



Que recouvre l'arithmétique ? Un regard historique

Alexandre Ducharme Rivard, étudiant à la maîtrise en mathématiques,
option didactique, Université du Québec à Montréal, Canada

Introduction

Les mathématiques ont toujours fait partie du curriculum d'enseignement au secondaire. Toutefois, leur importance a varié au fil du temps en fonction du rôle qu'on leur a accordé dans la société et des finalités qui sont associées à leur enseignement (Schubring, 1985 ; Gispert, 2002 ; Bednarz, 2002). Elles peuvent apparaître ainsi à travers le temps, associées :

- à la vie quotidienne en lien avec le calcul, le commerce, la mesure, etc. ;
- à une certaine emprise sur le réel, via un travail de modélisation et d'interprétation de phénomènes en arts, en sciences et en sciences sociales ;
- ou encore à des habiletés intellectuelles (jugement, raisonnement, sens critique, etc.).

Il en est ainsi de l'arithmétique, qui n'a pas toujours occupé la même place dans l'enseignement des mathématiques. Au secondaire plus particulièrement, elle a dans certains cas une place minimale (c'est le cas par exemple au Québec) alors que certains programmes à travers le monde justifient sa réapparition au secondaire sous l'angle de sa contribution au développement de la rationalité en mathématiques (Battie, 2003).

Objectif de la recherche

Nous nous sommes intéressés à cette question dans le cadre de notre mémoire de maîtrise en essayant de mettre en évidence l'évolution, au cours du XX^e siècle, de l'enseignement de l'arithmétique au secondaire au Québec : Quelle place occupe-t-elle ? À quelle arithmétique réfère-t-on ? Quelles sont les finalités associées à son enseignement ?

Méthodologie

Pour pouvoir aborder ces questions de recherche, une étude historique a été conduite préalablement pour cerner ce que l'on entend par arithmétique. Notre affiche s'est centrée sur les résultats de cette analyse.

Nous avons fait un premier survol d'ouvrages de référence qui s'attardent à définir l'arithmétique : lexiques mathématiques (dont De Champlain *et al.*, 1999), dictionnaires philosophiques (dont Baraquin *et al.*, 1995), dictionnaires mathématiques (dont Bouvier *et al.*, 2001). Ce premier survol a permis de mettre de l'avant que l'arithmétique n'a pas toujours recouvert la même signification et qu'elle a subi au cours du temps une évolution, tant au niveau du sens attribué à celle-ci qu'au niveau de son étendue.

Une analyse plus fine d'ouvrages de référence datant de l'Antiquité à nos jours a alors été réalisée. Les ouvrages choisis sont des textes de mathématiciens reconnus (témoins importants d'une époque donnée) ou des encyclopédies présentant une synthèse des connaissances d'une époque. Nous avons retenu pour cette analyse du champ de l'arithmétique les auteurs et les encyclopédies suivantes : Euclide (250 av. J.-C.) et Nicomaque (230 apr. J.-C.) (pour la période grecque), Fibonacci (pour le XIII^e siècle), Chuquet (pour le XVI^e siècle), Ozanam (pour le XVII^e siècle), l'encyclopédie de Diderot et d'Alembert (pour le XVIII^e siècle) et l'encyclopédie Larousse (pour le XIX^e et le XX^e siècle).

Quelques résultats

Déjà chez les Grecs, nous notons certaines différences sur le plan des caractéristiques données à l'arithmétique. Euclide traite les nombres comme des grandeurs (mesures de segments) tandis que Nicomaque perçoit le nombre comme une multitude d'unités. Au niveau des contenus chez ces deux auteurs, l'arithmétique regroupe les notions que nous retrouvons aujourd'hui dans la théorie des nombres (parité, facteurs d'un nombre, les proportions, etc.) avec quelques particularités. Par exemple, étant donné sa conception du nombre, Nicomaque s'intéresse aux nombres figurés (nombres triangulaires, nombres pentagonaux, etc.), tandis qu'Euclide s'intéresse particulièrement aux nombres premiers, qui ne sont considérés que comme nombres impairs chez Nicomaque. La différence majeure se retrouve dans le traitement des notions arithmétiques chez les deux auteurs. Tandis qu'Euclide utilise une approche déductive, Nicomaque opte pour une approche inductive.

Chez Fibonacci (1202) et Chuquet (1485), une nouvelle finalité est donnée à l'arithmétique. Elle est plutôt orientée vers les calculs. Ces auteurs mettent de l'avant une arithmétique pratique en lien avec le commerce et la résolution de problèmes commerciaux. Les bases du calcul et de la numération indo-arabe sont d'abord présentées par ces auteurs pour pouvoir, par la suite, effectuer les problèmes commerciaux. Les notions arithmétiques sont abordées par une présentation de méthodes et d'algorithmes et on y ajoute aussi des méthodes de vérification de calculs. Chez ces auteurs, l'algèbre apparaît comme une arithmétique généralisée.

Au XVII^e siècle, Ozanam (1691) écrit le premier dictionnaire mathématique français. L'arithmétique se divise alors en trois domaines : l'arithmétique « en soi » qui comprend la numération, les opérations, les propriétés des nombres et les propriétés des nombres entre eux ; l'arithmétique « vulgaire » qui recouvre l'arithmétique pratique en lien avec la mesure et le commerce ; et l'algèbre, présentée comme une arithmétique généralisée. L'auteur y donne des définitions suivies d'exemples.

L'analyse des encyclopédies (Diderot et d'Alembert, 1751 ; Larousse, 1866 ; Auger, 1928) a fait ressortir différents sens attribués à l'arithmétique : l'art de démontrer ou l'art de calculer. L'analyse de ces encyclopédies a aussi permis de distinguer différents types d'arithmétiques : une arithmétique théorique, reliée aux démonstrations de propriétés des nombres ; une arithmétique pratique, en lien avec le calcul ; une arithmétique instrumentale attachée à la conception et à l'utilisation d'instruments de calcul ; et différentes arithmétiques en lien avec différents systèmes de numération (binaire, sexagésimal, décimal, etc.). Chez Diderot et D'Alembert (1751), l'algèbre est considérée comme une arithmétique universelle, mais une rupture apparaît ici avec la conception du siècle suivant (Larousse, 1866), l'algèbre devenant un domaine indépendant de l'arithmétique. Deux nouvelles

facettes du nombre apparaissent dans le Larousse du XX^e siècle (Auger, 1928). Il s'agit du nombre « abstrait », comme 1, 3, 28, etc. et du nombre « concret », comme 12 pommes, 4 femmes, etc.

Cette analyse nous a permis de voir que l'arithmétique, en tant que domaine, a subi une évolution importante au fil du temps, tant au niveau de son contenu (étendue du champ), que de son statut et de ses finalités. Par exemple, l'algèbre (nommée arithmétique spacieuse pour la distinguer de l'arithmétique numérique) a longtemps été considérée comme un sous-domaine de l'arithmétique. Elle apparaissait comme une arithmétique généralisée. Une rupture va apparaître graduellement entre les deux domaines, qui seront mis en opposition, et dans cette rupture le statut de l'arithmétique changera. Elle n'occupera plus la place centrale qu'elle occupait précédemment. Certains incontournables en arithmétique comme l'étude des propriétés des nombres se retrouvent tout au long de l'histoire, certains aspects nouveaux apparaissent telle l'arithmétique binaire développée entre autres par Leibniz (Larousse, 1866).

Références

- Auger, P. (dir. publ.) 1928. *Larousse du XX^e siècle en six volumes*. Paris: Librairie Larousse. Sous « Arithmétique », t. 1.
- Baraquin, N., A. Baudart, J. Dugué, J. Laffitte, F. Ribes et J. Wilfert. 1995. *Dictionnaire de philosophie*. Paris: Armand Colin. 345 pages.
- Battie, V. 2003, Le raisonnement en arithmétiques: de l'analyse épistémologique à l'analyse didactique, *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education/Revue Canadienne de l'Enseignement des Sciences, des Mathématiques et des Technologies [CJSMT/RCESMT]*, vol. 3, n^o. 3, July/juillet, 364-386.
- Bednarz, N. 2002. Pourquoi et pour qui enseigner les mathématiques? Une mise en perspective historique de l'évolution des programmes au Québec au XX^e siècle. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik [ZDN]*, vol. 34, no 4. Grenoble. p. 146-157.
- Bouvier, A., M. George et F. le Lionnais. 2001. *Dictionnaire des mathématiques*. Paris: Quadrige/PUF. 960 pages.
- Chuquet, N. 1985. Nicolas Chuquet, *Renaissance Mathematician, A study with extensive translation of Chuquet's mathematical manuscript completed in 1484*. Graham Flegg, Cynthia Hay et Barbara Moss (éditeurs). Dordrecht: D. Reidel Publishing Compagny, 388 pages.
- De Champlain, D., P. Mathieu et H. Tessier. 1999. *Petit lexique mathématique*. Éd. rev. et corr. Mont-Royal (Qué.): Modul. 383 pages.
- Diderot, Denis et d'Alembert, Jean le Rond. 1751. *Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences des arts et des métiers*, Paris: le « libraire » (éditeur) Le Breton. Sous « Arithmétique », t. 1.
- Ducharme Rivard, A. À paraître. *Qu'est-ce que l'arithmétique? Que couvre son enseignement? Regard historique et analyse de manuels québécois du début et de la fin du XX^e siècle au secondaire*, Mémoire de maîtrise, Université du Québec à Montréal.
- Euclide d'Alexandrie. 1994. *Les Éléments, volume 2: livres V-VI: proportions et similitude, livres VII-IX: Arithmétique*. Traduits du texte de Heiberg, Traduction et commentaires par B. Vitrac. Paris: Presses Universitaires de France. 572 pages.

- Fibonacci, Leonardo Pisano. 2003. *Fibonacci's Liber Abaci : Leonardo Pisano's Book of Calculation*. Traduction du latin à l'anglais moderne du livre de Leonardo Pisano Liber Abbaci écrit en 1202 par Laurence E. Singler. New York : Springer. 636 pages.
- Gispert, H. 2002. Pourquoi, pour qui enseigner les mathématiques ? Une mise en perspective historique de l'évolution des programmes de mathématiques dans la société française au XX^e siècle. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik [ZDM]*, vol. 34, no 4. Grenoble. p. 158-163
- Larousse, P. 1866. *Grand DICTIONNAIRE Universel du XIX^e Siècle*. Paris : Administration du Grand Dictionnaire Universel. Sous «Arithmétique», t. 1.
- Nicomaque de Gerasa. 1926. *Introduction to Arithmetic*, Traduit par F. Robbins et L. Karpinski. New York : The Macmillan company. 319 pages.
- Ozanam, J. 1691. *Dictionnaire Mathématique ou Idée Générale des Mathématiques*. Reproduction de textes anciens, 1982, par l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques [IREM] : Université Paris VII. Édition reproduite : Paris : Étienne Michalet. 78 pages.
- Schubring, G. 1983. Introduction à la chronique historique sur l'enseignement des mathématiques. *Recherche en didactique des mathématiques*, vol 4, no 3, p. 325-344.

Pour joindre l'auteur

Alexandre Ducharme Rivard
1658 Burgundy
Saint-Lazare (Québec) Canada
J7T 2C1
Courriel: alexandre.rivard@gmail.com