



Raisonnement et argumentation : analyse des différentes formes et fonctions des raisonnements des élèves en situation de débat à l'école primaire

Patrick Gibel¹, D.A.E.ST-I.U.F.M. d'Aquitaine, France

Résumé

Cette étude est effectuée dans le cadre de la Théorie des Situations de Guy Brousseau. Le schéma de la structuration du milieu nous permettra d'une part d'analyser a priori la complexité didactique des raisonnements que les élèves sont susceptibles de produire dans chacune des situations « emboîtées », d'autre part d'analyser, lors d'une séquence en classe de CM2, les possibilités pour les élèves d'utiliser leurs raisonnements dans des fonctions spécifiques (prise de décisions, formulation d'une assertion, explication, argumentation) selon que les conditions, qui définissent la situation, requièrent ou non leur usage. Le choix d'une situation a-didactique apparaît comme une condition nécessaire à la possibilité de faire débattre les élèves. Cependant pour qu'il puisse y avoir débat, il est aussi nécessaire qu'il y ait un dispositif particulier (situation d'action, situation de formulation, situation de validation) ainsi que des interventions de l'enseignant visant à maintenir le caractère a didactique de la situation de validation. Nous analyserons, dans le cadre de la séquence « Le nombre le plus grand », dont l'objectif affiché est d'amener les élèves à débattre de la validité de certaines assertions qu'ils ont eux-mêmes produits, les arguments échangés par l'enseignant et par les élèves en étudiant précisément leur statut et leur fonction dans la relation didactique au cours de la situation de validation.

Introduction

Nous avons recherché une séquence, dans laquelle, explicitement, l'enseignant par la dévolution d'une situation a didactique cherche à développer les capacités de raisonnement des élèves en leur proposant des situations qui ont pour objet la pratique du raisonnement.

Dans la séquence choisie² « Le nombre le plus grand », dont l'ingénierie a été produite par Guy Brousseau, on voit très nettement apparaître de nombreux raisonnements chez les sujets, sous des formes très variées et dans des fonctions très diverses. Ils apparaissent parce qu'il y a une situation sociale qui a été créée : d'une part, parce que les élèves font un concours de « propositions », d'autre part, c'est lié à la règle du jeu que l'enseignant a donnée, en effet, il faut convaincre l'autre de la validité de sa méthode pour marquer des points.

Le choix d'effectuer l'analyse de cette séquence vise à apporter des éléments de réponses aux questions suivantes :

- 1 Laboratoire Didactique et Anthropologie des Enseignements Scientifiques et Techniques, Université Victor Ségalen, Bordeaux 2 et IUFM d'Aquitaine
- 2 Cette séquence a été mise en œuvre au COREM, Centre d'Observations et de Recherches sur l'Enseignement des Mathématiques, en classe de CM2, à l'école Jules Michelet Talence.

- Peut-on enseigner les mathématiques en confrontant les élèves à des situations a- didactiques ?
- Peut-on leur enseigner ce qu'est « faire des mathématiques » au sens de :
 1. Produire des conjectures en écrivant des énoncés, des « méthodes » permettant de gagner au jeu « Le nombre le plus grand » proposé par G. Glaeser.
 2. Débattre de la validité des méthodes, plus précisément du domaine de validité des méthodes proposées par chacun des groupes.
 3. Rechercher un contre-exemple à une méthode donnée.
 4. Ceci amène donc les élèves à élaborer et à écrire une nouvelle proposition, en fait une nouvelle méthode dont le domaine de validité est plus étendu.

et ainsi leur donner du plaisir à faire des mathématiques et leur faire percevoir les véritables enjeux des mathématiques.

1. Les raisonnements dans la classe

1.1 Définition initiale

Les professeurs d'écoles ont tendance à appeler « raisonnement » – par opposition à calcul – toutes les « raisons » ou justifications que l'élève ou le professeur doit produire pour déterminer ou accompagner une décision qui n'a pas été « algorithmisée » ou répertoriée antérieurement comme « savoir ».

Le terme « raisonnement » tend donc à couvrir un champ beaucoup plus vaste que celui des raisonnements formels logiques ou mathématiques et à s'identifier avec la partie non formalisée du discours mathématique, métamathématique et même didactique.

1.2. Les formes de raisonnements

1.2.1 La détection des raisonnements

Le professeur agit de façon à obtenir finalement des indices que l'élève sait ce qu'il a voulu lui enseigner. Ces indices doivent être présents dans certaines productions des élèves. Le professeur ne parvient à y distinguer ce qu'il veut enseigner qu'au prix d'une interprétation de la forme et des conditions de ces productions.

Par conséquent pour pouvoir étudier les moyens utilisés par l'enseignant pour gérer les raisonnements apparaissant dans les productions des élèves, il convient de définir ce qui est pour l'observateur assimilable à un « raisonnement » :

- Identifier des observables: (textes, gestes, paroles, dessins, etc.) produits par un élève, par plusieurs élèves en interaction, ou par l'enseignant.
- Relier ces observables par une relation « rationnelle ».
 - Cette relation s'exprime dans le langage de l'observateur, différent a priori de celui des protagonistes.

- Elle attribue à ces observables un rôle dans la réalisation du projet proposé par la situation convenue ou dans celle de l'un de ses modèles qui ont la charge de représenter les intentions possibles des protagonistes.
- Elle est hypothétique ou formelle.
- Identifier un actant : professeur, élève ou groupe d'élèves à qui est attribué l'établissement de la relation dans le cadre d'un projet qui lui est prêté.
- S'il s'agit d'une hypothèse, établir qu'elle est valide, en montrant, éventuellement à l'aide d'autres indices, qu'elle est la moins improbable des explications.
- La relation rationnelle ainsi « observée » doit résulter d'une combinaison « originale », ou considérée comme telle, dans le sens où elle n'a pas fait l'objet d'une institutionnalisation, elle n'a pas été enseignée ou montrée comme objet d'enseignement.

Il est à noter que parmi les raisonnements détectés par l'observateur, certains d'entre eux peuvent être attribués à un ou à plusieurs des protagonistes bien que ces derniers ne les aient pas nécessairement identifiés comme tel.

1.2.2 Définition

Dans le cadre de cet article nous utiliserons la définition suivante :

Un raisonnement est « *un enchaînement, une combinaison ou une confrontation d'énoncés ou de représentations respectant des contraintes susceptibles d'être explicitées, et conduits en fonction d'un but.* » (Oleron, 1977)

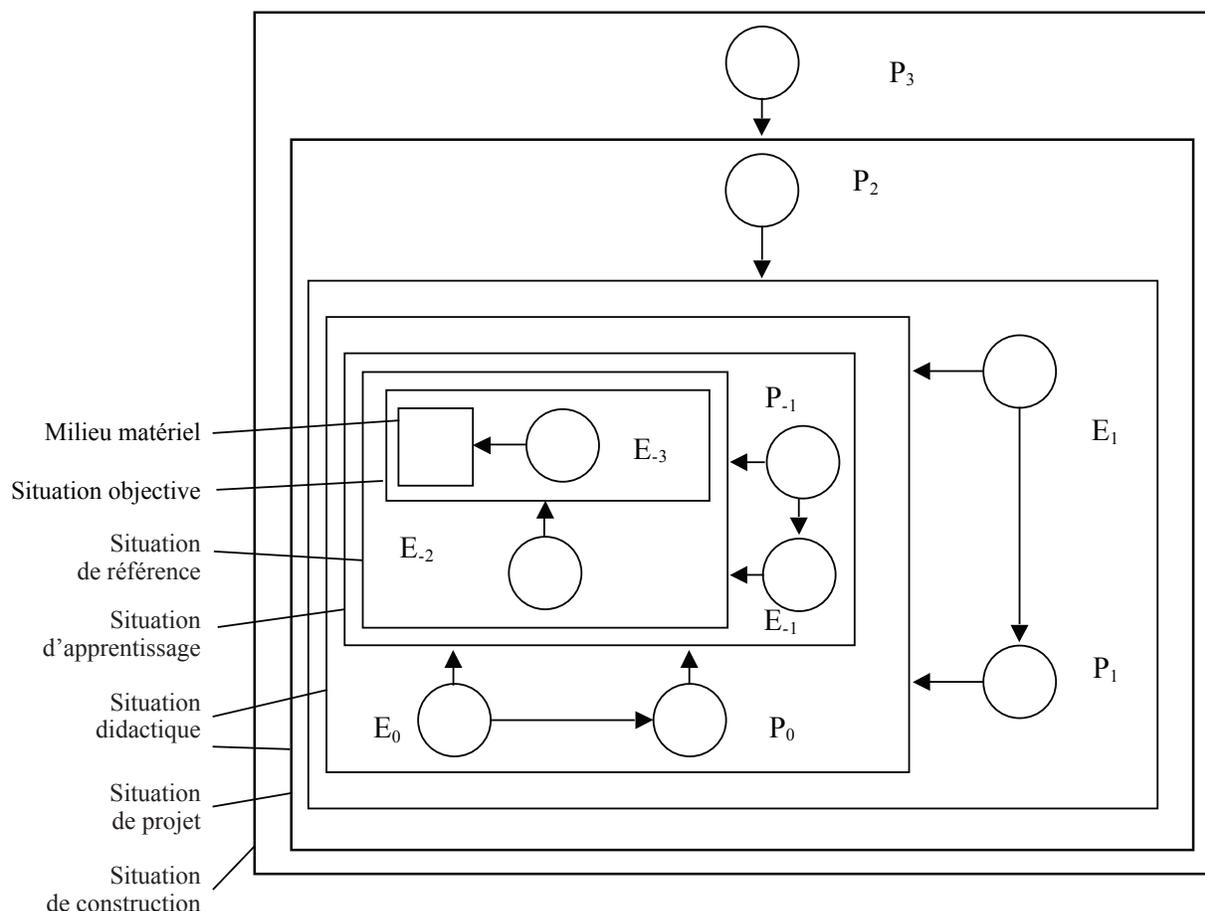
2. Un outil pour l'analyse des raisonnements des élèves dans la relation didactique : le schéma de structuration du milieu

2.1 *Le schéma de la structuration du milieu*

Guy Brousseau a présenté à l'école d'été 1986 le modèle suivant sous le titre « schéma de la structuration du milieu didactique » afin de modéliser la relation didactique et d'en prévoir les différents régimes de fonctionnement.

Ce modèle permet de

- combiner des systèmes interactifs pour faire apparaître deux rôles différenciés (celui de l'élève et celui du professeur) par leurs rapports réciproques et leur rapport au savoir ;
- étudier la compatibilité de leurs caractères respectifs.



Il faut remarquer que pour chacune des situations « emboîtées » (situation objective, situation de référence, situation d'apprentissage, situation didactique, situation de projet, situation de construction), les savoirs et les connaissances de l'enseignant et de l'enseigné sont différents, même lorsqu'il s'agit de la même notion mathématique.

L'utilisation de ce modèle devrait nous permettre

- lors de l'analyse a priori d'une séquence, de déterminer, pour chacune des situations emboîtées du schéma, les différentes formes de raisonnements susceptibles d'apparaître dans la relation didactique en regard des principaux objectifs de l'enseignant ;
- d'analyser a posteriori lors de la séquence « Le nombre le plus grand » les transformations des raisonnements produits par les élèves du point de vue de leur formulation compte tenu de leurs fonctions dans la relation didactique ainsi que l'usage qui est fait des raisonnements par l'enseignant et par les élèves.

L'analyse des fonctions didactiques du raisonnement et de ses éléments, la combinatoire s'articule autour des trois types de situations que sont : l'action, la formulation et la validation.

L'ensemble des moyens que le professeur pense pouvoir attendre des élèves, par suite de son enseignement, constitue ce que nous appellerons le répertoire didactique de la classe. Par conséquent

l'enseignant identifie un répertoire qu'il juge légitime d'utiliser dans la relation didactique compte tenu des institutionnalisations antérieures, afin de produire la solution ou la réponse attendue.

La modélisation du fonctionnement des connaissances du sujet par l'usage de son répertoire didactique conduit à spécifier les conditions de son utilisation en définissant trois composantes du répertoire didactique : le répertoire d'actions, le répertoire de formulations et le répertoire de validations.

2.2 Analyse des différentes formes et des différentes fonctions du raisonnement associées à chacun des niveaux du schéma

L'objet de notre étude est de prévoir, pour chacun des niveaux du schéma à quelles conditions les différentes actions des élèves peuvent être assimilées ou non à une forme de raisonnement. et de déterminer en effectuant l'analyse a posteriori de la séquence « le nombre le plus grand » les formes et les fonctions des raisonnements produits par les différents acteurs de la relation didactique.

Niveau (M-3) : l'acteur objectif et le milieu matériel



Quand le professeur prépare son cours, il organise la situation objective à savoir le milieu matériel et l'acteur objectif. L'acteur objectif, E_3 , effectue des actions non seulement formulables simplement, mais aussi culturellement repérées, pouvant être répertoriées et qui sont supposées connues puisqu'elles doivent lui être communiquées. Il s'agit donc d'algorithmes et de procédures précédemment institutionnalisés c'est-à-dire appartenant au répertoire didactique de la classe.

La situation objective, objet de notre étude, est fondée sur le problème de mathématiques proposé par Glaeser :

Soient cinq nombres naturels quelconques a, b, c, d, e .

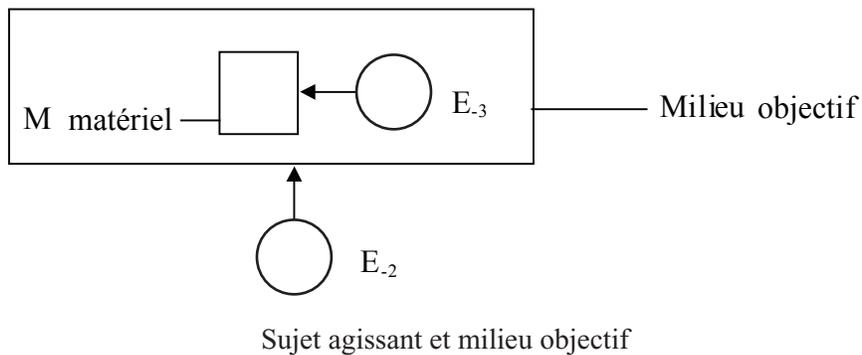
Quel est le nombre le plus grand que l'on peut obtenir à partir des quatre opérations élémentaires $\{+, -, \times, :\}$ appliquées à ces nombres qui ne seront pris dans le calcul qu'une seule fois, une même opération pouvant être utilisée plusieurs fois ?

La situation objective, dont le maître souhaite faire dévolution à ses élèves, est donc une situation de jeu. Le milieu matériel est constitué par les entiers naturels. Les connaissances du répertoire didactique, que les élèves vont devoir utiliser, relèvent des opérations sur les entiers et de leurs propriétés.

Niveau (M-2) : le sujet agissant et le milieu objectif

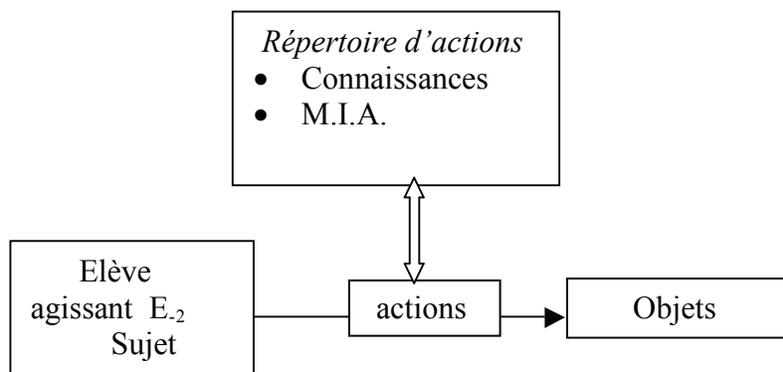
E_3 élève objectif; E_2 élève agissant ;

(M_3, E_3) définissent le milieu objectif pour E_2



Dans le cadre des règles, l'élève va, à l'aide de son répertoire de connaissances, établir une action, en général une action sur les objets. Ce qui motive l'action sur les objets c'est le répertoire des connaissances dont dispose l'élève.

Le schéma suivant modélise l'action du sujet agissant sur le milieu objectif.

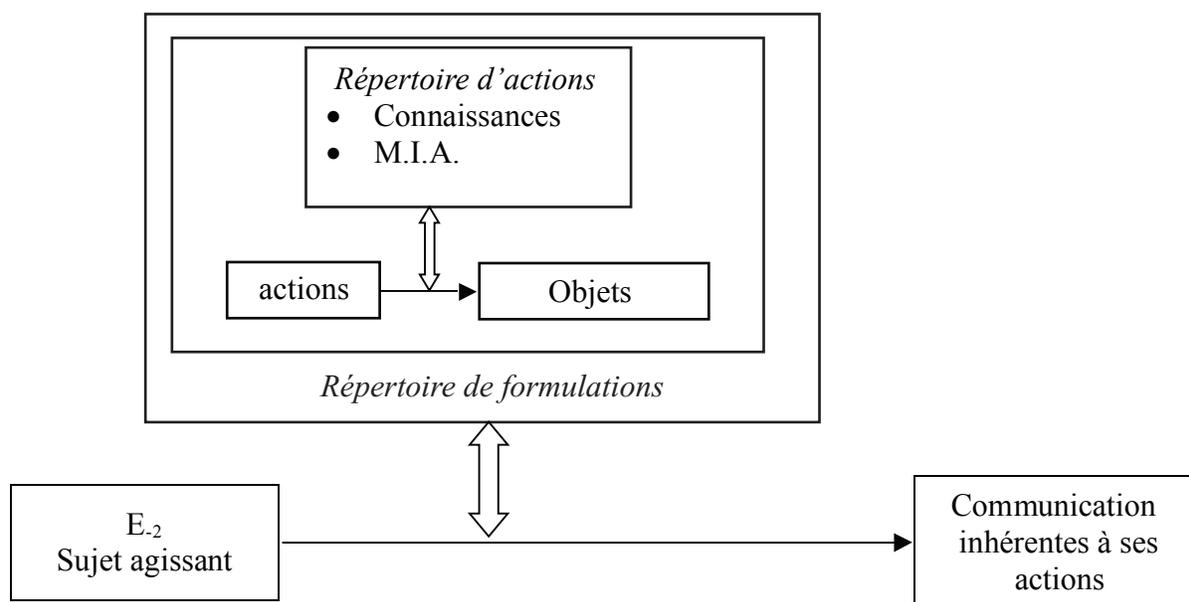


Modélisation de l'action du sujet sur le milieu objectif

Certaines actions du sujet sont entièrement déterminées par la situation : l'élève n'a pas réellement de choix à effectuer. Pour que l'élève ait le choix, il faut qu'il y ait plusieurs possibilités effectives, c'est-à-dire il faut pouvoir observer que, dans des conditions similaires, certains élèves font différemment. Il y a choix s'il y a plusieurs possibilités effectives.

Parmi les connaissances produites par les élèves, certaines d'entre elles ne découlent pas d'un raisonnement. En effet le choix de l'élève peut également être lié à un phénomène de reconnaissance, relevant dans les faits d'une familiarité avec les conditions et avec le choix qui lui est offert. Cette familiarité, liée à la répétition, traduit un phénomène de reproduction, l'élève simule l'apprentissage, il n'est pas conscient de son apprentissage.

On peut envisager à ce niveau (M-2) que le sujet effectue à la demande de l'enseignant une communication inhérente à ses actions c'est-à-dire aux actions sur les objets eux-mêmes.



Modélisation de la communication des actions du sujet agissant

Une communication inhérente aux actions des élèves vise à amener les élèves à prendre position relativement aux différentes procédures proposées. Cette prise de position nécessite de la part des élèves une capacité à analyser les productions en fonction de différents critères :

- la pertinence ;
- l'adéquation ;
- la complexité ;
- la consistance ;
- la validité.

Dans l'analyse de la séquence «Le nombre le plus grand», dont le déroulement des séances est présenté en Annexe 1, l'enseignant a pour objectif de faire dévolution aux élèves de la situation d'action, c'est-à-dire présenter les règles du jeu du «nombre le plus grand» et amener les élèves à formuler :

1. le nombre obtenu ;
2. la justification du programme d'actions qui lui est associé.

Lors de la phase de mise en commun (phase 4) les élèves doivent effectuer une communication inhérente à leur suite d'actions.

Les outils d'analyse explicités précédemment nous donnent la possibilité d'analyser la nature des déclarations des élèves : différents éléments nous amènent à considérer qu'il s'agit là de raisonnement :

- Les élèves sont confrontés à des choix concernant les nombres et les opérations qu'ils utilisent à chaque étape de leur programme d'actions.

- Chaque étape de la formulation de l'élève est en fait une assertion dont la validité par rapport au calcul, mais également par rapport aux règles du jeu, est débattue par les élèves. Il s'agit d'une dialectique de la validation.

La justification du nombre, donnée par la formulation des étapes du programme d'actions, est assimilable à une preuve: l'élève fait une conjecture (Avec ces cinq nombres, en respectant les règles je peux obtenir.) et pour démontrer la validité de sa conjecture, il va falloir qu'il en apporte la preuve.

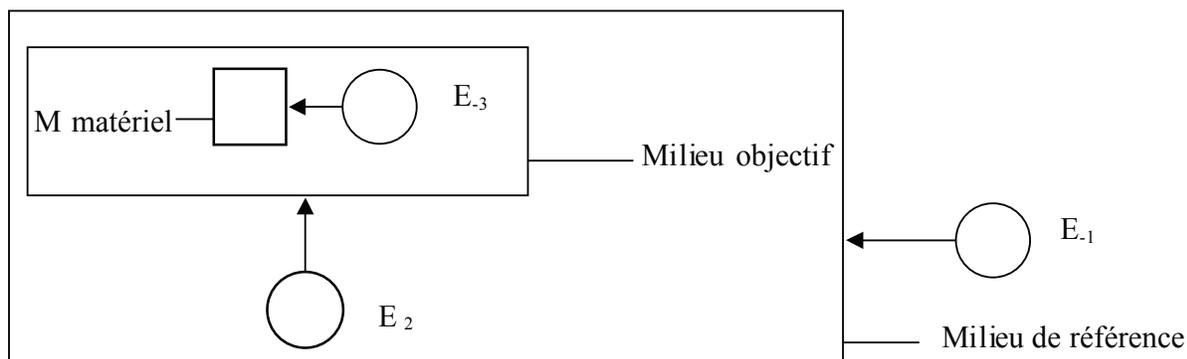
Niveau (M-1) – Le sujet apprenant et le milieu de référence

E_{-3} élève objectif;

E_{-2} élève agissant;

(M_{-3}, E_{-3}) définissent le milieu objectif;

(M_{-2}, E_{-2}) constitue le milieu de référence pour le sujet apprenant E_{-1} .



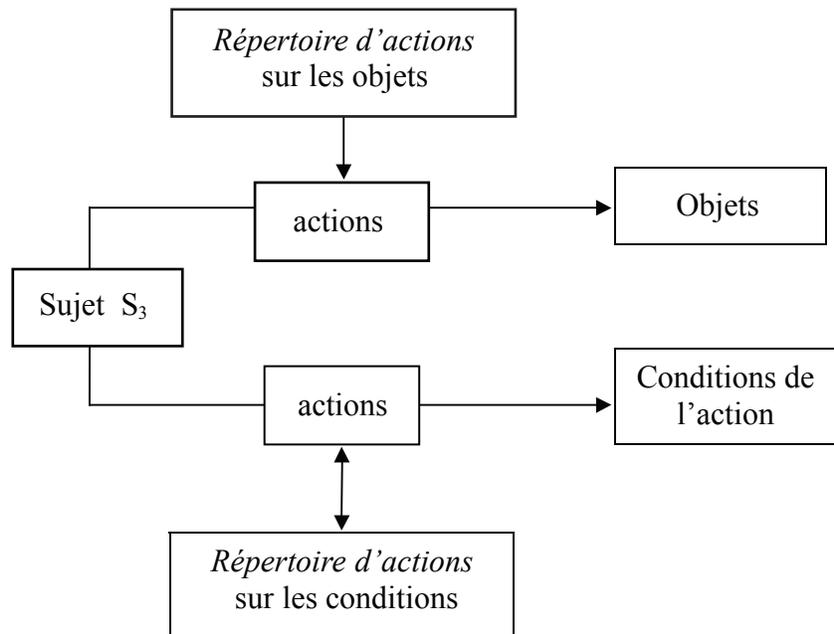
Le sujet apprenant et le milieu de référence

La situation vise à permettre au sujet apprenant, E_{-1} , d'analyser sa suite de décisions. Pour lui, les conditions font partie de son objet d'étude. Il a un répertoire de règles d'apprentissage, de connaissances, de savoirs.

Il va prendre en compte les objets, les règles mais également les conditions de son travail. Cette prise en considération par le sujet apprenant, de ses actions sur les objets en regard des conditions se situe à un deuxième niveau par rapport à l'analyse de ses actions sur les objets.

Elle est déterminante en ce qui concerne le rapport du sujet à la situation.

Nous allons essayer de modéliser les différentes formes d'actions du sujet apprenant, en proposant le schéma suivant.



Modélisation des différentes formes d'actions du sujet apprenant

Le sujet apprenant est amené à produire deux types d'actions qu'il convient de distinguer :

- d'une part, une action sur les objets ;
- d'autre part, une action sur les conditions de l'action, c'est-à-dire que l'élève est amené à envisager une modification des conditions dans lesquelles il va utiliser les objets.

Ce qui fait fonctionner cet outil d'analyse, c'est le fait que l'on traduise les situations en termes de conditions.

Le sujet apprenant peut, dans certaines conditions, être amené à produire un programme d'actions finalisé détachable des conditions défini ainsi :

Le programme d'actions finalisé, établi par un élève, est détachable des conditions (non pertinentes) lorsque l'élève est capable de le simuler c'est-à-dire de simuler son fonctionnement dans une situation où justement il n'y a pas de feed-back.

Par exemple la formulation, dans le cas général et non plus dans un cas particulier, d'un programme d'actions finalisé exige, dans une certaine mesure, une transformation des programmes d'actions établis dans des cas particuliers en programme détachable des conditions.

Dans ce cas le sujet a produit un raisonnement ; de plus il a pris conscience des conditions de fonctionnement des connaissances sur lesquelles s'appuie son raisonnement.

Analyse de la situation de formulation lors de la séquence « le nombre le plus grand »

L'enseignant souhaite faire dévolution de la situation de formulation afin que les élèves s'engagent dans l'écriture d'une méthode assimilable à un programme d'action finalisé détachable des

conditions c'est-à-dire utilisable pour obtenir le nombre le plus grand quelle que soit la suite de 5 nombres proposée.

Le sujet apprenant va devoir prendre en compte les objets, les règles mais également les conditions dans lesquelles les élèves ont produit chacun des programmes d'actions. Pour produire, à l'aide de ses connaissances, un moyen de comprendre, l'élève apprenant fait une action sur les connaissances mais aussi une action sur lui-même.

Cette prise en considération par le sujet apprenant, de ses actions sur les objets en regard des conditions se situe à un deuxième niveau par rapport à l'analyse de ses actions sur les objets nécessaire à la communication de son programme d'actions (phases 4 et 8).

L'objectif est de faire produire aux élèves un programme d'actions détachable des conditions dont le domaine de validité soit le plus étendu possible.

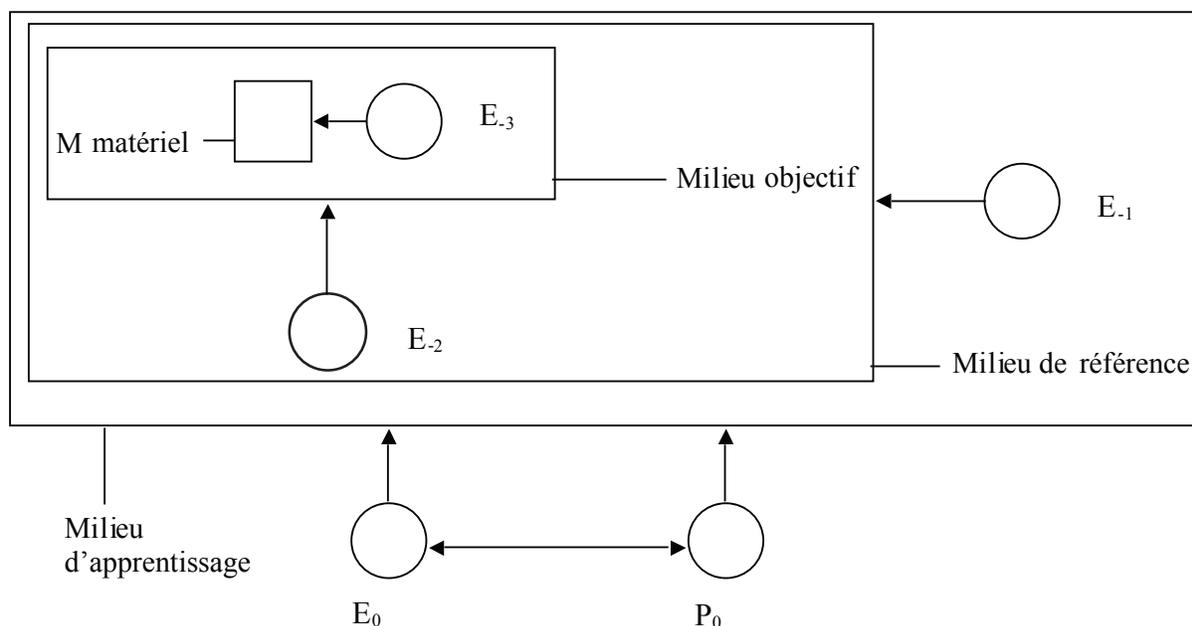
Le répertoire d'objets d'un sujet est constitué de noms d'objets, dans le cas de l'écriture de la « méthode » l'une des difficultés c'est précisément la désignation des nombres dans le cas général.

Les élèves peuvent faire référence à

1. l'ordre dans lequel les nombres ont été donnés ;
2. leur rang (le plus grand, le plus petit) en référence à la bande numérique (suite ordonnée des entiers naturels).

La phase de formulation des méthodes vise effectivement à permettre aux élèves une prise de position sur l'action et donc une prise de conscience des décisions sur lesquelles reposent leurs actions. Ceci afin que les élèves puissent produire des procédures dont la validité pourra être mise en débat.

Niveau (M0) – L'élève et la situation d'apprentissage



Le niveau (M0) est celui des assertions

Au niveau précédent, (M-1), nous étions au niveau des relations mathématiques, la vérité était évidente, la relation était vraie ou fausse mais il n'y avait pas de jugement.

L'autre arrive avec une culture, avec des exigences qui ne sont pas celles de la situation. Par conséquent à ce niveau, l'action est remplacée par des déclarations sur des variables, il s'agit de déclarations sur les rapports aux connaissances.

L'élève est susceptible de produire une procédure au sens suivant.

C'est un programme d'actions finalisé détachables des conditions tel que le sujet peut le relier à son champ de pertinence et d'adéquation. Le champ de pertinence et d'adéquation du programme sont les connaissances des conditions dans lesquelles son usage s'avère pertinent et adéquat.

La prise de conscience par le sujet du domaine de validité du raisonnement produit, permet d'envisager l'usage de ce dernier dans des situations d'argumentation et de preuve.

À quelles conditions les raisonnements produits par les élèves en situation d'actions ou de formulation peuvent-ils être utilisés par les élèves dans des situations de preuve ?

Le fait de formuler ces raisonnements est une condition nécessaire mais ce n'est pas une condition suffisante. Guy Brousseau montre que la formulation ne renforce pas la connaissance et la conviction des élèves.

Présentation d'un élément d'analyse de la situation de validation de la séquence «Le nombre le plus grand»

Méthodes proposées et écrites au tableau à l'issue de la phase 3 de la séance 2 (annexe 1).

Méthode 2 (Jérémy, Aline, Mélanie, Sylvain) – On multiplie tous les nombres entre eux dans n'importe quel ordre sauf avec le 0 et le 1 on fait plus.

Méthode 3 (groupe d'Anne) – On multiplie tous les nombres entre eux sauf quand il y a un ou plusieurs 1, on l'additionne ou on les additionne avec le nombre le plus grand et on multiplie tout après.

Méthode 1 (proposée à la séance 1 – «Aline et les douze») – On multiplie tous les nombres entre eux.

La méthode 1 a été produite à l'issue de la séance 1 ; l'enseignante conserve son écriture au tableau. À l'issue de la phase de présentation des méthodes (séance 2, phase 4), l'enseignante propose une phase de jeu.

Phase 5 – Phase de jeu. (5-2-4-0-3)

L'enseignante met les élèves en situation de jeu de manière à ce qu'ils éprouvent les différentes méthodes et qu'ils débattent de la validité des méthodes 1, 2 et 3. La suite de nombres qu'elle leur propose contient un «0».

Les objectifs de cette phase de jeu (phase 5) sont :

- Permettre aux élèves de se familiariser avec les méthodes proposées plus précisément faire le lien entre la formulation d'une méthode et son usage (identifier, au travers du programme d'actions mis en œuvre, la « méthode » correspondante sous réserve qu'elle ait été institutionnalisée précédemment).
- Faire prendre conscience aux élèves, par l'expérimentation sur une suite donnée, de la non-validité de certaines méthodes (elles ne permettent pas de produire le nombre le plus grand).
- Introduire une nouvelle notion en mathématique : le contre-exemple ; en établissant que pour la suite donnée (5-2-4-0-3) la méthode d'Aline et les douze ne permet pas d'obtenir le nombre le plus grand (présentée comme un « exemple » qui « démolit le théorème d'Aline et les douze »).
- Faire prendre conscience à certains élèves du fait que leur méthode ne prend pas en compte les suites de nombres qui contiennent un 0. Et par conséquent qu'il est nécessaire de réfléchir à l'élaboration et à l'écriture d'une nouvelle méthode (qui permette de traiter les cas où la suite comporte un ou plusieurs 0).

Conclusion

Les enjeux didactiques de cette séquence étaient :

1. De permettre aux élèves de pratiquer le raisonnement, c'est-à-dire

- de faire produire aux élèves des raisonnements, dans des conditions qui le justifient véritablement (et non artificiellement) ;
- de mettre en place des situations telles que l'élève puisse se rendre compte par lui-même de la validité ou de la non-validité, de l'intérêt, de l'adéquation ou de l'inadéquation de son raisonnement et ainsi de parvenir à progresser dans la pratique du raisonnement.

2. De faire découvrir aux élèves ce qu'est « faire des mathématiques ».

L'analyse de la séquence a montré que les élèves ont produit de nombreux raisonnements dans des fonctions très diverses telles que :

- prendre des décisions afin de produire une réponse et justifier la validité de celle-ci (le jeu du nombre le plus grand) ;
- élaborer et écrire une méthode « générale » (situation de formulation individuelle « le concours de propositions » séance 1) ;
- argumenter et débattre de la validité et de la pertinence des méthodes (rédigées lors de la séance 1) de manière à formuler une méthode qui soit la plus complète possible (c'est-à-dire qui intègre les cas particuliers) « le concours de propositions ») situation a-didactique de formulation ;
- débattre de la validité des procédures, apporter la preuve de la non-validité d'une méthode par la production d'un contre-exemple ;
- apporter la preuve de la validité et de l'intérêt d'une nouvelle méthode.

Les conditions qui définissent les situations ont permis aux élèves de se rendre par eux-mêmes, suite aux rétroactions ou aux interactions avec leurs pairs de :

- la validité ou la non validité ;
- la pertinence ou de la non pertinence ;
- l'adéquation ou de l'inadéquation ;
- l'intérêt (lié au domaine de validité) des raisonnements qu'ils ont produits.

Cette séquence a donc permis aux élèves de pratiquer le raisonnement et d'en percevoir la « portée » au travers de leurs différentes fonctions notamment prendre des décisions, produire une réponse, argumenter de la validité ou de la pertinence d'une déclaration, organiser leur travail personnel ou collectif, élaborer une procédure.

Références

- BROUSSEAU, G. (1986) Fondements et méthodes de la Didactique des Mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), Grenoble : Édition La Pensée Sauvage, 33-115.
- BROUSSEAU, G. (1988) La relation didactique : le milieu. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9(3), Grenoble : Édition La Pensée Sauvage, 309-336.
- BROUSSEAU, G. (1989) Le contrat didactique : le milieu. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Grenoble : Édition La Pensée Sauvage.
- BROUSSEAU G. (1997) Théorie des situations didactiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, La pensée sauvage édition.
- BROUSSEAU G. (1988) *Les différents rôles du maître*, IREM Bordeaux, texte d'une conférence prononcée à l'UQAM.
- BROUSSEAU G., CENTENO J. (1991) Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 11(2.3), Grenoble : Édition La Pensée Sauvage, 167-210.
- BROUSSEAU G., GIBEL P. (2002) *Influence des conditions didactiques sur l'apparition, l'usage et l'apprentissage des raisonnements en classe*, Acte du séminaire national de didactique des mathématiques, ARDM et IREM Paris 7.
- *G BROUSSEAU, P. GIBEL (2005) « *Didactical Handling of Students' Reasoning Processes in Problem Solving Situations* », 59, Educational Studies in Mathematics, KLUWER, 13-58.
- COULTARD, SINCLAIR (1975) *Towards an analysis of discours, the english used by teachers*, Oxford University Press.
- DOUADY R. (1986) Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en didactiques des mathématiques*, 7(2).
- DUVAL R. (?) *Sémiosis et pensée humaine ; Registres sémiotiques et pensée humaine*, Ed. Peter Lang.
- DUVAL R. (1990) Pour une approche cognitive de l'argumentation. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* (3).
- DUVAL R. (1991) Structure du raisonnement déductif et apprentissage de la démonstration. *Educational Studies in Mathematics*, 22.
- DUVAL R. (1993) Argumenter, démontrer, expliquer : continuité ou rupture cognitive, *Petit x* n° 31.

- DURAND-GUERRIER V. (1996) *Logique et raisonnement mathématique. Défense et illustration de la pertinence du calcul des prédicats pour une approche didactique des difficultés liées à l'implication*, Thèse soutenue à l'Université Claude Bernard, Lyon 1.
- GIBEL P., (2004) *Fonctions et statuts des différentes formes de raisonnements dans la relation didactique en classe de mathématiques à l'école primaire*. Thèse de Doctorat, soutenue à l'Université de Bordeaux 2.
- MARGOLINAS C. (1989) *Le point de vue de la validation : essai d'analyse et de synthèse en didactique des mathématiques*, Thèse soutenue à l'Université Joseph Fourier, Grenoble.
- MARGOLINAS C. (1993) *De l'importance du vrai et du faux dans la classe de mathématiques*, Grenoble : La Pensée Sauvage.
- MARGOLINAS C., (1998) *Étude de situations didactiques « ordinaires » à l'aide du concept de milieu : détermination d'une situation du professeur*, Actes de la 8^e École d'été de Didactique des Mathématiques.
- MARGOLINAS C. et STEINBRING, H. (1994) *Double analyse d'un épisode : cercle épistémologique et structuration du milieu. Vingt ans de Didactique des Mathématiques en France*, Grenoble : La Pensée Sauvage, 240-257.
- OLERON P. (1977) *Le raisonnement*, Presses Universitaires de France.

Pour joindre l'auteur

Patrick Gibel
I.U.F.M d'Aquitaine
Antenne de Pau
44 Boulevard J. Sarrailh
64000 Pau, France
patrick.gibel@aquitaine.iufm.fr

Annexe

Les différentes phases de la séance 1	Les différentes phases de la séance 2
Phase 1 : Dévolution du jeu. (premier jeu 3-8-7-5-4)	Phase 1 : Consigne relative au concours de propositions.
Phase 2 : Informations complémentaires.	Phase 2 : Recherche en groupe.
Phase 3 : Recherche individuelle.	Phase 3 : Mise en commun. Explicitation des méthodes (M1, M2, M3).
Phase 4 : Mise en commun. Établissement des résultats Désignation des gagnants.	Phase 4 : Débat relatif aux méthodes.
Phase 5 : Comparaison de méthodes.	Phase 5 : Phase de jeu. (5-2-4-0-3)
Phase 6 : Consigne. (deuxième jeu 7-3-2-5-8)	Phase 6 : Présentation des résultats obtenus à partir des méthodes.
Phase 7 : Recherche individuelle.	Phase 7 : Proposition d'une nouvelle méthode (par le groupe d'Anne M'3).
Phase 8 : Mise en commun. Exposition des résultats. Désignation des gagnants.	Phase 8 : Phase de jeu (8-1-3-0-0).
Phase 9 : Consigne relative au concours de propositions.	Phase 9 : Présentation des résultats obtenus à partir des méthodes.
Phase 10 : Recherche.	Phase 10 : Proposition d'une nouvelle méthode (par le groupe d'Aline M4)
Phase 11 : Regroupement. Formulation des propositions. Débat relatif aux propositions.	Phase 11 : Recherche d'un contre-exemple à la méthode d'Aline.
Phase 11 : Phase de jeu (2-5-3-2-4)	Phase 12 : Propositions de contre-exemples à la méthode d'Aline. Débats relatifs à la validité des contre-exemples.
Phase 12 : Présentation des résultats.	Phase 13 : Proposition d'une nouvelle méthode (par le groupe d'Anne M5).
	Phase 14 : Phase de jeu (7-0-4-3-1).
	Phase 15 : Présentation des résultats.
	Phase 16 : Recherche d'un contre-exemple à la méthode d'Anne.
	Phase 17 : Proposition faite par Hélène d'un contre-exemple1 (8-1-1-1-0) à la méthode d'Anne.

Les différentes phases de la séance 3

- Phase 1 : Mise en commun des résultats suite à la série proposée par Hélène (8-1-1-1-0)
(comme contre-exemple à la méthode d'Anne)
- Phase 2 : Débat relatif au statut de la proposition d'Hélène.
- Phase 3 : Présentation par la maîtresse d'une série de nombres (1-1-1-1-1) permettant de produire un contre-exemple à la méthode d'Anne.
- Phase 4 : Recherche de la méthode correspondante.
- Phase 5 : Présentation des méthodes. Explicitation du contre-exemple.
- Phase 5 : Phase de jeu. (1-1-1-1-9)
- Phase 6 : Présentation des résultats obtenus à partir des méthodes.
- Phase 7 : Recherche d'autres contre-exemples à la méthode d'Anne.
- Phase 8 : Phase de rédaction (individuelle) d'une méthode.

3 Le statut de contre-exemple à la méthode d'Anne n'est pas établi à l'issue de la séance