L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés

Actes du colloque emf 2006

# Dispositifs d'aide à la résolution de problèmes auprès des élèves de la SEGPA[1] : portée et limites

Jean Berky Nguala, *I.R.E.M des Antilles et de la Guyane, section Guadeloupe, Équipe DIDIREM, Paris 7, Guadeloupe/France*

**Résumé**

*La résolution de problèmes est au cœur des apprentissages mathématiques. Or, la réalité dans les classes montre que résoudre des problèmes est une partie délicate et complexe de l'apprentissage des mathématiques malgré sa place centrale dans l'appropriation des connaissances. Dans le contexte de l'enseignement spécialisé, cela reste vrai. Les résultats des évaluations nationales adaptées de la SEGPA ou de sixième[2], dans cette partie, montrent également des notes catastrophiques. Ces échecs à répétition de nos élèves aux besoins éducatifs particuliers nous poussent à réfléchir davantage aux aides à leur apporter pour leur permettre de résoudre des problèmes. Notre travail se réfère à l'aide à la représentation des problèmes de Julo (1995, 2002) développant des visions de psychologie cognitive et sur le thème choisi, aux champs conceptuels de Vergnaud (1991). Après un panorama théorique sur l'aide à la résolution de problèmes, nous présentons une forme d'aide bien spécifique s'appuyant sur les problèmes ressemblants. Il s'agit de proposer simultanément des problèmes ayant une même structure mathématique, les mêmes nombres (mêmes résultats), même syntaxe, etc., mais différant seulement par les contextes. Analysant une expérimentation en SEGPA, nous mettons en évidence comment un tel dispositif peut permettre à certains élèves de créer progressivement leurs propres représentations d'un problème.*

## 1. La SEGPA

La SEGPA est la section d'enseignement général et professionnel adapté, elle est une des réponses à la diversité des élèves dont certains sont l'objet d'un constat d'inaptitude à suivre l'enseignement dans une classe ordinaire du collège. Les élèves de la SEGPA ont connu une scolarité primaire perturbée et les « retards d'apprentissages », dans les savoirs qui sont supposés être acquis, sont manifestes. Ces élèves sont orientés par la Commission de Circonscription du Second Degré[3] après avis, pour la plupart d'entre eux, de la Commission de Circonscription du Premier Degré (d'autres prises en charge ont déjà été envisagées et réalisées notamment au niveau de la classe

1 Section d'enseignement général et professionnel adapté.

2 En Guadeloupe, en 2000, le taux de réussite est de 27 % en résolution de problèmes numériques.

3 La C.C.S.D. (commission de circonscription du second degré) et la C.C.P.E. (commission de circonscription du premier degré) sont composées de psychologue scolaire, de médecin scolaire (ou infirmier scolaire), d'assistante sociale, des représentants de parents d'élèves, de représentants d'associations d'enfants présentant un handicap, de représentants d'enseignants, d'inspecteur d'éducation nationale, etc. La C.C.P.E. est présidée par l'inspecteur d'éducation nationale de la circonscription et la C.C.S.D. par l'inspecteur d'académie.

puis au niveau du RASED[4]). Tout en étant collégiens, ils relèvent de l'A.I.S[5] (Adaptation et Intégration Scolaire) et de ce fait, leur cursus est particulier. Les professeurs des écoles spécialisées, les professeurs des lycées professionnels et professeurs des collèges enseignent[6] en SEGPA, le programme ordinaire de collège ne peut être suivi. Ces élèves reçoivent, dans leur enseignement adapté, une formation qui vise à leur faire acquérir, en fin de 3e, une autonomie et les acquisitions suffisantes pour préparer une formation qualifiante[7]. Ils passent le Certificat de Formation Générale (et non le brevet national des collèges), une épreuve organisée en partie en contrôle continu en mathématiques et en français (en plus, il y a une épreuve orale s'appuyant sur le dossier rédigé par le candidat sur un de ses stages en entreprise). Concernant l'image qu'ils ont d'eux-mêmes, elle est dévalorisée[8] pour beaucoup d'entre eux et le fait qu'ils soient en situation d'échec scolaire s'accompagne souvent d'instabilité et de difficultés à observer des règles et à s'engager dans les apprentissages. Dans les objectifs de l'enseignement des mathématiques, les enseignants doivent amener les élèves à acquérir les compétences mathématiques relevant des référentiels de formation de niveau V[9] au terme de la scolarité SEGPA. De plus, l'enseignement des mathématiques a pour objectif de développer chez l'élève l'esprit logique et d'anticipation, l'esprit critique, ses capacités de raisonnement, etc. D'autre part, dans un objectif transversal, la résolution de problèmes va permettre de répondre à un objectif majeur de l'enseignement au collège : la maîtrise de la langue, soit le lire, le dire et écrire.

*Quelles difficultés les enseignants de ces classes rencontrent-ils ?*

Même s'il y a eu des progrès au niveau de l'accompagnement des enseignants (référentiels, formation continue ou différents manuels), beaucoup de professeurs de SEGPA se plaignent, entre autre, au niveau de l'articulation entre les référentiels proposés et la réalité de la classe. Par exemple, la présence d'élèves non lecteurs ou ayant des retards importants au niveau des apprentissages ne facilite pas l'adaptation des programmes du collège, etc. De plus, les enseignants de la SEGPA sont souvent confrontés à la gestion « répétée » de la discipline, au « blocage », au refus de certains élèves pour apprendre. En mathématiques, bien que la résolution de problèmes ait une place centrale dans l'appropriation des connaissances, résoudre des problèmes (déjà dans les classes dites « normales » et a fortiori en SEGPA) est la partie extrêmement délicate de l'apprentissage. Nous développons au point suivant des aides existantes auxquelles les enseignants peuvent se référer.

4 Réseau d'aides spécialisées aux élèves en difficultés.

5 Les effectifs dans les classes sont restreints (environ 16 par classe, 8 en atelier de formation professionnelle). Les enseignants ont deux heures de concertation hebdomadaire (coordination et synthèse), les élèves de 4e et 3e font des stages en entreprise, etc.

6 Enseigner en SEGPA nécessite toujours de chercher des situations adaptées à la fois au savoir visé et à son public particulier, de faire des projets individualisés.

7 En 2002, près de 65 % des élèves sortant de SEGPA à l'issue de la 3e poursuivaient une formation en lycée professionnel ou CFA (centre de formation d'apprentis), voir Jamet J.F (2004), les conditions de la mise en place des enseignements adaptés de la deuxième génération (1996-1998), Revue du C.E.R.F.O.P. n° 19 p. 11-17, Paris.

8 Circulaire n° 98-129 du 19/6/1998.

9 Formation de type C.A.P. (certificat d'aptitude professionnel). D'autres textes (1996 et 1998) ont précisé l'orientation attendue des élèves de la SEGPA.

## 2. Les aides

Il existe des aides pédagogiques centrées sur le traitement d'informations, sur les questions et sur la production d'énoncés de problèmes, sur la lecture compréhension des énoncés, etc. Sur le traitement d'informations, les activités sont diverses, notamment chercher des informations sur des supports variés (cartes, tableaux, etc.), trier des informations, repérer l'information manquante pour pouvoir résoudre un problème, déduire ou inventer les informations, les mettre en ordre dans un énoncé de problème et supprimer les données inutiles. Les activités sur les questions regroupent le tri des questions : celles auxquelles on ne peut pas répondre, celles où la réponse est donnée et celles qui nécessitent un calcul ou des calculs, l'identification de la question d'un énoncé de problème sur une liste, l'invention d'une ou de plusieurs questions pour un même énoncé de problème, etc. Enfin, la production d'énoncés de problèmes est souvent proposée : produire un énoncé de problème en utilisant des étiquettes à remettre en ordre, reconstituer plusieurs énoncés de problèmes à partir de leurs éléments séparés et mélangés ou en rédiger un.

Ces aides ont été analysées : elles sont, en général, issues de l'intelligence artificielle et transposées sans étude ni didactique, ni cognitive. Houdement (1999), par exemple, a mis en évidence leur limite du point de vue anticipation mathématique. Concernant d'autres pistes d'aides, Brissiaud (1984), Fayol (1990) et Bolon (1992) proposent la formulation et la re-formulation des énoncés de problèmes. Vergnaud (1991, 1997) regroupe les problèmes en différents « ensembles » ou classes. Il encourage l'enseignement qui explicite et qui favorise l'utilisation de formes symboliques susceptibles de clarifier les ressemblances et les différences entre problèmes, d'une part et, d'autre part, de faciliter l'identification des relations et des raisonnements en jeu dans chaque catégorie. Belmas (2003) propose l'apprentissage de la proportionnalité simple avec des symbolisations.

### *Proposition de Julo*

Julo (1995) a défini la multiprésentation par le fait de proposer simultanément 3 problèmes ayant des caractéristiques communes : même structure mathématique, mêmes nombres (même réponse numérique), etc. Seuls les contextes[10] varient. Il a travaillé avec les élèves du collège et les jeunes apprentis en proportionnalité. Il leur a proposé trois problèmes « erreurs » avec trois contextes sémantiques différents : celui des crêpes[11], celui de l'eau sucrée et celui de la fusée. Dans ces trois problèmes, six mesures sont données et il faut trouver l'erreur puis la corriger. Nous dirons

10 Le contexte d'un problème est son « habillage », ce qui est donné dans le problème.

11 Problème de crêpes

Pour la chandeleur, quelques élèves d'une classe décident de préparer des crêpes. Ils trouvent la recette suivante dans un livre de cuisine. Pour quatre personnes, préparez une pâte avec : 6 œufs, 10 cuillerées à soupe de farine, 8 verres de lait, 20 g de beurre, 16 g de sucre ordinaire, 6 cuillerées à café de sucre vanillé.

Mais comme ils sont nombreux, ils décident d'augmenter les quantités qui sont indiquées dans la recette. Ils préparent une pâte avec : 15 œufs, 25 cuillerées à soupe de farine, 20 verres de lait, 50 g de beurre, 35 g de sucre ordinaire, 15 cuillerées à café de sucre vanillé.

Les crêpes risquent donc de ne pas être très bonnes car les élèves ont fait une petite erreur ; ils n'ont pas respecté exactement la recette. Pour quel produit les élèves se sont-ils trompés ?

Quelle quantité de ce produit auraient-ils dû mettre pour respecter la recette du livre de cuisine ?

que ces 3 problèmes présentés simultanément (dont Julo a montré la pertinence) sont ressemblants pour l'expérimentateur[12].

*De la multiprésentation au nouveau dispositif envisagé*

Nous sommes partis de l'intérêt et des limites observés lors d'autres expérimentations que nous avons menées (Nguala, 2005 a, 2005 b) avec des problèmes numériques ressemblants à la fin de l'école primaire. Pour la SEGPA, notre dispositif consiste à proposer aux élèves 4 problèmes ressemblants sur 4 feuilles différentes (1 problème sur une feuille, le reste blanc). Dans un premier temps, ils lisent attentivement tous ces problèmes. Dans un second temps, ils en choisissent un pour résoudre. Dans un troisième temps, nous organisons une rétroaction avec chaque élève en entretien individuel pendant lequel il essaie de verbaliser, de justifier son choix de problème et d'expliquer ses procédures de résolution. Dans un quatrième temps, il résout les trois autres problèmes qu'il n'a pas choisis. Dans un cinquième temps, nous corrigeons les problèmes sous forme d'enseignement (d'abord les élèves qui n'ont pas réussi, réponses et procédures validées par la classe, corrections par d'autres élèves puis la phase d'institutionnalisation où l'expérimentateur pointe ce qu'il faut retenir à cette séance). La représentation du problème est au cœur de ce dispositif. Qu'est-ce que c'est se représenter un problème ? Quel est le contenu de la représentation ? Comment se construit la représentation de problème ? C'est ce que nous allons évoquer au point suivant.

## 3. Se représenter un problème et le schéma de problèmes

Malgré la polysémie du terme « représentation » (Denis, 1994), avec Richard (1990), nous définissons « construire une représentation » par comprendre. Comprendre quelque chose, ce serait d'une manière ou d'une autre, construire une représentation de cette chose. Cette construction est inséparable de la représentation. Nous nous appuyons sur Julo (1995, 2002) qui distingue trois processus dans la représentation de problème : le processus d'interprétation et de sélection, le processus de structuration (la représentation forme un tout cohérent qui se structure) et le processus d'opérationnalisation (qui donne un passage à une action effective notamment dans les calculs et tracés ou mentale pendant les déductions). Ces processus sont simultanés et interagissent. Il s'agit des représentations ponctuelles et occasionnelles, liées à une situation particulière (et non en présence de représentations permanentes). Leur spécificité est dans l'existence d'une tâche[13]. Julo souligne qu'il existe nécessairement des liens étroits et une dynamique commune entre la manière dont on cherche la solution et la manière dont on interprète le problème, entre les procédures et les stratégies que l'on élabore et la représentation que l'on se construit, entre les connaissances qui vont servir à agir et celles qui vont servir à comprendre le problème. Cette approche met en évidence, pendant le processus de sélection et d'interprétation, le rôle du contexte sémantique[14] qu'il faut interpréter pour construire la représentation du problème à résoudre. La représentation du

12 Pour l'élève, cette formulation n'implique aucune hypothèse de ressemblance.

13 Une tâche est l'ensemble formé par le but, les contraintes et les aides dans une situation où la production d'une action est attendue.

14 Le contexte sémantique est l'ensemble de ce qui est donné dans le problème. Ses différents supports possibles sont les situations vécues dans le cadre scolaire, l'évocation de la réalité ou les mathématiques (quand il s'agit d'un problème qui relève des mathématiques).

problème est donc le résultat d'une véritable activité mentale mettant en œuvre tout un ensemble de processus chargés de traiter les informations du problème. De plus, cette perspective développe des hypothèses sur la construction d'une mémoire des problèmes, c'est ce que nous développons dans le paragraphe suivant.

*Schéma de problèmes*

Cette notion de schéma évoque le transfert développé par plusieurs chercheurs notamment Tardif (1992, 1999), Bastien (1997), Bracke (1998), Presseau (2000) et Bracke (1998). Dans l'approche de Julo, il existe un versant opératoire et un versant représentationnel (schémas de problèmes), qui sont à la base de la résolution de problèmes. Ces schémas, qui renvoient à la notion d'invariant opératoire, sont des structures de la représentation qui permettent à l'élève de reconnaître qu'un tel problème relève d'un modèle déjà rencontré et de s'engager rapidement dans une procédure de résolution. Ils permettent donc de mobiliser ou pas les connaissances pour traiter les situations proposées. Julo privilégie la diversité des formes d'organisations en mémoire afin d'améliorer la maîtrise d'un ensemble donné de problèmes. Notre hypothèse de travail, suivant en cela Julo, est que les élèves puissent construire, eux-mêmes, les éléments qu'ils pourront réutiliser dans d'autres problèmes, une mémoire de « schémas de problèmes ». L'apprentissage à la résolution de problèmes passe par l'apprentissage de schémas de problèmes.

## 4. Hypothèses de recherche

Nous nous interrogeons sur la possibilité d'aide, que peut offrir ce dispositif auprès des élèves de la SEGPA pour résoudre des problèmes numériques de multiplication et de division. Plus précisément, nous nous intéressons à sa pertinence, à son efficacité et à ses limites. Nous émettons comme hypothèse de recherche n° 1 : « La variation de contexte influe favorablement[15] sur les performances en résolution de problèmes chez les élèves ayant le plus de difficultés dans le domaine considéré, en leur permettant d'interpréter mieux la nature[16] de la tâche demandée en présence de plusieurs contextes du même problème. ». Dans cette hypothèse de recherche, il y a d'autres questions sous jacentes telle que :

- Si on demande aux élèves de résoudre simultanément des problèmes ressemblants, vont-ils les résoudre de la même manière ?

Nous émettons l'hypothèse de recherche n° 2 selon laquelle les élèves reconnaîtraient le contexte sémantique qui leur permet de mieux réussir, ce qui mettrait en évidence le rôle que peut avoir un contexte sémantique dans le processus d'interprétation et de sélection en représentation du problème à résoudre. Nous pensons que la conjonction de ces quatre problèmes ressemblants constitue un milieu pour que l'élève reçoive une rétroaction (Margolinas, 1995). Le problème de la série qui est mieux compris, peut-être celui du contexte le plus familier, pourrait aider la résolution du problème le moins compris.

15 Le fait de résoudre simultanément trois problèmes ressemblants permet à certains élèves de mieux sélectionner des informations de certains énoncés et donc de mieux les résoudre.

16 Ici, nous demandons aux élèves de résoudre des problèmes numériques de multiplication et de division.

## 5. Méthodologie

Nous choisissons de travailler avec un nombre réduit de sujets en situation d'échec scolaire et d'utiliser la méthodologie d'ingénierie didactique (Artigue, 1988). Cette ingénierie comporte quatre phases : des analyses préalables, la phase de conception et de l'analyse a priori des situations didactiques de l'ingénierie, la phase de l'expérimentation et enfin la phase de l'analyse a posteriori et de l'évaluation. Concernant l'expérimentation, le dispositif mis en place se présente en trois phases : évaluation diagnostique, l'expérimentation et l'évaluation finale. L'évaluation diagnostique nous donne des indications sur l'état cognitif initial des élèves en multiplication (ou en division) et après le bilan final, nous aurons l'état cognitif final. Ces états de profil cognitif seront précisés en termes de performance (réussite ou non au problème posé) et d'interprétation (justifications, choix de procédures). Pour valider une procédure, nous allons distinguer l'instanciation de la procédure (l'élève met en œuvre une procédure qui devrait aboutir, aux erreurs de technique ou de calcul près) et l'exécution correcte d'une « bonne » procédure (l'élève réussit complètement). Un élève réussit un problème de multiplication (ou de division) s'il réussit par instanciation de la procédure. Nous dirons qu'un élève a réalisé des progrès en multiplication (en division) si son état cognitif final en multiplication (en division) a évolué positivement. Nous pensons que nous pourrons mieux analyser les limites du dispositif concernant certains profils d'élèves. La validité du dispositif se situe dans le registre des études des cas. Elle est essentiellement interne et est fondée sur la confrontation entre analyse a priori et analyse a posteriori de l'expérimentation.

## 6. Choix des problèmes et du déroulement d'ensemble

Selon Vergnaud (1991, 1997), il existe quatre structures liées à la proportionnalité simple.

Si M1 et M2 sont les deux grandeurs en présence (par exemple, le nombre d'objets et leurs prix correspondants, etc.), il existe une fonction linéaire qui les met en relation, c'est-à-dire, $f{:}x \rightarrow kx$ avec x variable réelle, k nombre réel.

Tableau 1
Relation quaternaire en proportionnalité simple

| M1 | M2 |
|---|---|
| x | f(x) |
| y | f(y) |

Ces structures sont les suivantes :

- Celle qui correspond à la multiplication : x = 1, f(x) et y sont donnés. On cherche f(y).
- Celle qui correspond à la division partition : x = 1, y et f(y) sont donnés. On cherche f(x).
- Celle qui correspond à la division groupement : x = 1, f(x) et f(y) sont donnés. On cherche y.
- Celle qui correspond à la quatrième proportionnelle : x différent de l'unité et f(x) donnés. Suivant la troisième donnée, on peut chercher y ou f(y).

*Le choix de problèmes*[17]

Séance du diagnostic

1. Les timbres de Céline

Céline a 240 timbres qui remplissent son album de 12 pages.

Toutes les pages ont le même nombre de timbres.

Combien y a-t-il de timbres sur une page ?

Pendant l'expérience, nous avons choisi les énoncés de problèmes (de multiplication et de division), sans grande difficulté lexicale. Ils sont écrits avec de courtes phrases, dans un cadre arithmétique avec de petits entiers. Les deux grandeurs proportionnelles en jeu sont de nature différente. Au diagnostic, nous avons considéré des contextes qui ne parlent pas de prix, d'achat afin de mieux nous renseigner concernant l'acquisition de la notion. Le nombre de timbres par page à chercher définit implicitement un coefficient de proportionnalité (rapport fonctionnel) entre ces deux ensembles de mesure (nombre de pages et le nombre de timbres). Le rapport scalaire s'exprime dans 240 timbres remplissent 12 pages : il y a 12 fois moins de timbres sur une page que dans 12 pages. Une division (240 : 12) permet de trouver le résultat.

2. Le jardin de salade

Un jardinier a planté 11 rangées de salades. Chaque rangée compte 77 salades.

Combien a-t-il planté de salades ?

L'opération attendue est une multiplication de 77 par 11. Nous avons choisi le nombre 11 « diviseur » de 77 pour amener les élèves à réfléchir davantage. Une relation de proportionnalité simple est définie entre deux ensembles de mesure (des rangées et de salades). « Chaque rangée compte 77 salades » définit implicitement un coefficient de proportionnalité entre ces deux ensembles de mesure (multiplier par 77). Le rapport scalaire s'exprime dans 11 rangées : il y a 11 fois plus de salades que dans une rangée.

3. L'expédition de boîtes d'œufs

Un éleveur de volailles expédie 368 œufs. Il les met en boîte de 16 œufs.

Combien va-t-il expédier de boîtes d'œufs ?

L'opération attendue est une division de 368 par 16 (division groupement).

*Choix du déroulement d'ensemble*

Le diagnostic, qui est individuel, comporte trois problèmes : division partition, multiplication et division-quotition. Pendant l'expérimentation, pour chacune des trois séries de quatre problèmes

17 Les autres problèmes sont en annexe.

ressemblants (quotition, multiplication[18] et partition), l'élève choisit d'abord un problème à résoudre. D'une part, nous avons émis comme hypothèse que le fait de proposer quatre problèmes ressemblants influerait favorablement sur les performances de certains élèves. D'autre part, notre hypothèse est que le fait de choisir eux-mêmes leur problème aurait un effet psychologique à la résolution, ils reconnaîtraient ceux qu'ils sauraient résoudre. Ensuite, chaque élève s'entretient avec l'expérimentateur avant de résoudre les trois problèmes ressemblants non choisis. En faisant verbaliser les élèves, ces entretiens ont pour but de les aider à renforcer la structuration de la représentation de problèmes, donc à continuer sa construction. Chaque séance finira par une institutionnalisation où l'expérimentateur extrait, souligne et pointe l'important mathématique ou méthodologique. L'expérimentateur va attirer l'attention des élèves sur les relations entre la structure de problème et la structure de la solution, ce qui pourrait également être un acte de médiation. Nous pensons que le progrès de l'élève résulterait d'une interaction globale des activités mises en place, ce qui ne veut pas forcément dire qu'il interviendrait qu'à la fin de l'expérimentation. Une étude cas par cas nous fournirait tous ces renseignements.

## 7. Expérimentation

### *7.1. Profil de la 5e SEGPA et composition des groupes*

Les quatorze élèves sont tous nés en 1992. La classe est composée de 11 garçons et de 3 filles. 4 d'entre eux sont passés par la classe d'adaptation (CLAD), dont deux ont suivi une scolarisation en classe d'intégration scolaire (CLIS). Au moins 6 élèves ont appris à lire (lecture compréhension) à la SEGPA (en Guadeloupe). Après le diagnostic (2005-2006), qui a confirmé les résultats de contrôles continus, nous avons constitué 4 groupes : 1 élève du « bon niveau » au groupe A, 4 du « niveau moyen » au groupe B, 5 du « niveau faible » au groupe C et 4 du niveau « très faible » au groupe D dont les élèves issus de la CLIS. L'élève du groupe A maîtrise les deux techniques opératoires (et réussit souvent à les utiliser dans les problèmes), ce qui n'est pas le cas des autres. Les élèves du groupe D ont des difficultés, non seulement pour résoudre des problèmes, mais aussi pour calculer un produit ou un quotient.

### *7.2. Protocole de passation*

Le protocole de passation qui suit est celui de l'expérimentation après le diagnostic.

- Rupture des contrats usuels à la classe (3')

Nous attirons l'attention des élèves sur le fait que les problèmes ne seront pas notés et qu'ils ont le droit de barrer sur la feuille de résolution (ne pas effacer) afin de mieux nous renseigner sur leur manière de trouver.

- Distribution des copies et explication des consignes (5')

Voici la partie commune de la consigne que nous proposons oralement aux élèves :

18 Entre les problèmes ressemblants de multiplication et de partition, il y a une série des problèmes intrus.

« Il faut bien lire les énoncés et les comprendre avant de commencer la résolution. Réfléchis bien avant d'écrire un calcul. Tu peux utiliser tout ce qui peut t'aider à comprendre.

Écris tous les calculs que tu veux faire sur la feuille où se trouve l'exercice (les élèves ont le droit d'utiliser leurs tables de multiplication en cas de besoin). N'oublie pas d'écrire la réponse à la question posée. »

Cette consigne est précédée par la phrase suivante :

Pour la résolution sans choix : « Tu as maintenant 3 problèmes que tu vas résoudre. »

Avec choix, « On te propose 4 problèmes. Tu les lis et tu choisis celui que tu veux résoudre».

Les élèves lisent[19] donc la consigne pendant quelques minutes. Ils posent des questions éventuelles. Si un élève sollicite des informations complémentaires, on ne lui donnera aucun élément de réponse ni d'information susceptible d'orienter sa réponse.

· Résolution de problèmes

Nous prévoyons, au maximum, 20 minutes pour résoudre les 3 problèmes et 6 minutes pour la résolution du seul problème choisi. Les élèves écrivent directement et uniquement sur la feuille d'énoncés. À la fin de la résolution, l'expérimentateur relève, en entretien individuel, leurs motivations par rapport au choix du problème ou aux procédures utilisées.

### *7.3. Les résultats généraux*

Au diagnostic, seul l'élève du groupe A qui a réussi 2 résolutions (le problème de division partition et celui de la multiplication). Nous avons également validé deux autres résolutions (élèves du groupe B) du problème de multiplication.

· **Cas de la multiplication (avec et sans choix)**

Nous regroupons dans le tableau qui suit les choix des élèves par problème et leur réussite au problème quand ils l'ont choisi. Pour chaque structure, nous ajoutons le nombre de réussites global du problème : quel problème est le mieux réussi si on laisse les élèves choisir ? Nous précisons également la réussite de chaque problème pendant la résolution sans choix.

Tableau 2
Réussite de chaque problème (choisi et non choisi)

| La multiplication | Choix | Réussite au problème choisi | Réussite globale par problème | Réussite aux problèmes non choisis |
|---|---|---|---|---|
| Les boîtes de chocolats | 6 sur 14 | 2 sur 6 | 2 sur 14 | 6 sur 8 |
| Le champ de salade | 6 sur 14 | 4 sur 6 | 4 sur 14 | 5 sur 8 |
| Les Briques de Léa | 1 sur 14 | 0 sur 1 | 0 sur 14 | 1 sur 13 |
| La fabrication des médicaments | 1 sur 14 | 0 sur 1 | 0 sur 14 | 4 sur 13 |

19 À la demande de certains élèves non lecteurs, l'expérimentateur relit (à voix basse) les problèmes à côté d'eux.

Réussite en fonction des groupes.

Tableau 3
Réussite en fonction des groupes de niveau

| Groupes | Nombre d'élèves ayant réussi le problème choisi | Élèves ayant réussi au moins un problème non choisi |
|---|---|---|
| Groupe A « Bon niveau » | 1 sur 1 | 1 sur 1 |
| Groupe B « niveau moyen » | 1 sur 4 | 3 sur 4 |
| Groupe C « faible niveau » | 3 sur 5 | 5 sur 5 |
| Groupe D « très faible niveau » | 1 sur 4 | 1 sur 4 |

- **Cas de la division partition (avec et sans choix)**

Tableau 4
Réussite de chaque problème (choisi et non choisi)

| La division partition | Choix | Réussite au problème choisi | Réussite globale par problème | Réussite aux problèmes non choisis |
|---|---|---|---|---|
| Achat de cartes de téléphones | 6 sur 14 | 3 sur 6 | 3 sur 14 | 5 sur 8 |
| Le parking du centre-ville | 3 sur 14 | 1 sur 3 | 1 sur 14 | 2 sur 11 |
| Les vases de fleurs | 3 sur 14 | 2 sur 3 | 2 sur 14 | 3 sur 11 |
| Les timbres de Céline | 2 sur 14 | 1 sur 2 | 1 sur 14 | 2 sur 12 |

Réussite en fonction des groupes.

Tableau 5
Réussite en fonction des groupes de niveau

| Groupes | Nombre d'élèves ayant réussi le problème choisi | Élèves ayant réussi au moins un problème non choisi |
|---|---|---|
| Groupe A « Bon niveau » | 1 sur 1 | 1 sur 1 |
| Groupe B « niveau moyen » | 3 sur 4 | 4 sur 4 |
| Groupe C « faible niveau » | 3 sur 5 | 3 sur 5 |
| Groupe D « très faible niveau » | 0 sur 4 | 0 sur 4 |

- **Cas de la division groupement (avec et sans choix)**

Tableau 6
Réussite de chaque problème (choisi et non choisi)

| La division quotition | Choix | Réussite au problème choisi | Réussite globale par problème | Réussite aux problèmes non choisis |
|---|---|---|---|---|
| Paquet de yaourts | 5 sur 14 | 3 sur 5 | 3 sur 14 | 3 sur 9 |
| Caisses de melons | 3 sur 14 | 1 sur 3 | 1 sur 14 | 3 sur 11 |
| Achat de tubes de colle | 4 sur 14 | 2 sur 4 | 2 sur 14 | 3 sur 10 |
| L'expédition de boîtes d'œufs | 2 sur 14 | 1 sur 2 | 1 sur 14 | 2 sur 12 |

Réussite en fonction des groupes.

Tableau 7
Réussite en fonction des groupes de niveau

| Groupes | Nombre d'élèves ayant réussi le problème choisi | Élèves ayant réussi au moins un problème non choisi |
|---|---|---|
| Groupe 1 « Bon niveau » | 1 sur 1 | 1 sur 1 |
| Groupe 2 « niveau moyen » | 3 sur 4 | 3 sur 4 |
| Groupe 3 « faible niveau » | 3 sur 5 | 4 sur 5 |
| Groupe 4 « très faible niveau » | 0 sur 4 | 0 sur 4 |

- **Bilan**

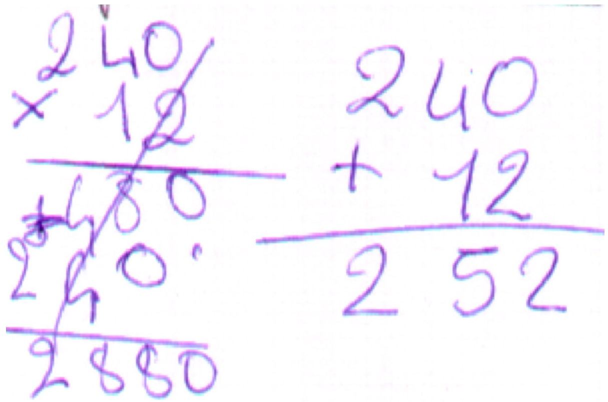
Neuf élèves ont réussi le problème de multiplication, 8 à celui de division partition et 8 au problème de division quotition.

### *7.4. Les résultats de deux élèves suivis*

Nous ne décrirons pas le travail de toute la classe. L'élève du groupe A, a toujours bien résolu ses problèmes. Ceux issus du groupe 4 n'ont pas progressé à la fin de l'expérimentation, même si deux d'entre eux avaient réussi par instanciation un problème de multiplication. Nous avons sélectionné deux élèves du groupe C, « niveau faible », pour leur évolution positive du diagnostic au bilan.

**État initial du profil cognitif du premier élève « Judicaël »**

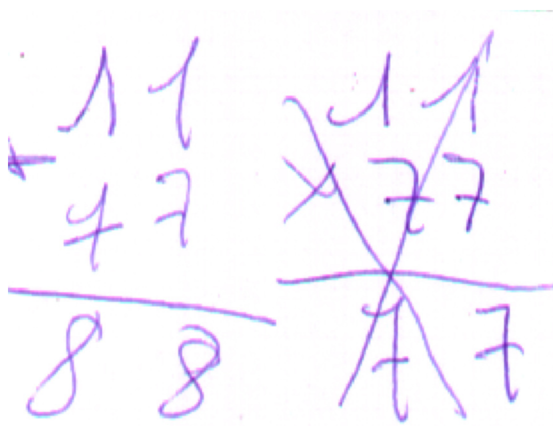
N° 1




Après il répond à la question en écrivant : « Il y a 252 timbres sur une page ».

D'abord, il a multiplié (opération barrée). Puis, il additionne 240 et 12 (il trouve 252).

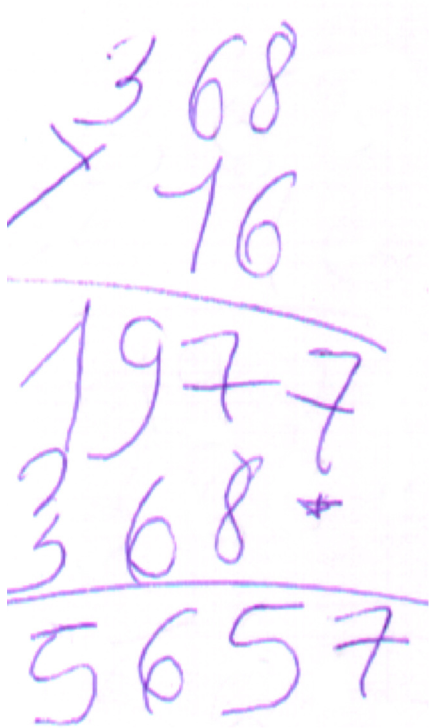
N° 2




Il écrit à la fin : « Il y a 88 salade de planté ».

Il pose d'abord une addition (11 + 77) et il trouve 88. Ensuite il commence une multiplication (11 x 77, il trouve la première partie 77) qu'il barre en faisant une croix.

N° 3



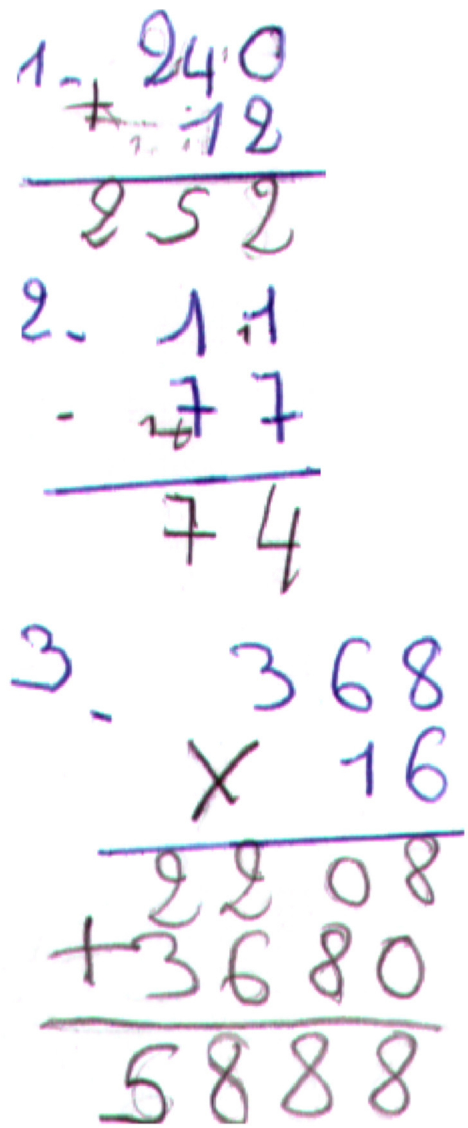

Voici sa phrase réponse : « Il y a 5 657 de boîtes d'œufs ». Après une addition (mal effacée avec une gomme), il pose la multiplication (368 x 16 = 5 657). Un des calculs intermédiaires est erroné (368 x 6 = 1977).

**État final du profil cognitif**

Au bilan, Judicaël a su résoudre les trois problèmes (sans hésitation sur l'opération). Pour justifier ses choix, il évoque la facilité du problème « C'est le plus facile » et il réussit ses problèmes choisis. En résolution sans choix, à chaque fois, il a réussi à résoudre un problème.

**État initial du profil cognitif du second élève « Julie »**

Au diagnostic, cet élève ne savait résoudre ni les problèmes de multiplication, ni ceux de la division. Elle a utilisé une addition pour résoudre le problème de division partition, une soustraction (mal posée) pour résoudre celui de la multiplication et une multiplication pour résoudre le problème de division quotition. Voici ses procédures (elle a écrit des phrases correspondantes au résultat trouvé) :




**État final du profil cognitif**

Le bilan confirme les progrès réalisés par l’élève pendant l’expérimentation : tous les problèmes sont bien résolus. En résolution sans choix, pour la division partition, elle a réussi à résoudre un problème. Sur la série de multiplication, elle enregistre une réussite sur trois (elle a additionné aux deux autres problèmes) et sur la série de division quotition, elle réussit à en résoudre deux (elle a multiplié au troisième). En résolution avec choix, Julie a toujours réussi le problème qu’elle a choisi quelle que soit la structure typologique. Elle justifiait ses choix de problèmes en disant qu’elle les trouvait « faciles » (paquet de yaourts pour la division quotition, le champ de salades pour la multiplication, l’achat des cartes de téléphone pour la division partition).

## Conclusion

Nous nous sommes interrogés sur la possibilité d'amener plus d'élèves à la réussite en intervenant seulement sur la représentation qu'ils se font du problème. Notre expérimentation a concerné, en 2005-2006, une classe de 5e SEGPA. Globalement (sauf pour les élèves issus du groupe D), la situation expérimentale montre que la résolution de problèmes ressemblants (avec ou sans choix) est pertinente. En résolution avec choix, des élèves, qui n'avaient pas réussi le problème similaire au diagnostic, ont mieux résolu leur problème choisi dans une liste de quatre ressemblants. Ces résultats nous permettent de valider notre hypothèse selon laquelle les élèves reconnaîtraient le contexte qui leur permet de mieux réussir puisque, lorsqu'ils choisissent les problèmes à résoudre, ils réussissent mieux que lorsqu'on leur impose un problème. En considérant la réussite à au moins un problème sur une liste des problèmes ressemblants non choisis, le dispositif paraît aussi intéressant, ce qui confirme que « résoudre simultanément des problèmes ressemblants » constitue un « milieu qui rétroagit » (Margolinas, 1993). Très peu directif dans le processus de résolution lui-même, ce dispositif met en évidence l'activité de la représentation permettant à certains élèves de réussir dans la résolution d'un problème donné. Ces résultats rejoignent les conclusions de Julo avec les apprentis. Nous pensons donc qu'il n'existe pas de méthodologie générale de résolution de problèmes (Houdement, 1999) : chaque élève recourt à sa propre mémoire de problèmes « schémas de problèmes » (Julo, 1995). Ainsi, il se crée progressivement ses propres représentations qui lui permettent de reconnaître qu'un tel problème relève d'un tel schéma déjà rencontré et de s'engager rapidement dans une procédure de résolution.

Ces résultats pourront-ils se transférer à l'enseignement ? Nous pensons que certaines de nos conclusions pourraient enrichir la réflexion, sur l'aide à la résolution de problèmes, des professeurs, en particulier ceux travaillant dans le RASED (réseau d'aides spécialisées aux élèves en difficulté) à l'école primaire, ou dans les SEGPA (section d'enseignement général et professionnel adapté) au collège. La question d'aide en résolution de problèmes préoccupe beaucoup de chercheurs. Malgré des avancées, cette problématique reste épineuse et complexe.

## Références

[1] Belmas P., 2003, *Annales de didactique et sciences cognitives*, volume 8, p. 167-189.

[2] Bracke, 1998, Vers un modèle théorique du transfert : les contraintes à respecter. *Revue des sciences de l'éducation*, *XXIV*(2), 235-266.

[3] Brissiaud R., 1984, La lecture des énoncés de problèmes, dans : *Comment font-ils ? L'écolier et le problème de mathématiques,* Paris, INRP.

[4] Brousseau G., 1989, Le contrat didactique : le milieu, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol 9.3, p. 309-336.

[5] Denis M., 1994, *Image et Cognition*, Paris, PUF 2e édition.

[6] Fayol M., 1990, La résolution des problèmes additifs et sa genèse, pages 149 – 184, dans *L'enfant et le nombre*, Éditions Delachaux et Nestlé, Neuchâtel, pages 149-184.

[7] Houdement C., 1999, Le choix des activités pour la « résolution de problèmes, *Revue Grand N* n° 63 pages 55-76.

[8] Julo J., 1995, *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques, un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement*, Ed. P.U.R.

[9] Julo J., 2002, " Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ?", *Grand N* n°69 pages 31-52.

[10] Margolinas C., 1995, *La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations, Les débats en didactique des mathématiques*, annales 1993-1994, La Pensée Sauvage.

[11] NGUALA J.B, 2003, *La Pertinence d'un dispositif d'aide à la résolution de problèmes, séminaire*, CD des actes de la 12e école d'été de didactique des mathématiques, Corps, La pensée sauvage.

[12] NGUALA J.B, 2005 a, *Dispositifs d'aide à la résolution de problèmes numériques : Portées et limites*, séminaire, CD en cours des actes de la 13e école d'été de didactique des mathématiques, Ste Livrade, La pensée sauvage.

[13] NGUALA J.B., 2005 b, La multiprésentation, un dispositif d'aide à la résolution de problèmes, *Revue Grand N* n° 76 p. 45-63.

[14] Presseau A., 2000, Analyse de l'efficacité d'interventions sur le transfert des apprentissages en mathématiques, *Revue des sciences de l'éducation*, *XXVI* p. 515-544

[15] Richard J.F., 1990, *Les activités mentales. Comprendre, raisonner, trouver des solutions*, Éditions A. Colin.

[16] Tardif J., 1999, *Le transfert des apprentissages*. Montréal, Les éditions Logiques.

[17] Vergnaud G., 1990, La théorie des champs conceptuels, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10 2-3, p.. 133-170, Ed. La Pensée Sauvage.

[18] Vergnaud G. dir, 1997, *Le Moniteur de mathématiques cycle 3 Résolution de problèmes.* Fichier pédagogique. Éditions Nathan.

### Pour joindre l'auteur

Jean Berky Nguala
I.R.E.M des Antilles et de la Guyane, section Guadeloupe
Equipe DIDIREM, Paris 7
Enseignant spécialisé, Directeur SEGPA (2003-2005)
97134 Saint Louis Guadeloupe
nguala.berky@wanadoo.fr

## Annexes

– Séance du diagnostic

1. Les timbres de Céline

   Céline a 240 timbres qui remplissent son album de 12 pages.

   Toutes les pages ont le même nombre de timbres.

   Combien y a-t-il de timbres sur une page ?

2. Le jardin de salade

   Un jardinier a planté 11 rangées de salades. Chaque rangée compte 77 salades.

   Combien a-t-il planté de salades ?

3. L’expédition de boîtes d’œufs

   Un éleveur de volailles expédie 368 œufs. Il les met en boîte de16 œufs.

   Combien va-t-il expédier de boîtes d’œufs ?

– Problèmes de division-groupement

1. Achat de tubes de colle

   Nicolas achète des tubes de colle pour 456 €.

   Chaque tube de colle coûte 12 €.

   Combien de tubes a-t-il achetés ?

2. Paquet de yaourts

   Un commerçant fait des paquets avec 456 yaourts.

   Chaque paquet contient 12 yaourts.

   Combien de paquets de yaourts va-t-il faire ?

3. Des caisses de melons

   Un agriculteur range 456 melons dans des caisses.

   Chaque caisse contient 12 melons.

   Combien de caisses pleines va-t-il expédier ?

4. L’expédition de boîtes d’œufs

   Un éleveur de volailles expédie 456 œufs.

   Il les met par boîte de 12 œufs.

   Combien va-t-il expédier de boîtes d’œufs ?

– Problèmes de multiplication

1. La préparation d'un médicament

   Un guérisseur prépare un médicament avec du tarapion et du barawi pour son patient. Pour un tarapion, il sait qu'il faut 13 barawis. Elle utilise 52 tarapions.

   Combien lui faut-il de barawis pour réussir son médicament ?

2. Les briques de Léa

   Léa empile des briques identiques d'un jeu de construction.

   Avec une brique, on obtient une hauteur de 13 cm. Léa empile 52 briques.

   Quelle hauteur obtient-elle ?

3. Les boîtes de chocolats de Pierre

   Pierre veut acheter des boîtes de chocolats dans une pâtisserie pour une fête.

   Chaque boîte de chocolats coûte 13 €. Pierre achète 52 boîtes.

   Combien va-t-il payer ?

4. Le champ de salades

   Un jardinier a planté des rangées de salades dans son champ.

   Chaque rangée compte 13 salades. Ce jardinier a planté 52 rangées de salades.

   Combien a-t-il planté de salades ?

– Problèmes de division partition

1. Le parking du centre-ville

   Le parking du centre-ville propose 342 places de voitures.

   Ces places sont disposées sur 17 étages.

   Tous les étages ont le même nombre de places.

   Combien y a-t-il de places par étage ?

2. L'achat de cartes de téléphone

   Alexia possède 342 €.

   Elle achète 17 cartes de téléphone avec tout son argent.

   Toutes les cartes sont vendues au même prix.

   Combien Alexia a-t-elle payé chaque carte de téléphone ?

3. Les vases de fleurs

   Une fleuriste a 342 fleurs.

   Elle les met dans 17 vases.

   Il y a le même nombre de fleurs dans chaque vase.

   Combien y a-t-il de fleurs dans chaque vase ?

4. Les timbres de Céline

   Céline possède 342 timbres.

   Elle a un album de 17 pages rempli de ces timbres.

   Toutes les pages ont le même nombre de timbres.

   Combien y a-t-il de timbres sur une page ?

– Problèmes du bilan

1. Les équipes de football

   Un entraîneur demande à 143 élèves d'un collège de former des équipes de football.

   Chaque équipe doit avoir 11 joueurs.

   Combien cet entraîneur va-t-il former d'équipes ?

2. Les colliers de perles

   Un artisan compose 15 colliers de perles.

   Chaque collier contient 135 perles.

   Combien de perles a-t-il utilisées dans ses colliers ?

3. Les tickets de cinéma

   Les 18 élèves d'une classe ont gagné 414 tickets de cinéma à un concours.

   Ils décident de les répartir entre eux.

   Chacun en a autant que son copain.

   Combien de tickets de cinéma chaque élève va-t-il recevoir ?