L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés

Actes du colloque emf 2006

Un cadre théorique pour étudier la rationalité dans les programmes de mathématiques du collège français : entre nécessité et plausibilité

Richard Cabassut, *IUFM d'Alsace, DIDIREM, Université Paris 7, France*

Résumé

Nous proposons à la suite de Toulmin un cadre théorique qui permet de distinguer dans les raisonnements de validation de l'enseignement des mathématiques, arguments de nécessité et arguments de plausibilité. Le recours à tel type d'argument dépend non seulement du fait qu'il soit mobilisable, mais également des fonctions que l'on va assigner à la validation. L'examen des programmes actuels du collège français (début de l'école secondaire : élèves âgés de 11 ans à 15 ans) montre le recours aux deux types d'arguments. La rationalité mathématique se trouve alors mêlée à d'autres rationalités dans un contexte ambigu : d'une part, un argument de plausibilité en mathématique peut devenir un argument de nécessité dans un autre type de rationalité, d'autre part, dans une même validation on aura recours à des arguments qui réfèrent à des conceptions différentes de la vérité. L'étude des programmes montre la difficulté à lever l'ambiguïté du contexte lorsque différentes fonctions sont assignées aux validations de l'enseignement des mathématiques.

1 Cadre théorique

1.1 Le raisonnement de validation

Nous distinguerons deux types de raisonnement. Le premier type de raisonnement qui ne vise pas la connaissance de la vérité d'une proposition : il vise la connaissance d'une proposition suivant certains critères de bien, de beau, de souhaitable ou autres, mais qui ne sont pas des critères de vérité. Le second type de raisonnement, que nous appellerons raisonnement de validation, vise à établir la connaissance de la vérité d'une proposition ; cette vérité peut être certaine, nécessaire, probable, plausible… C'est ce dernier type de raisonnement que nous allons étudier dans les programmes car il est mis en œuvre lors de la validation des résultats de cours. Nous considérons à la suite des travaux de Toulmin [1958] :

- Un argument (de validation), c'est-à-dire un raisonnement élémentaire qui, à partir de propositions appelées données, acquises ou admises comme vraies (certainement ou plausiblement), infère par une règle de validation, la connaissance de la vérité (certaine ou plausible) d'une proposition appelée conclusion ; un argument peut être décrit par le triplet (données, règle de validation, conclusion).
- Deux catégories d'arguments : les arguments de nécessité, à l'issue desquels la conclusion est nécessairement ou certainement vraie et les arguments de plausibilité à l'issue desquels la conclusion est plausible.

- Un raisonnement de validation qui est constitué par une séquence linéaire d'arguments (de validation), dans lesquels les données d'un argument correspondent soit à des données initiales, soit à une conclusion d'un précédent argument.

Lorsque dans une validation, la vérité de la conclusion est nécessaire/certaine, nous appellerons le raisonnement de validation une preuve ou une démonstration ; lorsqu'elle est plus ou moins plausible nous l'appellerons argumentation.

1.1 Le recours à des expériences ou à des actions

Une des difficultés est que le raisonnement peut s'exercer sur des faits, des actions, des expériences. On pourrait penser que le recours à une action, par exemple une observation ou une manipulation, nous éloigne des opérations discursives qui caractérisent la définition que nous avons donnée du raisonnement. S'il n'y a pas production d'un discours, alors nous ne pourrons pas parler de raisonnement de validation. Pour avoir un raisonnement de validation, il faut donc un discours, exprimé dans une langue naturelle ou spécialisée (par exemple, formelle), avec des règles d'inférence (pas toujours énoncées explicitement mais que l'on pourra faire expliciter par l'énonciateur s'il est présent), pouvant éventuellement prendre appui sur une observation ou une manipulation. Le terme de « démonstration » est souvent réservé aux preuves abstraites ou formelles, comme par exemple les preuves mathématiques. Si la validation nécessite une réalisation matérielle (preuve pragmatique), une vérification des conséquences (preuve expérimentale) ou se base sur la perception (preuve visuelle) ou sur le contenu et non la forme d'une proposition supposée vraie (preuve sémantique) on préfère souvent le terme de « preuve » à celui de « démonstration ».

1.3 Différentes conceptions de la vérité

Différentes théories philosophiques ou scientifiques proposent des conceptions variées de la vérité, de l'adéquation d'une proposition avec le fait qu'elle décrit, jusqu'à la non contradiction de la proposition avec le système formel ambiant. Par exemple, on pourrait considérer que, dans les institutions respectivement mathématiques, de sciences expérimentales ou de la « vie quotidienne », les inspirations respectivement logicistes, empiristes ou pragmatistes de la vérité dominent.

1.4 Fonctions de la validation

Nous proposons les différentes fonctions d'une validation, inspirées des travaux de [De Villiers 1990 ; Hanna 2000].

Fonction	**Description**
vérification (preuve ou plausibilité)	valider la nécessité ou la plausibilité de la vérité d'une proposition
explication	fournir un aperçu de pourquoi la proposition est vraie
systématisation (incorporation)	organiser des connaissances en système déductif, incorporer des connaissances nouvelles, utiliser des connaissances anciennes
découverte	découverte, invention, préparation, production de nouveaux résultats
communication	transmission des connaissances

2 Les programmes du collège

Ces programmes et leurs documents d'accompagnement [Ministère 2002], mis en place en 1996 au collège, sont les programmes actuellement en cours, à l'exception de la classe de sixième où de nouveaux programmes, que nous n'avons pas pris en compte, ont été introduits en 2005-2006.

2.1 La méthodologie

La sélection des extraits de programmes ou documents d'accompagnement a été conduite selon la procédure suivante :

- Par une recherche des occurrences contenant des extraits de mots ayant un éventuel rapport avec la validation : « démon » (permettant de repérer démontrer, démonstration,…), « argument », « preuve », « prouv » ; « justif », « raison », « plausib » ; pour chacune de ces occurrences on a relevé les différentes informations (sur argument, preuve, fonction de la validation,…) qui renseignent les différentes typologies du cadre théorique (types d'arguments, de preuves, de fonctions, de conceptions de la vérité…).
- Par une lecture systématique des textes de programmes ou des documents d'accompagnement en repérant les différentes informations (sur argument, preuve, fonction de la validation…) qui renseignent les différentes typologies précédentes. Par rapport à la recherche précédente d'occurrences, on peut relever des informations implicites sans que des occurrences explicites des termes précédents ne soient apparues.
- Par une lecture diachronique des programmes (depuis 1968) qui permet d'observer dans les changements de programmes quelles informations disparaissent ou apparaissent, lesquelles deviennent implicites ou explicites ;
- Par une lecture comparative des programmes : nous avons comparé les programmes du collège-lycée français à ceux du Gymnasium de Bade-Würtemberg, ce qui permet de mettre en valeur les similarités et les singularités de chaque programme.

Le caractère limité de cette contribution nous oblige à ne pas évoquer les informations liées aux deux dernières approches (diachronique et comparative) qui sont détaillées dans [Cabassut 2005].

Dans cette contribution nous suivons le développement chronologique des programmes de la sixième (11 ans) à la troisième (15 ans).

2.2 En classe de sixième

« L'apprentissage progressif de la démonstration [p. 15] » est désigné explicitement comme objet d'apprentissage. La formulation de conjecture, l'expérimentation et l'argumentation sont également évoquées comme composantes de l'activité mathématique. La rationalité mathématique mobilise donc des arguments de plausibilité dans les phases d'élaboration de conjecture ou heuristique. La rationalité de la vie sociale est évoquée implicitement dans la formation du futur citoyen.

« Au collège […] leur emploi [des techniques mathématiques élémentaires] dans la prévision et l'aide à la décision est précieux dans de multiples circonstances, de la gestion familiale à l'activité professionnelle [p. 16] ». Les techniques mathématiques sont des aides dans la prévision et dans l'aide à la décision, c'est-à-dire dans deux activités de la vie sociale où c'est plus l'argumentation que la démonstration qui permet de prévoir ou de décider. « Les mathématiques participent à l'enrichissement de l'emploi de la langue par les élèves, en particulier par la pratique de l'argumentation [p. 16] ». La fonction de communication de la validation est donc signalée.

Les travaux géométriques permettent de « passer de l'identification perceptive (la reconnaissance par la vue) de figures et de configurations à leur caractérisation par des propriétés » et de « « prendre contact » avec des théorèmes et apprendre à les utiliser » [p. 16]. On voit donc le passage d'arguments visuels (dans une pratique sociale de l'observation) à des arguments mathématiques de nécessité évoqués dans la caractérisation par les propriétés et dans l'application des théorèmes.

« Les travaux géométriques permettent aussi la mise en place de courtes séquences déductives s'appuyant, par exemple, sur la définition du cercle et les propriétés d'orthogonalité et de parallélisme. On prendra garde, à ce sujet, de ne pas demander aux élèves de prouver des propriétés perçues comme évidentes [p. 21] ». On voit apparaître les premières technologies mathématiques s'appuyant sur le cercle, l'orthogonalité et le parallélisme. Dans la mise en garde, on voit que les propriétés perçues comme évidentes (par exemple par des arguments visuels) ne doivent pas être prouvées par des arguments mathématiques. On songe aux propriétés liées aux axiomes d'ordre de la géométrie, qui sont bien souvent lues sur le dessin. On utilise donc des arguments visuels, qui ne sont pas mathématiques, lorsque les arguments mathématiques ne sont pas mobilisables ou paraissent d'une utilisation coûteuse par rapport à l'évidence qu'ils valideraient.

« On pourra faire déterminer des aires à l'aide, soit de reports, de décompositions, de découpages et de recollements, soit de quadrillage et d'encadrements. Ces travaux permettront de retenir sous forme d'images mentales, le passage du rectangle au triangle rectangle ou au parallélogramme, et de mettre en place des calculs sur les aires à partir de l'aire du rectangle [p. 22] ». Des techniques pragmatiques sont autorisées, avec des manipulations et des observations sur des représentants particuliers. Le recours aux images mentales rappelle l'expérience mentale de [Balacheff 1999]. « L'usage d'outils informatiques (logiciels de géométrie dans l'espace…) peut permettre de mieux visualiser les différentes représentations d'un objet [p. 22] ». Ce recours à l'outil informatique permet également d'élargir les technologies pragmatiques basées sur la perception visuelle.

« L'effort portera sur un travail expérimental (pliage, papier-calque) permettant d'obtenir un inventaire abondant des figures à partir desquelles se dégagent de façon progressive les propriétés conservées par la symétrie axiale [p. 23] ». On continue donc à utiliser des arguments pragmatiques. Cependant il existe des arguments mathématiques basés par exemple sur la symétrie axiale conduisant à « la mise en évidence de la conservation des distances, de l'alignement, des angles et des aires [p. 23] ». Comme arguments mathématiques, on utilise aussi la reconnaissance de configurations de référence, comme les parallélogrammes, les figures à axe de symétrie (triangle isocèle, rectangle, losange, médiatrice, bissectrice,…) conduisant à « l'énoncé et l'utilisation de propriétés caractéristiques des figures précédentes. On veillera à toujours formuler ces propriétés à l'aide de deux énoncés séparés [p. 23] ». Il y a donc une contrainte didactique : le recours aux techniques de raisonnement par équivalence est à éviter au profit de d'un raisonnement conditionnel et de son réciproque. On peut émettre l'hypothèse que cette technique est jugée trop difficile à acquérir pour cette classe.

Le document d'accompagnement du programme de sixième comprend un paragraphe intitulé « autour du raisonnement (déduction, argumentation…) » qui précise : « Entre une géométrie d'observation et une géométrie de déduction, il est nécessaire de développer des apprentissages qui initient les élèves à la démonstration. Dans une géométrie d'observation, les figures ne sont pas porteuses d'informations clairement annoncées et les observations résultent de la perception visuelle. Dans une géométrie déductive, c'est à partir d'informations explicitées (les hypothèses) et des propriétés apprises qu'il s'agit de prouver des conséquences qui n'étaient pas annoncées au départ. [p. 32] ».

On voit clairement que l'on se situe entre une « géométrie d'observation » et une « géométrie déductive », qui rappelle la classification de [Parzysz 2003, 111] qui distingue validations perceptives et validations déductives. Il y aura passage progressif des arguments pragmatiques de validation à des arguments mathématiques de démonstration. Le traitement des situations où les propriétés sont perçues comme évidentes reste problématique. La théorie didactique propose de procéder par « îlots déductifs » [p. 32].

2.3 Au cycle central (cinquième et quatrième)

« Les études expérimentales (calculs numériques, avec ou sans calculatrices, mesures, représentations à l'aide d'instruments de dessin, etc.) permettent d'émettre des conjectures et donnent du sens aux définitions et aux théorèmes. Elles ont donc toute leur place dans la formation scientifique des élèves. On veillera toutefois à ce que les élèves ne les confondent avec des démonstrations : par exemple, pour tout résultat mathématique énoncé, on précisera explicitement qu'il est admis lorsqu'il n'a pas été démontré [p. 41] ». Il est clairement demandé de distinguer les arguments de plausibilité des arguments de nécessité sans toutefois proposer ici une solution au problème des propriétés perçues comme évidentes ; il est proposé un contrat distinguant explicitement ce qui est admis de ce qui est démontré.

« Il s'agit, en poursuivant l'initiation très progressive au raisonnement déductif commencée en sixième, de passer de l'utilisation consciente d'une propriété mathématique au cours de l'étude d'une situation à l'élaboration complète d'une démarche déductive dans des cas simples […]. Le programme de cycle central du collège a pour objectif de permettre […] l'apprentissage progressif de la démonstration [p. 41-42] » La démonstration est clairement un objet d'enseignement du collège.

En géométrie, « En classe de cinquième, l'étude des figures planes se poursuit. Un nouvel outil, la symétrie centrale, permet d'enrichir et de réorganiser les connaissances sur les figures, dont certaines propriétés pourront être démontrées ; le parallélogramme est une figure fondamentale du programme. Dans l'espace, les études expérimentales s'amplifient ; elles fournissent un terrain pour dégager quelques propriétés élémentaires du parallélisme et de l'orthogonalité [p. 43] ». De nouvelles technologies mathématiques sont mobilisables avec la symétrie dans un cadre de théorie locale où seulement certaines propriétés sont démontrées. Les techniques pragmatiques sont utilisées dans l'espace.

« Les diverses activités de géométrie habitueront les élèves à expérimenter et à conjecturer, et permettront progressivement de s'entraîner à des justifications au moyen de courtes séquences déductives mettant en œuvre les outils du programme et ceux déjà acquis en sixième, notamment la symétrie axiale. Il importe de faire peu à peu percevoir aux élèves ce qu'est l'activité mathématique, tout en veillant à ne pas leur demander de prouver des propriétés perçues comme évidentes [p. 43] ». On travaille ici la fonction de systématisation à l'ordre local. Des technologies mathématiques pour le calcul des aires et volumes (parallélépipède rectangle, cylindre de révolution) prolongent le travail commencé en sixième. On propose de nouvelles technologies mathématiques reposant sur la symétrie centrale ou sur la caractérisation angulaire du parallélisme.

« Le travail entrepris sur le parallélogramme et la symétrie centrale aboutit à des énoncés précis que les élèves doivent connaître. Des séquences déductives pourront s'appuyer sur ces énoncés [p. 44] ». Par exemple, « la symétrie centrale ou la caractérisation angulaire du parallélisme qui en découle permettent de démontrer que la somme des angles d'un triangle est égale à 180 degrés [p. 45] ». Ou encore, « la caractérisation de la médiatrice d'un segment à l'aide de l'équidistance a déjà été rencontrée en sixième. Elle permet de démontrer que les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes et justifie la construction d'un cercle circonscrit à un triangle [p. 45] ». On est bien dans le cas d'îlots déductifs.

En géométrie, en quatrième, trois nouvelles configurations de référence enrichissent les technologies mathématiques : « celle de triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes. À ce nouvel outil et à ceux des classes antérieures s'ajoutent le théorème de Pythagore et la translation. Ces enrichissements doivent favoriser le développement des capacités de découverte et de démonstration [p. 51] ». On voit donc évoquée la fonction de découverte et la fonction de systématisation (pour démontrer de nouveaux résultats).

Il faut « connaître et utiliser les théorèmes […] relatifs aux milieux des côtés d'un triangle […] La symétrie centrale et les propriétés caractéristiques du parallélogramme permettent de démontrer ces théorèmes [p. 51] ». Il faut « connaître et utiliser la proportionnalité des longueurs pour les côtés de deux triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes […] L'égalité des trois rapports sera admise après d'éventuelles études dans des cas particuliers [p. 51] ». Ici on admet la démonstration (argument d'autorité) après avoir éventuellement vérifié sur des cas particuliers (argument d'induction).

« L'inégalité triangulaire et la symétrie axiale, vues en cinquième, permettent de démontrer le résultat relatif à la distance d'un point à une droite, lequel peut aussi être relié au théorème de Pythagore [p. 52] » : on donne ici des indications de technologies mathématiques mobilisables.

« La translation est définie à partir du parallélogramme. Elle pourra donner lieu à des manipulations expérimentales, notamment sur les quadrillages. On pourra ainsi, après un travail expérimental conduisant à mettre en évidence la conservation des longueurs, de l'alignement, des angles et des aires, justifier certaines de ces conservations [p. 53] ». À nouveau, le passage de la validation pragmatique à la validation déductive est laissé au libre choix du professeur.

Dans l'accompagnement des programmes du cycle central cinquième – quatrième, « le calcul littéral au sens de transformation d'écritures se développe en classe de quatrième. Les tests proposés dans ce cadre mettent alors en jeu les notions d'exemples, de contre-exemples, de cas particulier en opposition au cas général ; ce sera l'occasion d'initier les élèves au raisonnement par contre-exemple [p. 63]» qui complète le raisonnement déductif, tout comme «l'examen de la compatibilité entre l'ordre et la multiplication, qui oblige à procéder par disjonction des cas» [p. 64]».

«C'est ainsi que les élèves sont conduits à formuler des raisonnements dont certains prendront progressivement, au cours du cycle central, la forme de démonstrations. Par exemple, en classe de cinquième, pour établir le résultat sur la somme des angles d'un triangle, on mobilise deux fois le même pas de démonstration, qui consiste à utiliser une symétrie centrale pour établir une égalité d'angles. Dans le cas du concours des médiatrices d'un triangle, c'est la caractérisation de la médiatrice d'un segment à l'aide de l'équidistance qui intervient. Elle est mobilisée deux fois dans un sens et une fois dans l'autre sens. En classe de quatrième, on demande de façon plus systématique de repérer et de mettre en œuvre les théorèmes appropriés. Le recours, si besoin est, à plusieurs pas de démonstration amène à comprendre le changement de statut d'une assertion au fil d'une démonstration : un résultat intermédiaire est une conclusion dans un pas de démonstration et une hypothèse dans un pas ultérieur» [p. 65]. On voit que les programmes commencent à détailler des situations d'apprentissage de la démonstration, objet d'enseignement, avec ici le travail sur le statut des énoncés cher à [Duval, 1995].

«Par exemple, à propos des «triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes», l'étude d'un cas particulier de «l'égalité des rapports» (valeur 1/3) repose sur une telle démarche. On a coupé un des côtés d'un triangle ABC en trois segments de même longueur : AI = IK = KB. Par I et K, on a mené les parallèles au côté [BC], qui coupent [AC] en J et L respectivement. À l'aide des résultats sur les milieux de deux côtés d'un triangle, on souhaite établir que le côté [AC] se trouve lui aussi coupé en trois régulièrement : AJ = J L = LC. On pourra remarquer que, contrairement aux deux cas évoqués pour la classe de cinquième, l'évidence «visuelle» du résultat ne fait ici guère de doute ; la question qui se pose est donc celle de l'établir au moyen des résultats déjà acquis» [p. 65]. Ce changement de contrat, qui n'autorise plus des arguments visuels pour établir un résultat, traduit un changement de paradigmes géométriques, théorisé par [Parzysz 2003] ou [Houdement, Kuzniak 1999]. Suit une proposition de démonstration accessible en quatrième à l'issue de laquelle «les compétences mises en jeu par la recherche d'une démonstration et par sa rédaction se trouvent ainsi bien mis en évidence» [p. 65]. On distingue ici la fonction de découverte (recherche de la démonstration) de la fonction de communication (rédaction).

2.4 En classe de troisième

Dans le document d'accompagnement de troisième on précise les types de raisonnements mathématiques mis en place au collège, dans les démonstrations : «raisonnement déductif, raisonnement par disjonction des cas lors de l'examen de l'effet de la multiplication sur l'ordre, infirmation par mise en évidence de contre-exemple, approche du raisonnement par l'absurde lorsqu'il s'agit de reconnaître si une configuration est une configuration de Thalès ou si un triangle est rectangle [p. 14]».

3 Conclusion : une rationalité didactique intégrant différentes rationalités

La rationalité mathématique évoquée par les programmes mobilise les deux types d'arguments :

- Des arguments de plausibilité permettent de travailler la phase heuristique de résolution des problèmes (et de recherche de démonstration de proposition) jusqu'à la formulation de conjecture : ils remplissent essentiellement les fonctions de vérification de la plausibilité, de découverte et d'explication. On peut retrouver ces arguments hors les mathématiques. L'argument visuel (je le vois sur la figure donc cela semble vrai) est un argument de plausibilité dans la rationalité mathématique : il peut devenir un argument de nécessité (je le vois donc c'est vrai) dans des rationalités non mathématiques (de la vie quotidienne par exemple).
- Des arguments de nécessité, fondés par les théorèmes, les propriétés et les définitions, sont des arguments mathématiques. On peut parfois les retrouver hors des mathématiques (comme les arguments logiques du type syllogismes). Ils remplissent essentiellement les fonctions de preuve, de systématisation et de communication. Il faut prendre garde qu'un argument mathématique de nécessité peut se formuler dans un registre utilisant des techniques visuelles (recours à une figure) : dans ce cas il ne s'agit pas d'un argument visuel mais d'un argument mathématique recourant à une technique visuelle. Une des difficultés est que l'élève peut percevoir la technique visuelle comme argument visuel, car il justifiera la technique visuelle par une validation perceptive et non pas par une validation déductive au sein d'une théorie mathématique (la plupart du temps locale). [Parzysz, 2003] et [Houdement et Kuzniak, 1999] proposent différents exemples de théories géométriques pour l'enseignement. On peut également trouver des arguments de nécessité non mathématiques comme les arguments d'autorité, visuels ou pragmatiques (c'est le succès de l'action qui garantit la vérité).

La démonstration est explicitement un objet d'enseignement dès le début du collège mais cet enseignement est progressif.

Les arguments visuels ou pragmatiques remplissent la fonction de preuve en début de collège pour se limiter ensuite à la fonction de plausibilité dans le cadre des conjectures (fonction de découverte). La technologie mathématique prend de l'ampleur et assure la fonction de systématisation, par le recyclage des théorèmes démontrés comme règles de validation, et la fonction de découverte, en permettant la résolution des problèmes. Les théorèmes sont admis ou démontrés déductivement. La technologie de raisonnement se diversifie avec les raisonnements déductifs, par contre-exemple, par l'absurde, par disjonctions des cas.

Le programme donne beaucoup d'informations sur une progression de l'apprentissage :

- de séquences déductives courtes à des séquences enchaînées,
- de la géométrie de l'observation (je vois donc c'est vrai) à la géométrie déductive (je le déduis de résultats acquis précédemment ou admis par des règles d'inférence basées sur la logique classique, les définitions et les théorèmes),
- des arguments pragmatiques ou sémantiques aux arguments formels.

On a donc coexistence de différentes rationalités dans l'enseignement des mathématiques au collège, faisant référence à des conceptions de la vérité différentes. Cette coexistence est complexe mais elle est surtout fonctionnelle. Pourquoi valider ? Les réponses justifient l'existence d'une rationalité didactique, transposée de ces différentes rationalités, et les intégrant par un contrat didactique le plus souvent implicite.

Références

Balacheff, N. (1999). *Apprendre la preuve. Concept de preuve à la lumière de l'intelligence artificielle*. Presses Universitaires de France, Paris, 197-236.

Cabassut, R. (2005). *Démonstration, raisonnement et validation dans l'enseignement secondaire des mathématiques en France et en Allemagne*. Thèse, Université Paris 7, Téléchargeable sur http://tel.ccsd.cnrs.fr/documents/archives0/00/00/97/16/index.html.

De Villiers, M. (1990). The role and the function of proof in mathematics. *Pythagoras 24*, 17-24.

Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine : registres sémiotiques et apprentissages intellectuals*. Peter Lang.

Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration : An overview. *Educational Studies in Mathematics 44*, 5-23.

Houdement, C. et Kuzniak, A. (1999). Un exemple de cadre conceptuel pour l'étude de l'enseignement de la géométrie en formation des maîtres. *Educational Studies in Mathematic 40*, 283-312.

Parzysz, B. (2003). Articulation entre perception et déduction dans une démarche géométrique en PE1. *Carnets de route de la Copirelem*, Concertum, tome 2, éditeur ARPEME, Paris.

Toulmin, S.E. (1958). *The uses of arguments*. Cambridge, University Press.

Ministère de l'education (2002). *Mathématiques accompagnement des programmes*. Édition CNDP, CDROM. Téléchargeable le 28/1/06 sur : http://eduscol.education.fr/D0015/LLPHPR01.htm.

Pour joindre l'auteur

Richard Cabassut
IUFM d'Alsace, DIDIREM, Université Paris 7
Adresse : 141 avenue de Colmar
67100 Strasbourg, France
richard.cabassut@alsace.iufm.fr