⁴ - Ce système porte également les noms de « *chiffres des registres* ». Il a continué à être utilisé, dans le Maghreb Extrême, pendant des siècles, comme le confirment les chapitres ou les manuels qui lui ont été consacrés. Pour plus de détail, voir Y. Guergour : *Les différents systèmes de numérotation au Maghreb à l'époque ottomane : l'exemple des chiffres rûmî*, Actes du Symposium sur "Science, Technology and Industry in the Ottoman World" (XX^e Congrès International d'Histoire des Sciences, Liège, 20-26 Juillet 1997), Liège, 2000, pp. 67-74.

⁵ - J. Sesiano : Koptisches Zahlensystem und (griechisch-)koptische Multiplikationstafeln nach einem arabischen Bericht, *Centaurus*, 1989, Vol. 32, pp. 53-65.

⁶ - Isidore de Séville : *Etymologies*, Jacques André (trad.), Paris, Les Belles Lettres, 1986.

⁷ - Boèce : *Institution arithmétique*, Y. Guillaumin (trad.), Paris, Les Belles Lettres, 1995 ; A. White : *Boethius in the Medieval Quadrivium*, in M. Gibson (éd.) : *Boethius, his Life, Thought and Influence*, Oxford, B. Blackwell, 1981, pp. 162-205.

LA PERIODE DES EMIRATS (756-900)

L'extension de l'Islam en Occident, après la période de conquête, va se faire dans le cadre d'une lutte idéologique intense qui va déboucher sur des révoltes puis sur la création de petits royaumes et de villes-Etats. Les Abbassides qui prendront la direction de l'empire à partir de 750, n'ont pu que cautionner le fait accompli. Il y eut ainsi, de 750 à 800, une succession de gouverneurs arabes pour l'Ifriqya qui ont agi en fait comme des Emirs indépendants. Puis, à partir de 800, c'est une véritable dynastie, celles des Aghlabides (800-909), qui s'est mise en place. Elle a bénéficié de la prospérité économique que connaissait le Maghreb oriental, grâce en particulier à son intégration au commerce international désormais sous contrôle musulman. La conquête de la Sicile, à partir de 827, n'a fait que renforcer la puissance de cette dynastie.

Dans le Maghreb Extrême, on assiste à la formation de royaumes plus ou moins grands et dont le plus connu a été celui des Idrisides (789-926). Entre ces royaumes et le territoire des Aghlabides, se sont développées trois villes-Etats, Tlemcen, Sijilmasa et Tahert, dont les positions géographiques ont permis de contrôler l'essentiel du commerce du Maghreb de l'Ouest. Les pouvoirs de ces trois villes reposaient sur l'idéologie kharidjite qui s'exprimait à travers plusieurs courants concurrents.

En Andalus, les événements tragiques qui ont accompagné la prise du pouvoir par les Abbassides ont créé les conditions d'une autonomisation réelle puisque l'un des rescapés du massacre des membres de la famille régnante omeyyade, °Abd ar-Rahmân I^e (756-788), a réussi à fonder un puissant émirat farouchement opposé au pouvoir de Bagdad. Plus tard, cet antagonisme s'est exprimé sur le plan culturel et scientifique par une saine émulation.

Dans le domaine scientifique et culturel, les activités des premiers foyers maghrébins et andalous ont été en prise directe avec celles des foyers d'Orient pour lesquels cette période a été celle de l'avènement et du développement de quatre phénomènes importants : l'émergence d'une tradition de recherche sur le corpus religieux et linguistique, la constitution des quatre grandes écoles théologiques, la naissance et la diffusion du rationalisme mutazilite et, enfin, le développement d'un important mouvement de traduction d'ouvrages scientifiques et philosophiques hérités des traditions indienne, persane et surtout grecque.

Ces phénomènes n'ont pas eu leurs équivalents au Maghreb et en Andalus, mais leurs effets n'ont pas tardé à se faire sentir dans les nouvelles métropoles de ces deux régions, et plus particulièrement à Kairouan et à Cordoue, favorisant, là aussi, une dynamique culturelle et scientifique qui a été alimentée à la fois par les traductions, faites en Orient, et par les premiers ouvrages originaux qui parvenaient des foyers intellectuels du centre de l'empire.

A partir de ces premières initiatives, et selon des rythmes différents, on voit naître, à Kairouan d'abord, une tradition scientifique dans deux domaines : la médecine et les mathématiques utilitaires⁸. Cette dynamique a également existé à Tahert, à la même époque, si l'on en croit les témoignages d'Ibn Saghîr (IX^e s.) et d'Abû Zakariyyâ' (XI^e s.) qui parlent d'une catégorie de la population de la ville-Etat

⁸ - A. Djebbar : *Quelques éléments nouveaux sur l'activité mathématique arabe dans le Maghreb oriental (IX^e-XVII^e s.)*, Actes du 2^e Colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabes (Tunis, 1-3 Décembre 1988), Tunis, Université de Tunis, 1990, pp. 53-73.

qui, dès la fin du VIII^e siècle, collectionnait des manuscrits, animait des débats et s'adonnait à des activités intellectuelles profanes⁹.

Pour l'Andalus, nous savons que la période des Emirats est bien celle de la naissance des premières initiatives scientifiques et culturelles, mais nous ne sommes pas informés sur leur contenu. En effet, parlant de ces activités durant la période qui suivit les conquêtes musulmanes dans la péninsule ibérique, Sâ'id al-Andalusî (m. 1071) nous dit que « *le pays resta indifférent à toutes les sciences, sauf à celles du Droit et de la langue arabe, jusqu'au jour où le pouvoir passa définitivement aux mains des Omeyyades, après une longue période de troubles* »¹⁰. Cela dit, il est raisonnable de penser que, peu de temps après l'instauration de l'Emirat, la volonté de rivaliser avec le pouvoir abbasside, sur le plan politique, ait amené °Abd ar-Rahmân I^e et ses successeurs à adopter une attitude similaire sur le plan culturel. Cela a dû se traduire par des initiatives diverses, comme l'ouverture de lieux d'enseignement, l'achat et la copie de livres, le financement de voyages d'étude vers Kairouan et les grandes villes d'Orient ainsi que l'invitation d'écrivains, de poètes, de professeurs ou de spécialistes exerçant dans ces villes. Parallèlement, et suivant en cela le mouvement général qui s'observait dans les différentes métropoles de l'empire, certaines catégories de la population ont dû également prendre des initiatives locales en faveur de l'éducation et de la culture.

Toutes ces hypothèses sont suggérées par les témoignages de certains historiens et biobibliographes d'al-Andalus. Le plus ancien d'entre eux est Ibn Sa'id qui évoque la formation du futur Emir °Abd ar-Rahmân II et la place des sciences dans cette formation. On peut lire à propos de ce prince que « *son père s'est occupé de son instruction et de sa formation dans les sciences modernes et anciennes. Il a envoyé °Abbâs Ibn Nâsîh en Irak pour récupérer des livres <des> Anciens. Il lui a rapporté le Sindhînd et d'autres ouvrages. Il est ainsi le premier à les avoir introduits en Andalus, à les avoir fait connaître à ses habitants et à les avoir étudiés* »¹¹. Il y a aussi le témoignage de Sâ'id al-Andalusî (m. 1071) qui dit, en parlant des débuts des activités scientifiques : « *Au milieu du troisième siècle de l'Hégire, c'est à dire sous le règne du cinquième calife omeyyade Muhammad ibn °Abd ar-Rahmân (...), nombre de gens se mirent à étudier avec zèle mais, jusque vers le milieu du siècle suivant, la renommée de ces chercheurs ne cessa d'être peu étendue* »¹².

Comme le laisse entendre la dernière phrase de cette citation, la tradition scientifique d'al-Andalus a dû connaître une longue période d'assimilation et de maturation au terme de laquelle se sont révélés les premiers hommes de sciences dont les noms ont été retenus par les biobibliographes. Parmi ces pionniers, on peut citer Ibn Futays et Ibn Nâsîh pour les mathématiques¹³, Yahyâ Ibn °Ajlân et Habâb al-Faradî pour la science des héritages, Ibn Shamîr et Ibn Habîb pour l'astronomie¹⁴.

⁹ - A. Djebbar : *Les activités mathématiques dans les villes du Maghreb Central (IX^e-XVI^e s.)*, Actes du 3^e Colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabes (Tipaza, 2-4 Décembre 1990), Alger, Office des Presse Universitaires, 1998, pp. 73-115.

¹⁰ - Sâ'id al-Andalusî : *Kitâb tabaqât al-umam* [Livre des catégories des nations], H. Bu'âlwan (édit.), Beyrouth, Dâr at-talî'a, 1985, pp. 155-156.

¹¹ - Ibn Sa'id : *al-Mughrib fî hulâ al-Maghrib* [Le <livre> étonnant sur les parures du Maghreb], Sh. Dayf (édit.), Le Caire, Dâr al-ma'ârif, 3^e édition, 1978, Vol. 1, p. 45.

¹² - Sâ'id al-Andalusî : *Kitâb tabaqât al-umam*, op. cit., pp. 169-207.

¹³ - M.-G. Balty-Guesdon : *Médecins et hommes de sciences en Espagne musulmane (II^e/VIII^e – V^e/XI^e s.)*, Thèse de Doctorat, Paris, Université de la Sorbonne Nouvelle – Paris III, 1992, Vol. III, p. 599.

¹⁴ - Le premier aurait écrit des tables (astrologiques ou astronomiques). Pour le second l'information est plus précise puisqu'on lui attribue une *Epître sur la connaissance des étoiles*, op. cit., Vol. III, p. 600.

Nous ne savons pas comment, à partir de l'activité de ces précurseurs, les traditions scientifiques et culturelles se sont développées dans les villes d'al-Andalus. Nous pouvons seulement déduire des quelques témoignages qui nous sont parvenus que c'est probablement vers le milieu du IX^e siècle que des foyers scientifiques conséquents se sont mis à exister par eux-mêmes, en dehors des enceintes des palais et des maisons princières, à Cordoue et dans les cités les plus dynamiques économiquement, comme Tolède, Séville, Saragosse et Valence. C'est durant cette période, qui débute avec le règne de Muhammad I^e (852-886), que seront formés les hommes de science qui semblent avoir été les premiers à publier des livres conséquents en astronomie, en géométrie et en science du calcul.

Dans cette phase d'apparition puis de développement d'une tradition culturelle et scientifique en Andalus, le rôle des premières communautés savantes de Kairouan a probablement été important. En mathématique, il semble que le premier manuel s'inscrivant dans la tradition du calcul indien, ait été écrit et publié à Kairouan¹⁵. Par ailleurs, il semble que, même au X^e siècle, un intellectuel comme Hasdây Ibn Shaprût (m. 970), continuait de recevoir de Kairouan, des ouvrages astronomiques que lui envoyaient des membres de la communauté juive de cette ville¹⁶.

LA PERIODE DU DOUBLE CALIFAT (900-1008)

Le phénomène fatimide au Maghreb ne se limite pas à l'Occident musulman. Il est étroitement lié aux luttes politiques et idéologiques qui ont secoué le califat abbasside dès le début du IX^e siècle et qui ont continué à l'agiter longtemps après la phase maghrébine de ce nouveau pouvoir. La dynastie qui en a résulté, et qui a régné quelque temps en Ifriqya, avait un objectif ultime, celui de l'instauration d'un califat shiite à Bagdad¹⁷. Nourris par l'idéologie ismaélienne, les Fatimides ont commencé par s'opposer aux Sunnites d'Ifriqya puis à leurs frères ennemis les Kharidjites avant de se heurter au Omeyyades d'al-Andalus. C'est dans ce contexte que s'expliquerait l'initiative de °Abd ar-Rahmân III de se proclamer, à son tour, calife, exprimant ainsi une double légitimité, celle d'être le meilleur rempart à l'extension du Shiisme et celle de redonner à sa famille la direction de l'empire. Mais, comme on le sait, la grande confrontation entre les deux nouveaux prétendants au califat n'a pas eu lieu puisque les Fatimides ont opté pour une « *stratégie orientale* », avec la décision de contrôler d'abord l'Égypte puis de se lancer à la conquête de Bagdad.

Dans le domaine culturel et scientifique, l'avènement des Fatimides ne semble pas avoir provoqué de ruptures dans l'activité des villes qui étaient sous leur contrôle. Nous savons que la production théologique et littéraire de cette période a été riche et parfois brillante. On peut penser que cela a pu être également le cas pour la production scientifique en général et mathématique en particulier, même si, dans ce

¹⁵ - Il s'agit du *Kitâb fî l-hisâb al-hindî* [Livre sur le calcul indien] d'Abû Sahl al-Qayrawânî. Pour d'autres informations sur le foyer scientifique de Kairouan, voir A. Djebbar : *Quelques éléments nouveaux sur l'activité mathématique arabe dans le Maghreb oriental*, op. cit., pp. 57-59.

¹⁶ - D. Urvoy : *Pensées d'al-Andalus*, Paris, Editions du CNRS-Toulouse, Presses Universitaires du Mirail, 1990, pp. 31-32.

¹⁷ - M. Laqbal : *Dawr Kutâma fî târîkh al-khilâfa al-fâtimiyya mundhu ta'sîsîhâ ilâ muntasaf al-qarn al-khâmis al-hijrî* [Le rôle des Kutâma dans l'histoire du califat fatimide depuis sa fondation jusqu'au milieu du cinquième siècle de l'Hégire], Alger, Société Nationale d'Édition et de Diffusion, 1979.

domaine, les témoignages sont plutôt rares¹⁸. Plusieurs éléments sont en faveur de cette hypothèse : la naissance, à la même époque, puis le développement de nombreux foyers scientifiques en Andalus, la fluidité de la circulation des hommes et des idées entre ces deux régions de l'Occident musulman et, enfin, l'antagonisme entre l'idéologie sunnite des omeyyades d'Espagne et le Shiisme des Fatimides, qui s'est probablement transformé, dans le domaine intellectuel, en une émulation féconde, comme cela s'est vu plus tard au cours de la phase égyptienne du califat fatimide. D'une manière plus précise, on sait que les sciences profanes ont bénéficié d'un puissant mécénat de la part des califes fatimides et plus particulièrement d'al-Mu[°]izz (953-975) qui était lui-même un passionné d'astronomie. Mais, bizarrement, aucun écrit scientifique de cette période ne nous est parvenu et nous devons nous contenter de quelques noms qui sont associés à une activité ayant un lien avec les mathématiques. C'est le cas d'al-[°]Utaqî (m. 955), d'Ibn Killîs (m. 990) et d'al-Huwarî (m. 1023)¹⁹.

Nous sommes relativement mieux informés sur les activités culturelles et scientifiques d'al-Andalus au cours de cette période, même si, pour ce qui est de certaines disciplines scientifiques, nous devons nous contenter le plus souvent d'informations biobibliographiques ou de références tardives glanées, ici ou là, dans des ouvrages maghrébins. Durant le dernier tiers du IX^e siècle et tout au long du X^e, les activités d'enseignement et de recherche, dans différents domaines, ont connu une plus grande impulsion grâce à la dynamique générale que nous avons déjà évoquée mais grâce aussi au mécénat de [°]Abd ar-Rahman III et de son successeur al-Hakam II (961-976). En mathématique et en astronomie, on voit ainsi se constituer une puissante tradition d'enseignement et de recherche autour de professeurs de haut niveau, comme Maslama al-Magrîtî (m. 1007) et az-Zahrâwî (m. 1009) pour ne citer que les plus importants. Ces scientifiques ont publié des ouvrages qui ont rivalisé avec ceux qui étaient produits en Orient à la même époque. Malheureusement, un grand nombre de ces écrits ne nous est pas parvenu et les recherches de ces dernières décennies n'ont pas été très fructueuses dans ce domaine. Malgré tout, on peut avoir une idée sur la production mathématique à partir des rares sources qui ont été étudiées.

Rien ne nous est parvenu de l'enseignement de l'algèbre en Andalus et des éventuelles contributions dans ce domaine. Pourtant ce que nous savons de la production mathématique au cours des siècles suivants nous permet d'affirmer que les premiers ouvrages d'Orient traitant de cette nouvelle discipline, c'est à dire celui d'al-Khwârizmî (m. 850) et celui d'Abû Kâmil (m. 930), étaient connus relativement tôt à Cordoue. Par contre nous avons un témoignage précieux sur la présence, dans l'enseignement de l'époque, d'un chapitre ayant un lien avec les pratiques algébriques préislamiques. Il s'agit du manuel d'Ibn [°]Abdûn (m. après 976), intitulé « *Epître sur la mesure* » qui contient des formules et des procédés de calcul permettant de résoudre des problèmes liées aux figures géométriques élémentaires²⁰.

¹⁸ - A. Djebbar : *Quelques éléments nouveaux sur l'activité mathématique arabe dans le Maghreb oriental*, op. cit.

¹⁹ - Op. cit., pp. 61-63.

²⁰ - Les biographes évoquent également Ahmad Ibn Nasr comme auteur d'un « *Livre sur la mesure* » non encore retrouvé. Sur l'épître d'Ibn [°]Abdûn, voir A. Djebbar : *La circulation des mathématiques entre l'Orient et l'Occident musulmans : interrogations anciennes et éléments nouveaux*, Actes du Colloque International "From China to Paris : 2000 Years Transmission of Mathematical Ideas" (Bellagio, Italie, 8-12 mai 2000), Y. Dold-Samplonius, J. W. Dauben, M. Folkerts et B. van Dalen, Stuttgart, Steiner Verlag, 2002, pp. 213-236. Voir également A. Djebbar : *Entre algèbre et*

Pour la science du calcul, les biobibliographes ajoutent parfois à certains hommes de science le qualificatif de *basîr* [versé] ou *‘âlim* [savant] ou *‘ârîf* [connaisseur] en calcul. Parfois ils sont présentés comme étant spécialistes à la fois en calcul et en géométrie ou en héritage. Malheureusement, les titres de leurs publications ne sont pas cités²¹. C’est également à cette époque que commencent à être publiés des ouvrages qui contiennent dans leurs titres le mot *mu‘âmalât* (transaction). Il s’agit d’ouvrages à la fois de calcul et de procédés permettant de résoudre des problèmes censés avoir un lien avec les activités quotidiennes et en particulier avec les transactions commerciales. Des noms d’auteurs, comme az-Zahrâwî, Ibn as-Samh et Aws al-Faradî, sont signalés par les biographes, mais aucun de leurs ouvrages ne nous est parvenu²².

En géométrie, on peut également affirmer, à partir d’informations tardives, que deux versions arabes des *Eléments* d’Euclide étaient présentes en Andalus au X^e siècle, celle d’al-Hajjâj et celle d’Ishâq Ibn Hunayn (m. 910) révisée par Thâbit Ibn Qurra (m. 901). Quant aux travaux andalous qui ont prolongé la tradition euclidienne, ils sont confirmés par les sources bibliographiques mais un seul a été partiellement préservé grâce à sa transcription en hébreu. Il s’agit du traité de géométrie d’Ibn as-Samh (m. 1035).²³.

LA PERIODE DES PRINCIPAUTES (1008-1073)

C’est une période où le commerce était tellement prédominant que le système fiscal des différents pouvoirs en place reposait essentiellement sur les droits de douane et sur les taxes commerciales, comme le droit de porte. Le Maghreb était alors divisé en quatre principautés : à l’est, celle des Hammadides (1015-1152), avec la Qal‘a pour capitale, et celle des Zirides, cousins des premiers et héritiers des Fatimides. A l’ouest ce sont les principautés des Idrisides et des Ifranides.

En Andalus, vingt ans de lutte internes exacerbées par la pression castillane, vont aboutir à la désagrégation du califat de Cordoue, remplacé désormais par une quinzaine de principautés dirigées en grande partie par des groupes berbères du Maghreb (Maghrawa, Hammadides, Ifranides).

Sur le plan culturel et scientifique, le morcellement politique qui a caractérisé les deux régions de l’Occident musulman, durant toute une partie du XI^e siècle, ne semble pas avoir eu de conséquences fâcheuses sur leurs activités. Il semble même les avoir stimulées dans les principales villes d’al-Andalus, en provoquant une grande émulation entre leurs milieux intellectuels respectifs.

Au Maghreb, on peut déduire des informations rapportées par certaines sources, ou de leur silence, que la situation n’est pas tout à fait la même dans les villes d’Ifriqya et du Maghreb Extrême. En effet, si Tunis et Mahdiyya poursuivent une tradition scientifique et culturelle déjà ancienne, les villes du Nord du Maghreb

géométrie, la tradition du mesurage en Andalus au X^e siècle, Prépublication universitaire de Lille. Sous presse.

²¹ - Une dizaine de ces « *calculateurs* » sont évoqués par les biographes. Voir M.-G. Balty-Guesdon : *Médecins et hommes de sciences en Espagne musulmane*, op. cit., pp. 614-632.

²² - Op. cit., pp. 637, 641 ; F. Sezgin : *Geschichte des arabischen Schrifttums*, Band V, Mathematik bis ca. 430 H, Leide, Brill, 1974, pp. 355-356.

²³ - T. Lévy : *Fragment d’Ibn as-Samh sur le cylindre et sur ses sections planes conservé dans une version hébraïque*, in R. Rashed (édit), *Les mathématiques infinitésimales du IX^e au XI^e siècle*, Londres, Al-Furqân, vol. 1, 1995, pp. 929-973.

Extrême, comme Fès et Ceuta, ne donnent pas encore l'impression de participer à la dynamique générale en matière de science.

La production mathématique et astronomique du Maghreb se situe d'ailleurs essentiellement en Ifriqya. En astronomie, la figure dominante est celle d'Ibn Abî ar-Rijâl (m. 1034) qui s'est occupé également de géométrie. Mais il n'est connu que par son traité d'astrologie qui a été traduit en latin²⁴. D'autres noms de spécialistes de géométrie nous sont parvenus, comme al-Kindî et al-Kalâ'î, mais nous ne savons rien sur leur production. On pourrait leur ajouter un homme de science, apparemment atypique, mais qui est en fait représentatif de toute une catégorie de mathématiciens et d'astronomes qui ont été formés dans leur pays d'origine puis qui l'ont quitté pour aller exercer leurs métiers dans plusieurs villes de l'empire. Il s'agit d'Ibn Abî as-Ḥalt (m. 1134), un savant andalou originaire de Dénia, qui a passé le second tiers de sa vie en Egypte (en grande partie en prison) et le troisième à Mahdiyya, en Ifriqya, dans la cour des princes zirides²⁵.

En Andalus, le XI^e siècle est la période où la production est quantitativement la plus importante et qualitativement la plus originale, avec une assimilation complète de tout ce qui a pu parvenir d'Orient comme traduction d'écrits grecs et indiens et comme production arabe, mais aussi avec des investigations nouvelles et parfois même des prolongements originaux, en particulier en astronomie et en mathématiques. Les contributions mathématiques connues de cette époque sont celles d'al-Mu'taman, d'Ibn Sayyid et d'Ibn Mu'âdh al-Jayyânî.

Du *Kitâb al-istikmâl* [Livre du perfectionnement] d'al-Mu'taman (m. 1085) seul le premier volume nous est parvenu. Il contient plus de quatre cent propositions, réparties en cinq espèces et touchant aux grands thèmes de la tradition mathématique grecque : la théorie des nombres, la théorie des grandeurs incommensurables, la géométrie des grandeurs et des figures constructibles, la géométrie des coniques et les méthodes archimédiennes de calcul d'aire. Il n'est donc pas étonnant d'y retrouver essentiellement des propositions déjà traités dans *les Éléments* d'Euclide, dans *les Coniques* d'Apollonius, dans *la Sphère et le cylindre* d'Archimède, dans *les Sphériques* de Théodose, dans *les Sphériques* de Ménélaüs et même dans *l'Almageste* de Ptolémée.

Ce fait est déjà important en lui-même puisqu'il nous renseigne, d'une manière précise, sur un aspect de la circulation, d'Est en Ouest, des traductions faites en Orient. Le second intérêt est de nous éclairer partiellement sur un autre type de circulation, cette fois interne à la tradition mathématique arabe prise dans son ensemble. On découvre, en effet, que les milieux mathématiques d'al-Andalus ont étudié, et peut-être même intégré à leur formation, des travaux originaux arabes produits au centre de l'Empire musulman, comme le traité sur les nombres amiables

²⁴ - Il s'agit du *Bâri' fî ahkâm an-nujûm* [Le livre brillant sur les jugements des étoiles]. Voir M. Steinschneider : *Die Europäischen Übersetzungen aus dem Arabischen bis Mitte des 17 Jahrhunderts*, Vienne, 1904-1905, Fac-simile, Graz, Akademische Druck-U. Verlagsanstalt, 1956, pp. 3-4.

²⁵ - H. Suter : *Die Mathematiker und Astronomen der Araber und ihre Werke*, Leipzig, Teubner, 1900, p. 115, n° 272.

de Thâbit Ibn Qurra²⁶ (qui est reproduit intégralement par al-Mu'taman) ainsi que des travaux des frères Banû Mûsâ, d'Ibrâhîm Ibn Sinân, d'al-Kûhî et d'Ibn al-Haytham²⁷.

Quant au second volume du *Kitâb al-istikmâl*, tous les témoignages concordent sur le fait que son auteur n'a pas eu le temps d'en achever la rédaction. Mais, la découverte, relativement récente, de la table des matières de ce volume, montre qu'al-Mu'taman avait conçu un projet tout à fait original, en réponse peut-être à une demande précise de la communauté scientifique de son époque. Il s'agissait de réaliser concrètement l'unité des sciences mathématiques, en juxtaposant, dans un même ouvrage, leurs outils théoriques fondamentaux et leurs domaines d'application²⁸.

Le second mathématicien de cette période est Ibn Sayyid. Ce scientifique, presque inconnu il y a une vingtaine d'années, semble avoir été l'un des plus créatifs de son époque. Malheureusement, de tout ce qu'il a produit, il ne nous reste que des références, des témoignages et un résumé de trois pages. Mais cela suffit pour avoir une idée de l'importance de son projet et des liens qui existaient alors entre les préoccupations de recherche en Andalus et en Orient²⁹.

Quant aux contributions d'Ibn Sayyid, un premier volet concerne la théorie des nombres. Des auteurs postérieurs lui attribuent en effet une épître sur la sommation de suites et de sous-suites arithmétiques tirées du tableau des nombres figurés. L'intérêt de cette information est qu'elle confirme qu'il y avait en Andalus une tradition de recherche en théorie des nombres dont le point de départ semble avoir été la traduction faite par Thâbit Ibn Qurra de *l'Introduction arithmétique* de Nicomaque (II^e s.).

Le second volet, qui concerne la géométrie, est plus difficile à appréhender parce que nous n'avons pas les textes de l'auteur. Mais le résumé qu'en a fait Ibn Bajja est suffisamment précis, malgré sa concision excessive, pour permettre de se faire une idée du contenu du projet et de l'originalité de la démarche. La première partie de ces travaux aurait concerné la matière même des *Coniques* d'Apollonius, l'agencement et le nombre de leurs propositions, ainsi que les outils ayant servi à leur établissement. On comprend en effet du texte d'Ibn Bâjja que la nouvelle étude reposait sur une série de définitions équivalentes à celles d'Apollonius mais qui utilisaient une notion de diamètre plus générale. Malheureusement on ne sait rien de plus sur les propriétés de ces nouvelles lignes, mais il précise que leur introduction aurait permis à Ibn Sayyid de se passer d'un grand nombre de propositions aux démonstrations longues et difficiles et qu'elle aurait ouvert des voies nouvelles pour l'établissement d'autres propositions «dont l'intérêt serait plus grand et les

²⁶ - Deux nombres a et b sont dit amiables si la somme des diviseurs de l'un est égale à l'autre. Exemple: $a = 220$ et $b = 284$. Sur ce chapitre du *Kitâb al-istikmâl*, voir A. Djebbar : Les livres arithmétiques des *Eléments* d'Euclide dans une rédaction du XI^e siècle: le *Kitâb al-istikmâl* d'al-Mu'taman (m. 1085), *Revue Lull*, Saragosse, Vol. 22, n°45 (1999), pp. 589-653.

²⁷ - J. P. Hogendijk : Discovery of an 11th century geometrical compilation : The *Istikmâl* of Yûsuf al-Mu'taman Ibn Hûd, King of Saragossa. *Historia Mathematica* **13**, (1986), pp. 43-52 ; J. P. Hogendijk : The geometrical part of the *Istikmâl* of Yûsuf al-Mu'taman ibn Hûd (11th century), An analytical table of contents, *Archives Internationales d'Histoire des sciences*, n° 127 (1991), vol. 41, pp. 207-281.

²⁸ - A. Djebbar : La rédaction de l'*Istikmâl* d'al-Mu'taman (XI^e s.) par Ibn Sartâq un mathématicien des XIII^e-XIV^e siècles, *Historia Mathematica*, n° 24 (1997), pp. 185-192.

²⁹ - *Deux mathématiciens peu connus de l'Espagne du XI^e siècle : al-Mu'taman et Ibn Sayyid*, Colloque International sur "Les Mathématiques autour de la Méditerranée jusqu'au XVII^e siècle", Marseille-Luminy, 16-21 Avril 1984. In M. Folkerts et J.P. Hogendijk (édit.): *Vestigia Mathematica, Studies in medieval and early modern mathematics in honour of H.L.L. Busard*, Amsterdam-Atlanta, GA 1993, pp. 79-91.

utilisations plus nombreuses »³⁰. Ibn Bâjja, qui rapporte ces informations, ajoute que, sur ce sujet, son professeur a surpassé les Anciens eux-mêmes. Quant à la nature de cette première partie des travaux d'Ibn Sayyid, il ne semble pas que l'on soit en présence d'une rédaction des *Coniques*, semblables aux rédactions des *Eléments* d'Euclide qui ont fleuri entre le IX^e et le XIII^e siècle. Ce serait plutôt un prolongement des contributions d'Orient, comme celles de Thâbit Ibn Qurra et d'as-Sijzî sur les sections planes des surfaces de révolution.

La seconde partie de ces travaux a concerné l'étude de certaines courbes gauches dans le but d'obtenir des courbes planes autres que les coniques désormais classiques, c'est à dire des courbes de degré supérieur à deux, selon la terminologie actuelle. Les courbes gauches ont été obtenues par intersection de solides dont les bases étaient les courbes coniques puis les nouvelles courbes planes obtenues par itération du procédé. Ces dernières étaient le résultat de projections des courbes gauches selon une direction donnée obtenue par analyse. Ibn Bâjja précise qu'avec ce procédé, son professeur obtenait des courbes dont aucune n'était la même que celle qui la précédait, dans le sens où elles étaient de «*puissance*» différente (c'est le terme utilisé par notre philosophe), c'est à dire de degré différent.

La troisième partie de l'œuvre est celle qui illustre le plus le lien étroit qui a existé entre les deux traditions mathématiques arabes d'al-Andalus et d'Orient et la similitude de leur préoccupation au niveau de la recherche. Il s'agit en effet de l'utilisation des résultats obtenus dans les deux premières parties pour résoudre deux des problèmes qui ont résisté aux mathématiciens orientaux les plus chevronnés : la multisection d'un angle et la détermination d'un nombre quelconque de moyennes entre deux grandeurs données. On sait désormais que, selon les propres termes d'Ibn Bâjja, le mathématicien de Valence «*a extrait n'importe quel nombre de segments entre deux segments [donnés] de sorte qu'ils se succèdent tous selon un même rapport et, par cette voie, il a également divisé l'angle selon un rapport numérique quelconque*»³¹. Comme on le voit, on est en présence de résultats qui généralisent non seulement ceux de la tradition grecque (qui se sont limités à la trisection de l'angle et à la détermination de deux moyennes entre deux grandeurs), mais également ceux d'Ibn al-Haytham (m. 1041), c'est à dire le mathématicien qui est allé le plus loin dans ce domaine puisque, selon le témoignage de °Umar al-Khayyâm (m. 1131), il aurait réussi à démontrer l'existence de quatre moyennes entre deux grandeurs données³².

Les travaux d'Ibn Mu'âdh (m. vers 1079), le troisième mathématicien de cette période, illustre également la vitalité des disciplines qu'il a pratiquées et les liens très étroits de ses préoccupations avec ceux de ses collègues d'Orient. En plus de l'astronomie dont il était l'un des meilleurs spécialistes, ses contributions ont concerné la théorie des rapports et la trigonométrie. Sur le premier thème il a publié une épître dans laquelle il a tenté de justifier et d'expliciter les définitions du Livre V des *Eléments* relatives à l'égalité et à l'inégalité des rapports³³. En trigonométrie, il a publié un ouvrage important, intitulé «*Livre sur les arcs inconnus de la sphère*». Il est le premier auteur de l'Occident musulman à avoir conçu l'idée de dissocier les outils de la trigonométrie de la matière pour laquelle ils ont été élaborés, c'est à dire

³⁰ - Ms. Escorial, n° 972/6, f. 33b, Ms. Oxford, Pocock n° 206, f. 119b.

³¹ - Op. cit.

³² - A. Djebbar & R. Rashed : *L'œuvre algébrique d'al-Khayyâm*, Alep, Institut for the History of Arabic Science, 1981, p. 65.

³³ - E. B. Plooj : *Euclid's conception of ratio*, Doctoral dissertation, Rijksuniversiteit, Leiden, 1950.

l'astronomie³⁴. Mais il a suivi, en cela, les initiatives prises par des astronomes d'Asie Centrale, comme al-Bîrûnî (m. 1048), même si rien ne permet d'affirmer qu'il a connu les travaux de ce dernier. Parmi les particularités du livre, il y a la manipulation de la tangente uniquement comme rapport du sinus et du cosinus. Il y a aussi la résolution des triangles sphériques sans traiter les triangles rectangles. Il y a enfin, apparemment pour la première fois, la discussion des cas où la résolution du triangle est impossible³⁵.

LA PERIODE DES EMPIRES (1073-1276)

Le premier empire de l'Occident musulman a été l'œuvre des Almoravides qui sont de grands chameliers islamisés au IX^e siècle. La première étape importante de la constitution de leur empire a été le contr^ole total du commerce saharien. Puis, au nom du Malékisme, ils ont lancé leur conquête du Maghreb, entre 1068 et 1080 et celle d'al-Andalus en 1086.

Il ne semble pas que ce pouvoir ait pris des initiatives particulières pour dynamiser les activités scientifiques. Mais son unification politique de la région a probablement stimulé les échanges et la circulation des hommes de science avec l'apparition d'un phénomène qui va se développer tout au long du XII^e siècle, celui de l'émigration d'hommes de sciences et de culture éminents d'al-Andalus vers le Maghreb. Les sources relatives à l'histoire culturelle du Maghreb révèlent un plus grand échange, dans ces différents domaines, entre l'Andalus et les villes du Maghreb Extrême, comme Fès, Ceuta et, plus tard, Marrakech. Les éléments dont nous disposons concernent des hommes de science qui ont été formés en Andalus, comme Abû Bakr Ibn Bâjja³⁶ qui a vécu un certain temps à Fès, ou comme Ibn Marrâna et son élève Ibn al-^oArabi³⁷ qui ont travaillé à Ceuta.

Mais le phénomène le plus important de la phase almoravide est celui du début du processus d'appropriation des sciences grecques et arabes par l'Europe chrétienne. Il faut d'abord remarquer que la première manifestation de ce phénomène a été la circulation directe, c'est à dire sans traduction, d'une partie du savoir médiéval du Sud vers le Nord. En mathématique, cela a commencé par la rédaction de manuels en hébreu dont les auteurs avaient déjà assimilé la matière scientifique en arabe. C'est le cas, par exemple, d'Abraham Ibn ^oEzra (m. 1167). Son *Livre du nombre* expose des sujets et des procédés que l'on retrouve dans les ouvrages arabes de son époque qui nous sont parvenus, même s'il porte la marque de son auteur et son originalité³⁸. C'est également le cas d'Abraham Bar Hiyya (m. 1145), dont le *Livre de la surface et de la mesure* s'inscrit dans la tradition de la géométrie du mesurage telle qu'elle était

³⁴ - M. V. Villuendas : *La trigonometria europea en el siglo XI, Estudio de la obra de Ibn Mu'âd El Kitâb Mayhûlât*, Barcelone, Instituto de Historia de la Ciencia de la Real Academia de Buenas Letras, 1979.

³⁵ - J. Samsó : Notas sobre la trigonometria esférica de ibn Mu'âd, *Awrâq* 3 (1980), pp. 60-67.

³⁶ - Au sujet des activités scientifiques d'Ibn Bâjja, voir A. Djebbar : *Abû Bakr Ibn Bâjja et les Mathématiques de son temps*, in : Festschrift à la mémoire de Jamal ad-Dine Alaoui : *Etudes Philosophiques et Sociologiques dédiées à Jamal ad-Dine Alaoui*, Publications de l'Université de Fès, Département de Philosophie, Sociologie et Psychologie, n^o spécial 14, Fès, Infoprint, 1998, pp. 5-26.

³⁷ - A. Gannun : *an-Nubûgh al-maghribî fî l-adab al-^oarabî* [Le génie marocain en littérature arabe], Beyrouth, Dâr al-kitâb al-lubnânî, Vol. 1, 1975, p. 79.

³⁸ - T. Lévy : *Hebrew Mathematics in the Middle Ages : An Assessment*, in F. J. Ragep & S. P. Ragep (édit.), *Tradition, Transmission, Transformation*, Proceedings of Two Conferences on Pre-modern Science held at the University of Oklahoma, Leide, E. J. Brill, 1996, pp. 71-88.

enseignée au X^e siècle³⁹. Il y a eu également des écrits en latin dont le plus représentatif est le *Liber Mahamalet* [Le livre des transactions] d'un auteur anonyme qui pourrait être Jean de Séville⁴⁰. Ce type de transfert de la matière scientifique s'est poursuivi au delà du XII^e siècle comme en témoignent les publications de Fibonacci (m. après 1240), et plus particulièrement son *Liber Abaci* qui diffère des écrits latins antérieurs par l'étendue du champ mathématique traité et par une plus grande originalité dans le contenu⁴¹.

La seconde forme de circulation des mathématiques a été celle des traductions qui ont été réalisées à Tolède, à Palerme et, un peu plus tard, dans le Midi de la France⁴². Ce phénomène a été plus important que le premier, à la fois sur les plans quantitatif et qualitatif. Mais, il faut signaler que ces traductions n'ont pas provoqué, immédiatement, l'émergence d'une tradition savante. Ce sont plutôt les mathématiques utilitaires, et plus particulièrement celles qui concernaient les transactions, qui ont connu un développement rapide et une grande circulation, essentiellement par l'Italie.

Le second pouvoir impérial est celui des Almohades. D'une manière générale, les historiens modernes s'accordent pour dire que la puissance almohade provient essentiellement de l'héritage légué par les pouvoirs zirides, andalous et almoravides qui les ont précédés. Dans le domaine scientifique et culturel, on a observé, sur la base des documents qui nous sont parvenus, des comportements nouveaux qui ont eu des effets, à la fois sur la production littéraire et philosophique, mais également sur la production mathématique. On peut même parler de l'existence d'une politique culturelle, semblable à celles qu'avaient initiées puis financées al-Ma'mûn, à Bagdad, au début du IX^e siècle et al-Hakam II, à Cordoue au X^e. Les initiatives prises dans ce domaine ont largement aidé à l'éclosion ou au renforcement de p^oles scientifiques comme Séville en Andalus, Ceuta, Marrakech et Bougie au Maghreb. Les textes scientifiques de cette période, qui ont pu être analysés, illustrent bien ce fait, à la fois par leur contenu et par l'origine de leurs auteurs. Ils témoignent d'un véritable renouveau dans différents domaines scientifiques et culturels, comme la médecine, la grammaire, la linguistique et les mathématiques. Ces mêmes textes confirment également deux phénomènes : celui d'une participation, plus grande que par le passé, d'hommes de science originaires du Maghreb Extrême et celui du renforcement des liens entre les foyers scientifiques du Maghreb et ceux d'al-Andalus, avec une sorte de leadership de Séville par rapport aux autres centres andalous de l'époque⁴³.

Cela dit, notre connaissance du contenu de la production scientifique des XII^e-XIII^e siècles reste très lacunaire, même si elle est meilleure que celles des siècles

³⁹ - Abraham Bar Hiia : *Llibre de geometria*, M. M. Guttmann & J. M. Vallicrosa (édit. & trad.), Barcelone, Editorial Alpha, 1931.

⁴⁰ - J. Sésiano : *Le Liber Mahamalet, un traité mathématique latin composé au XII^e siècle en Espagne*, Actes du 1^{er} Colloque Maghrébin d'histoire des mathématiques arabes (Alger, 1-3 Décembre 1986), Alger, La maison du livre, 1988, pp. 69-98.

⁴¹ - L. E. Sigler : *Fibonacci's Liber Abaci*, New York-Berlin-Heidelberg, Springer, 2002.

⁴² - M. Steinschneider : *Die Hebräischen Übersetzungen des Mittelalters und die Juden als Dolmetscher*, Berlin, Bibliographisches Bureau, 1893, 2 vols ; M. Steinschneider : *Die Europäischen Übersetzungen aus dem Arabischen bis Mitte des 17 Jahrhunderts*, Vienne, 1904-1905. Fac-simile, Graz, Akademische Druck-Verlagsanstalt, 1956.

⁴³ - Parmi les mathématiciens de cette époque, il y a ceux dont il ne nous est parvenu que le nom et, parfois le titre d'un de leurs écrits. C'est le cas d'Ibn Saddâd, d'Ibn Farajûn (m. 1204) et de son *Lubb al-lubâb fî bayân masâ'il al-hisâb* [Le meilleur de la moelle pour expliquer les problèmes de calcul], d'al-Qâdî ash-Sharîf et de son *Qânûn fî l-hisâb wa l-farâ'id* [Canon en calcul et <science de> l'héritage].

précédents. Pour nous limiter aux mathématiques, on constate que seuls quatre auteurs ont vu leur production résister au temps et nous parvenir, parfois d'une manière partielle. Il s'agit d'al-Qurashî (m. 1184), d'al-Hassâr (XII^e s.), d'Ibn al-Yâsamîn (m. 1204) et d'Ibn Mun^cim (m. 1228).

L'importance de ces quatre hommes de science tient à plusieurs raisons. En premier lieu, et indépendamment de leurs origines, ils peuvent être considérés comme des mathématiciens du Maghreb dans la mesure où ils semblent, tous les quatre, y avoir longuement séjourné, enseigné et publié des ouvrages mathématiques, même si certains d'entre eux se sont formés, totalement ou partiellement, dans des villes d'al-Andalus. En second lieu, ce sont les premiers mathématiciens de cette partie du Maghreb dont le contenu de certains de leurs écrits nous soit parvenu, nous permettant ainsi d'avoir des informations directes sur des aspects importants de l'activité mathématique dans cette région. En troisième lieu, on peut considérer les écrits de cette époque comme les témoins directs de deux phénomènes étroitement liés. Le premier est la diffusion, à une échelle plus grande qu'auparavant, d'une partie de la tradition mathématique andalouse des X^e-XI^e siècles vers le Maghreb, par l'intermédiaire des villes comme Ceuta, Marrakech, Bougie et Tunis. Le second phénomène est la redynamisation de l'activité d'enseignement et de recherche au Maghreb, en particulier grâce au mécénat des premiers califes almohades.

Le plus ancien de ces quatre mathématiciens semble être Abû l-Qâsim al-Qurashî. Nous ne savons presque rien sur sa vie, sur sa formation et sur sa production scientifique, si ce n'est qu'il était originaire de Séville, qu'il a vécu à Bougie et qu'il y a enseigné l'algèbre et la science des héritages avant d'y mourir en 1184⁴⁴. En Algèbre, il est connu pour son commentaire au *Kitâb al-kâmil fî l-jabr* [Livre complet en algèbre] d'Abû Kâmil (m. 930). Ce commentaire n'a pas encore été retrouvé mais son importance est confirmée par l'historien Ibn Khaldûn (m. 1406) qui le considère comme l'un des meilleurs traités qui ait été écrit sur le sujet, en Occident musulman⁴⁵. Quant à son contenu, nous en avons trouvé des passages intéressants dans le livre d'Ibn Zakariyâ al-Gharnâtî (m. 1403). Ce qui nous permet de dire qu'il ne s'agit pas d'un simple commentaire puisqu'on y trouve quelques nouveautés, au niveau de l'exposé, de la classification des équations et de certaines démonstrations⁴⁶. Le contenu de ce livre a continué à être étudié et enseigné au Maghreb jusqu'au XIV^e siècle, soit à travers ses copies soit, indirectement, dans le *Kitâb al-usûl wa l-muqaddimât fî l-jabr* [Livre des fondements et des préliminaires en algèbre] d'Ibn al-Bannâ qui, à en croire certains témoignages, se serait fortement inspiré de l'ouvrage d'al-Qurashî⁴⁷.

Dans le domaine des héritages, ce dernier est connu pour avoir mis au point une méthode nouvelle basée sur la décomposition des nombres en facteurs premiers pour

⁴⁴ - M. Zerrouki : Abû l-Qâsim al-Qurashî : hayâtuhû wa mu'allafâtuhû ar-riyyâdiyya [Abû l-Qâsim al-Qurashî : sa vie et ses écrits mathématiques], *Cahier du Séminaire Ibn al-Haytham*, Alger, E.N.S., n° 5 (1995), pp. 10-19.

⁴⁵ - Ibn Khaldûn : *al-Muqaddima* [L'Introduction], Beyrouth, Dâr al-kitâb al-lubnânî, V. Monteil (trad.), *Discours sur l'Histoire Universelle*, Paris, Sindbad, 1978, p. 899.

⁴⁶ - A. Djebbar : *Enseignement et Recherche mathématiques dans le Maghreb des XIII^e-XIV^e siècles*. Paris, Université de Paris-Sud, Publications Mathématiques d'Orsay, n° 81-02, pp. 8-10 ; A. Djebbar : *Quelques aspects de l'algèbre dans la tradition mathématique arabe de l'Occident musulman*, Actes du 1^e Colloque maghrébin sur les mathématiques arabes (Alger, 1-3 Décembre, 1986), Alger, Maison du livre, 1988, pp. 99-123.

⁴⁷ - A. Djebbar : *Les activités mathématiques dans le Maghreb central (XII^e-XIX^e siècles)*. Actes du 3^e Colloque maghrébin sur l'histoire des mathématiques arabes (Tipaza, 2-4 Décembre 1990), Alger, Office des Presses Universitaires, 1998, pp. 73-115.

réduire les fractions qui interviennent dans la répartition d'un héritage donné⁴⁸. Sa méthode a été très vite appréciée par les spécialistes des héritages qui avaient une solide formation mathématique. Certains d'entre eux, comme al-^cUqbânî (m. 1408) et al-Qalasâdî (m. 1486), ont d'ailleurs rédigé des manuels pour l'expliquer et pour populariser son utilisation⁴⁹.

Le second mathématicien est Abû Bakr al-Hassâr. A ce jour, nous n'avons trouvé aucun élément biographique le concernant. Les seules informations dont nous disposons, et qui nous sont fournies soit par Ibn Khaldûn soit par des mathématiciens postérieurs, ne concernent que sa production mathématique. Il pourrait être originaire de Séville et avoir vécu, un certain temps, à Ceuta et à Marrakech⁵⁰.

Deux de ses écrits scientifiques nous sont parvenus. Le premier, intitulé *Kitâb al-bayân wa t-tadhkâr* [Livre de la démonstration et du rappel] est un manuel de calcul traitant de la numération, des opérations arithmétiques sur les entiers et sur les fractions, de l'extraction de la racine carrée exacte ou approchée d'un nombre entier ou fractionnaire et de la sommation de suites d'entiers. Malgré son contenu classique au regard de la tradition mathématique arabe, ce livre revêt une certaine importance pour l'histoire des mathématiques au Maghreb et ce pour trois raisons. En premier lieu, ce manuel reste le plus ancien ouvrage de calcul représentant la tradition de l'Occident musulman. En second lieu, c'est également le plus ancien livre utilisant une écriture symbolique des fractions (avec le trait horizontal)⁵¹. En troisième lieu, il est l'un des rares ouvrages de calcul de l'Occident musulman qui ait bénéficié d'une traduction. Elle a été réalisée en hébreu par Moses Ibn Tibbon (m. après 1284).

Le second ouvrage d'al-Hassâr, plus volumineux que le premier, est intitulé *al-Kitâb al-kâmil fî sinâ^cat al-^cadad* [Le livre complet sur l'art du nombre]. Seule sa première partie a été retrouvée et identifiée. En plus des thèmes de son petit livre, exposés ici d'une manière développée, l'auteur présente des chapitres nouveaux qui traitent de la décomposition d'un nombre en facteurs premiers, des diviseurs et des multiples communs, de l'extraction de la racine cubique exacte d'un nombre entier et du calcul des nombres amiables⁵².

Le troisième mathématicien est relativement mieux connu que les deux précédents. D'après ses biographes, sa mère était noire (couleur dont il aurait hérité) et son père était berbère⁵³. On sait aussi qu'il vécut un certain temps à Séville où il s'est

⁴⁸ - M. Zerrouki : Abû l-Qâsim al-Qurashî, ^câlim fî ar-riyyâdiyyât wa l-farâ'id [Abû l-Qâsim al-Qurashî, un savant en mathématique et en héritage], *Cahier du Séminaire Ibn al-Haytham*, Alger, E.N.S., n° 6 (1995), pp. 6-22.

⁴⁹ - A. Harbili : Tadrîs ar-riyyâdiyyât bi Tilimsân fî l-qarn ar-râbi^c ^cashar al-mîlâdî min khilâl sharh al-^cUqbânî li t-Talkhîs [L'enseignement des mathématiques à Tlemcen au XIV^e siècle à travers le commentaire d'al-^cUqbânî au Talkhîs], *Cahier du Séminaire Ibn al-Haytham*, Alger, E.N.S., n° 7 (1996), pp. 6-22.

⁵⁰ - D'après une information orale qui m'a été aimablement transmise par D. Lamrabet, Ibn al-Qattân affirme, dans son livre *Naẓm al-jumân*, qu'en 1150, c'est-à-dire sous le règne de ^cAbd al-Mu'min, des savants de Séville ont été invités par le calife à Marrakech, ils étaient accompagnés par Abû Bakr al-Hassâr.

⁵¹ - H. Suter : Das Rechenbuch des Abû Zakariyâ el-Hassâr. [Le livre de calcul d'Abû Zakariyâ al-Hassâr]. *Bibliotheca Mathematica*, série 3, 2 (1901), pp. 12-40 ; M. Zoubeidi : *Kitâb al-bayân wa t-tadhkâr d'al-Hassâr*. [Le livre de la preuve et du rappel d'al-Hassâr]. Edition critique et analyse. Magister en Histoire des Mathématiques, Alger, E.N.S. En préparation.

⁵² - M. Aballagh & A. Djebbar : Découverte d'un écrit mathématique d'al-Hassâr (XII^e s.) : le Livre I du Kâmil, *Historia Mathematica* 14 (1987), pp. 147-158.

⁵³ - Ibn Sa'id : *al-Ghusûn al-yâni^ca fî mahâsin shu^carâ' al-mi'a as-sâbi^ca*. [Les branches mûres sur les mérites des poètes du septième siècle], I. El-Ibyari (édit.), Le Caire, Dâr al-ma^cârif, 1945, p. 42.

probablement perfectionné en mathématique, avant de revenir au Maghreb et de s'installer à Marrakech qui était alors la capitale de l'empire almohade. Pendant longtemps, on ne connaissait de lui que deux petits poèmes mathématiques, l'un sur l'algèbre et l'autre sur les racines carrées⁵⁴. Mais son ouvrage le plus important est le *Talqih al-afkâr bi rushûm hurûf al-ghubâr* [Fécondation des esprits avec les symboles des chiffres de poussière]. Il s'agit en effet d'un livre, de plus de 200 folios, qui traite à la fois des chapitres classiques de la science du calcul, de l'algèbre et de la géométrie du mesurage. Son importance tient au fait qu'il est bien représentatif de cette période de transition où on voit se juxtaposer trois traditions : celle d'Orient, celle d'al-Andalus et celle du Maghreb⁵⁵.

Le quatrième est dernier mathématicien de cette période dont il nous est parvenu des écrits est Ibn Mun^cim. Il est né à Dénia en Andalus, mais il a passé une grande partie de sa vie à Marrakech. A son époque, Il était considéré comme l'un des meilleurs spécialistes en géométrie et en théorie des nombres. Il a également été médecin. En mathématique, il aurait publié de nombreux ouvrages, traitant de sujets aussi divers que la géométrie euclidienne, le calcul, la construction des carrés magiques, la théorie des nombres et l'analyse combinatoire⁵⁶. Mais, un seul de ses écrits nous est parvenu, le *Fiqh al-hisâb* [La science du Calcul]⁵⁷. On y découvre, à côté des chapitres classiques sur les opérations arithmétiques, d'autres plus originaux, comme celui sur l'étude des nombres figurés, celui de la détermination des nombres amiables et, surtout, celui qui est consacré à l'analyse combinatoire. Il contient des propositions et des démarches importantes qui ne seront redécouvertes, en Europe, qu'au XVI^e et au XVII^e siècle, en particulier par Cardan (m. 1576), Mersenne (m. 1648), Frénicle (m.1675) et Pascal (m.1662).

LE PERIODE DES QUATRE ROYAUMES (1276-1492)

Les foyers de production et de diffusion des activités culturelles et scientifiques du Maghreb post-almohade sont les mêmes que ceux de la période antérieure mais, à la faveur des antagonismes politiques des pouvoirs régionaux, certains d'entre eux, comme Tlemcen et Tunis, donnent l'impression de vouloir disputer le leadership intellectuel à Fès et à Marrakech. Il faut toutefois préciser que ces deux dernières villes, et d'une manière générale les p^cles intellectuels du Maghreb Extrême, ont bénéficié d'un soutien mérinide important qui s'inscrivait bien entendu dans la tradition du mécénat officiel déjà observé à Bagdad, Kairouan, Cordoue et Marrakech. Mais ce soutien répondait également, et peut-être plus, à une volonté d'unification

⁵⁴ - J. Shawqi : *Manzûmât Ibn al-Yâsamîn fi a^cmâl al-jabr wa l-hisâb* [Les poèmes d'Ibn al-Yâsamîn sur les procédés de l'algèbre et du calcul], Koweit, Mu'assasat al-Kuwayt li t-taqaddum al-^cilmî, 1987; T. Zemouli : *Le poème d'Ibn al-Yâsamîn sur les nombres irrationnels quadratiques*, Actes du 1^e Colloque maghrébin sur l'histoire des mathématiques arabes (Alger, 1-3 Décembre 1986), Alger, Maison du livre, 1988, pp. 11-23.

⁵⁵ - T. Zemouli : *Les écrits mathématiques d'Ibn al-Yâsamîn (m. 1204)*, Magister d'Histoire des Mathématiques, Alger, E.N.S., 1993.

⁵⁶ - Ibn ^cAbd al-Malik : *adh-Dhayl wa t-takmila li kitâbay al-Mawsûl wa s-Sila* [L'appendice et le complément aux deux livres *al-Mawsûl* et *as-Sila*], Ihsân ^cAbbâs et Muhammad Benshrifa (éd.) Beyrouth, Vol. VI, 1964-1984, 59-60.

⁵⁷ -A. Djebbar : *L'analyse combinatoire au Maghreb : l'exemple d'Ibn Mun^cim (XII^e-XIII^e siècles)*, Paris, Université de Paris-Sud, Publications Mathématiques d'Orsay, n° 85-01, 1985. D. Lamrabet : *La mathématique maghrébine au moyen âge*, Thèse de Post-graduation, Bruxelles, Université Libre de Bruxelles, 1981.

idéologique des musulmans, une préoccupation qui était devenue majeure, après les grands événements que furent les Croisades et les invasions mongoles. A partir du XIII^e-XIV^e siècles, ce mouvement d'unification s'est amplifié. Concrètement, il a abouti à une intervention directe du pouvoir dans le contenu de l'enseignement, dans son encadrement et dans ses infrastructures. C'est ainsi qu'au Maghreb Extrême, les Mérinides ont financé la construction et la gestion d'une vingtaine de *madrassa* dans les grandes métropoles comme Fès et Marrakech, mais également dans des villes moyennes, comme Taza, Meknès et Salé⁵⁸. Par ailleurs, lorsqu'on parcourt la bibliographie de cette période et qu'on analyse le contenu de certains des titres qui nous sont parvenus, en particulier ceux ayant trait aux sciences, on constate que les facteurs idéologiques et politiques nouveaux que nous venons d'évoquer n'ont pas eu les mêmes effets sur les différents domaines d'activités.

Au Maghreb, la philosophie a dû pâtir de cette ingérence du pouvoir, surtout après le soutien que lui avaient prodigué les califes almohades, ennemis idéologiques des Mérinides. Quant aux autres sciences profanes, en particulier les mathématiques et l'astronomie, leurs activités se sont poursuivies, apparemment sans discontinuité. C'est du moins ce que laisse penser la filiation entre l'école de Marrakech du XII^e siècle, elle-même relayant celle d'al-Andalus du XI^e siècle, et l'école du mathématicien Ibn al-Bannâ (1256-1321). Mais, cette continuité de la tradition scientifique de l'Occident musulman s'est accompagnée de certaines modifications qui ne sont perceptibles qu'après analyse de la matière scientifique elle-même. Elles ont trait aux programmes d'enseignement qui se sont rétrécis considérablement et au contenu de la recherche qui s'est amenuisé et qui a fini par s'éteindre, laissant place à un enseignement figé⁵⁹.

En ce qui concerne les activités scientifiques dans ce qui restait d'al-Andalus, c'est à dire à Grenade et dans ses dépendances (Malaga, Almeria, Guadix), on constate qu'elles se sont maintenues à un niveau strictement utilitaire. En astronomie et en mathématique, le peu d'information qui nous est parvenu sur cette période donne l'impression que la production y est quantitativement moins importante et qu'elle est essentiellement une reprise, très partielle, du contenu des différentes disciplines enseignées et développées entre le X^e et le XII^e siècle. C'est du moins ce qui se dégage des écrits d'Ibn ar-Raqqâm (m. 1315) pour l'astronomie, d'Ibn Liyûn (m. 1346) pour la géométrie, d'Ibn Zakariyâ al-Gharnâtî (m. 1404) et d'al-Qalasâdî (m. 1486) pour la science du calcul.

Pour le contenu de l'enseignement, l'évolution a dû se faire dans le sens général observé dans les autres foyers scientifiques de l'empire, c'est à dire un rétrécissement des programmes avec l'arrêt des activités de recherche. La seule chose nouvelle dont on est sûr concerne les institutions d'enseignement supérieur puisque, les *madrassa*, en tant que collèges d'enseignement supérieur sous contr^le de l'Etat ou comme établissement privé, font leur apparition également dans le royaume de Grenade, après leur triomphe en Orient puis leur institution au Maghreb. Les historiens signalent en effet deux collèges de ce type : la *madrassa* de Malaga, qui était privée, et, surtout, celle de Grenade qui était financée et contr^lée par l'Etat et qui avait recruté des

⁵⁸ - M. Kably : *Société, pouvoir et religion au Maroc à la fin du moyen âge*, Paris, Maisonneuve & Larose, 1986, pp. 279-284 ; M. Kably : *Qadiyyat al-madâris al-marrîniyya, mulâhadât wa ta'ammulât* [La question des *madrassa* mérinides, remarques et observations]. In : *Murâja'ât hawla al-mujtama' wa th-thaqâfa bi l-Maghrib al-wasît* [Revue de la société et de la culture dans le Maroc médiéval], Casablanca, Toubkal, 1987, pp. 66-78.

⁵⁹ - A. Djebbar : *Enseignement et Recherche mathématiques dans le Maghreb des XIII^e-XIV^e siècles*. Paris, Université de Paris-Sud, Publications Mathématiques d'Orsay, n° 81-02, 1980, pp. 1-5.

professeurs éminents dont certains venaient du Maghreb, comme ce fut le cas pour al-Mansur az-Zwâwî et pour d'autres moins connus⁶⁰.

Quant au Maghreb, le XIV^e siècle constitue un moment privilégié à la fois pour l'importance quantitative de sa production mathématique et pour l'influence qu'elle a eu, durant des siècles, sur l'enseignement de la discipline. Dans l'état actuel de nos connaissances, on peut dire que la majorité de la production mathématique de ce siècle, et du siècle suivant, est une reprise, sous forme de commentaires, de résumés ou de développements, d'une partie de ce qui avait été déjà découvert ou assimilé au cours des siècles précédents. Les contributions nouvelles sont en effet exceptionnelles, confirmant ainsi les conclusions auxquelles avait abouti Ibn Khaldûn, dans sa *Muqaddima*. L'homme de science le plus représentatif de cette période est Ibn al-Bannâ. Il est né à Marrakech en 1256, y a grandi et y a acquis une excellente formation dans plusieurs domaines. Mais il a également vécu et enseigné quelque temps à Fès qui était devenue, après la chute des Almohades, la capitale de la dynastie des Mérinides. Il faut tout de suite préciser que nous sommes en présence du dernier mathématicien maghrébin connu qui a eu une activité de recherche, dans la mesure où il s'est attaqué à des problèmes nouveaux pour l'époque et qu'il y a apporté des solutions originales ou qu'il a avancé des idées nouvelles. Il y a d'abord sa contribution en Analyse combinatoire qui s'inscrit dans le prolongement de celle d'Ibn Mun'im : il a établi la formule arithmétique donnant les combinaisons de n objets p à p , il a tenté de rattacher la pratique combinatoire à l'arithmétique néopythagoricienne, à travers les nombres figurés de Nicomaque et il a résolu des problèmes à l'aide de démarches combinatoires⁶¹. En algèbre, il a introduit une démarche nouvelle à propos de la justification de l'existence des solutions des équations. Il a enfin poursuivi une réflexion, commencée par Ibn Mun'im, sur les bases non décimales⁶².

Pourtant c'est avec un petit manuel de calcul de moins de 40 pages qu'Ibn al-Bannâ a acquis sa notoriété. En effet, le *Talkhîs a'mâl al-hisâb* [L'abrégé des opérations du calcul] est devenu, du vivant même de l'auteur et plusieurs siècles après lui, la référence en mathématique. On peut même considérer que ce manuel a été le point de départ de toute une tradition qui s'est étendue aux différentes régions du Maghreb et qui a même atteint l'Égypte et le royaume de Grenade. Cette tradition est celle des commentaires. Il y eut ainsi plus de quinze ouvrages consacrés à l'explication ou au développement et parfois même à la critique du *Talkhîs*. Il est intéressant de noter que, en plus de la dizaine de commentateurs du Maghreb⁶³, le livre d'Ibn al-Bannâ a fait l'objet de commentaires de la part de deux Andalous, Ibn Zakariyâ al-Gharnâtî et al-Qalasâdî (m. 1485)⁶⁴ et de plusieurs orientaux dont Ibn al-Hâ'im (m. 1412) et Ibn al-Majdî (m. 1447)⁶⁵.

⁶⁰ - R. Arié : *L'Espagne musulmane au temps des Nasrides*, op. cit., pp. 423-427 et Addenda XXXVII.

⁶¹ - A. Djebbar : *Enseignement et Recherche mathématiques dans le Maghreb des XIII^e-XIV^e siècles*, op. cit., pp. 76-98.

⁶² - M. Aballagh : *Raf' al-hijâb d'Ibn al-Bannâ*, Thèse de Doctorat, Paris I-Panthéon-Sorbonne, 1988, pp. 517-543.

⁶³ - En particulier al-Misrâtî (XIV^e s.), al-Muwâhidî (XIV^e s.), Ibn Haydûr (m. 1413) et d'Ibn Ghâzî (m. 1514) du Maghreb Extrême, al-'Uqbânî (m. 1408), al-Habbâk (m. 1463), al-Ghurbî (XIV^e s.) et Ibn Qunfudh (m. 1406) du Maghreb central.

⁶⁴ - Al-Qalasâdî : *Sharh Talkhîs a'mâl al-hisâb* [Commentaire de l'Abrégé sur les opérations du calcul], F. Bentaleb (édit.), Beyrouth, Dâr al-Gharb al-Islâmî, 1999.

⁶⁵ - Pour plus de détails sur ces commentaires, voir M. Aballagh & A. Djebbar : *Hayât wa mu'allafât Ibn al-Bannâ al-Murrâkushî* [La vie et l'œuvre d'Ibn al-Bannâ al-Murrâkushî], Rabat, Université Mohamed V, Publications de la Faculté des Lettres et Sciences Humaines, Rabat, Faculté des Lettres et Sciences Humaines, 2001, pp. 89-104.

Au niveau qualitatif, ces commentaires se distinguent les uns des autres par l'utilisation ou non du symbolisme algébrique et par le recours ou non à la critique de certaines définitions et à la démonstration des propositions et des algorithmes. Cela dit, l'analyse détaillée des chapitres les plus importants de ces commentaires nous permet d'avancer d'autres remarques concernant à la fois la nature des mathématiques enseignées au Maghreb et dans le royaume de Grenade. En premier lieu, on constate que le niveau des mathématiques qui y sont exposées n'a pas baissé par rapport à la période antérieure, mais on n'y retrouve pas certains thèmes qui étaient enseignés depuis le X^e siècle, comme l'extraction de la racine cubique approchée d'un nombre ou le calcul de nouveaux couples de nombres amiables. Ce phénomène était déjà perceptible dans l'oeuvre d'Ibn al-Bannâ et il n'a fait que s'étendre à partir du XIV^e siècle. En second lieu, on ne remarque aucun apport nouveau dans ces commentaires, ni sur le plan théorique ni au niveau des applications des idées et des techniques antérieures. La nouveauté la plus significative se situe au niveau de l'expression écrite avec l'utilisation progressive d'un symbolisme relativement élaboré. Ce symbolisme voit son utilisation limitée tout au long du XIII^e siècle et durant la première moitié du XIV^e siècle. En tout cas, aucun mathématicien de cette époque ne l'a utilisé dans les écrits qui nous sont parvenus et nous n'en connaissons pas encore la raison.

Par ailleurs, si on excepte un seul commentaire du *Raf^c al-hijâb*, réalisé par Ibn Haydûr, aucun autre ouvrage de calcul ou d'algèbre des XII^e-XIV^e siècles n'a motivé les commentateurs maghrébins. En effet, et jusqu'à ce jour, nous n'avons trouvé aucune mention d'un éventuel commentaire des ouvrages de calcul d'al-Hassâr, d'Ibn al-Yâsamîn et d'Ibn Mun^cim. L'explication de ce phénomène n'est pas simple. On peut en chercher les raisons soit dans l'abaissement du niveau général de l'enseignement, soit dans l'arrêt de l'activité de recherche, soit dans le désintérêt pour les aspects théoriques des disciplines scientifiques. Ces causes sont en fait liées les unes aux autres et elles renvoient toutes aux facteurs extérieurs à l'activité scientifique elle-même.

En tout état de cause on constate que les ouvrages maghrébins difficiles, ou réputés comme tels, sont délaissés par les commentateurs ou ne sont utilisés que pour mieux éclairer l'explicitation de tel ou tel passage du *Talkhîs* d'Ibn al-Bannâ. On constate aussi qu'il y a, à partir de cette époque, une sorte de repli sur la production scientifique de l'Occident musulman, même au niveau des références aux ouvrages. On continue bien sûr à évoquer Euclide, Nicomaque et al-Khwârizmî, mais ce sont surtout des auteurs du Maghreb ou d'al-Andalus qui sont cités dans les commentaires des XIV^e-XV^e siècles qui nous sont parvenus.

* * *