L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés

Actes du colloque emf 2006

Pratiques didactiques et élaboration du rapport personnel des élèves de 6 ans à l'objet numération

Guilaine Menotti, *Institut Universitaire de Formation des Maître d'Alsace, ESCOL Éducation Scolarisation Équipe d'accueil 2306, Université Paris 8, France*
Graciela Ricco, *U.F.R. Psychologie, Pratiques Cliniques et Sociales, ESCOL Éducation Scolarisation Équipe d'accueil 2306, Université Paris 8, France*
Laurence Allenbach, *Département de Mathématiques, Institut Galilée – Université Paris 13, France*

Résumé

Les traitements statistiques d'une épreuve (réalisée en référence aux travaux de la psychologie du développement cognitif et de la didactique des mathématiques) en rapport avec la numération mettent en exergue la variété du rapport personnel des élèves surtout en début d'année. En fin d'année cette hétérogénéité a tendance à se resserrer sur certains champs, sans qu'il y ait de différence significative entre la classe tout venant et la classe de la ZEP. De plus les analyses qualitatives montrent que les enseignantes, usant de contrats fortement didactiques, laissent à la charge des élèves non seulement la formation à la prise de décisions mathématiques mais également la déstabilisation des procédures de dénombrement de un en un. Toutefois elles se différencient par le rôle qu'elles font jouer à l'articulation entre savoir et savoir-faire : dans la classe ZEP la centration porte sur le savoir-faire alors que dans l'autre classe savoir et savoir-faire sont juxtaposés sans être explicitement mis en relation. Il en résulte que seuls 4 élèves sur 42 (les deux classes confondues) manient ces deux pôles de l'apprentissage et que ces élèves appartiennent aux catégories de « bons » voire « très bons » élèves.

Introduction

La variété des parcours scolaires prend appui sur le type de rapports aux savoirs élaborés entre autres dans la position élève. Aussi la question traitée ici sera : peut-on dès le CP (élèves de 6 ans) dégager des tendances explicatives de ces différents types de rapports au savoir ?

Pour ce faire nous avons procédé à deux analyses : une quantitative et l'autre qualitative auprès d'élèves appartenant à deux classes de CP institutionnellement contrastées [ZEP (Zone d'Éducation Prioritaire où des moyens supplémentaires sont attribués en fonctions de critères ministériels) et tout venant].

L'analyse quantitative est réalisée à partir d'une épreuve crée en rapport avec la numération en prenant appui sur les travaux de la psychologie et la didactique. Chaque élève a passé individuellement cette épreuve au début (septembre) et à la fin (juin) de l'année scolaire.

L'analyse qualitative porte sur des séquences de classes dont l'enjeu d'apprentissage est le dénombrement de collection à l'aide du groupement de dix. Nous cherchons ainsi à déterminer dans quelles mesures l'enseignant participe au développement de l'autonomie cognitive des élèves. Aussi, la question centrale explorée est de savoir si le maître articule « savoir » et « savoir-faire » dans l'enseignement des mathématiques pour tous les élèves ou bien s'il opère une dichotomie entre ces deux pôles en fonction du type de la classe (ZEP versus non ZEP) et du statut des élèves dans la classe (« faible » versus « fort ») ?

L'analyse quantitative : présentation de l'épreuve individuelle et son ancrage théorique

Les activités mathématiques sont décrites en terme de praxéologies mathématiques développées dans la théorie anthropologique des savoirs par Yves Chevallard (2003). La notion de praxéologie, permettant de caractériser toutes activités humaines, articule deux pôles la praxis (constituée du couple type de tâches/technique [T / τ]) et le logos (composé du couple technologie/théorie [θ / Θ]).

Comme illustration, prenons l'item 24 du champ 2 : 15 éléments d'épaisseur identique (3 carrés jaunes, 6 triangles, 6 ronds multicolores) sont donnés à l'élève dans un sac. L'expérimentateur demande « combien y a t-il d'objets en tout ? ». Quelle que soit la réponse de l'élève, l'expérimentateur, par le biais d'une marionnette, modifie la configuration choisie et repose la même question.

Ici, la praxis [T / τ], ou savoir-faire, se compose du type de tâches T_{24} : « Dénombrer une collection quelle que soit l'organisation spatiale de ses n éléments ; ici n= 13 », et de techniques, c'est-à-dire de moyens de réalisation. Nous présentons, ci-dessous, la description de deux techniques possibles. Quant au logos [θ / Θ], ou savoir, il est mis en regard de chacune des techniques qu'il produit, décrit et justifie.

Type de tâches (T)		
T_{24} : « Dénombrer une collection quelle que soit l'organisation spatiale de ses n éléments ; ici n= 13 »		
	Techniques (τ)	Éléments technologico-théoriques (θ / Θ)
Réussite	τ_{24} « Ayant déjà dénombré l'ensemble de la collection, j'énonce le même nombre que dans la configuration précédente. »	« n, le nombre d'éléments d'une collection discrète, est indépendant et de la nature des éléments et de leurs configurations spatiales. »
Échec	τ_{241} « Je recompte la collection à chacune de ses modifications spatiales. » *	« n, le nombre d'éléments d'une collection discrète est indépendant de la nature des éléments mais pas de leurs configurations spatiales. »

*La non-maîtrise de l'invariance du cardinal conduit à considérer ceci comme un échec.

Cherchant à tester l'invariance du cardinal d'une collection indépendamment de la nature des éléments et de leurs configurations spatiales, la technique du dénombrement n'a pas été développée, mais ses principaux ingrédients sont la synchronisation geste, voix, objet ; l'unicité et l'exhaustivité des objets et des mots nombres.

Ainsi, les éléments technologico-théoriques, sont dégagés en décrivant les techniques relatives aux cent vingt-six types de tâches mathématiques constituant les cinq champs de notre épreuve dont voici les intitulés :

T_1 : « Énoncer la suite numérique ».

T_2 : « Dénombrer une collection discrète ».

T_3 : « Comparer des collections discrètes ».

T_4 : « Résoudre un problème additif ».

T_5 : « Déterminer les ostensifs mathématiques pertinents dans une situation ».

La prise en compte des éléments technologico-théoriques a également permis de dégager les articulations des différents champs.

Par exemple, passer d'« énoncer une suite numérique » (champ 1) à « dénombrer une collection discrète » (champ 2) repose principalement sur l'acquisition de l'élément technologique « Le nombre d'objets d'une collection est le dernier nombre de la suite des mots-nombres prononcé ». Mais cela n'épuise pas les différences entre les deux types de tâches puisqu'il faut également co-construire les éléments technologiques suivants :

- « la suite des nombres (la comptine) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 10. est une collection d'objets, les nombres, prise pour référence » ;
- « un nombre représente à la fois un objet et une collection d'objets (celle des nombres situés avant lui dans la suite numérique, lui compris) » ;
- « comparer deux collections est indépendant de la nature des objets des collections ».

Parallèlement nous inscrivant dans une perspective développementale-constructiviste, la construction des champs se réfère à des travaux issus de ce courant de la psychologie tout en revisitant certains à la lumière des apports des théories de la didactique des mathématiques.

À titre d'illustration prenons le champ 2 : « Dénombrer une collection discrète ».

Dénombrer sera ici considéré selon les définitions de deux didacticiens des mathématiques.

D'une part, Brousseau (1996) qui précise que « c'est évaluer le cardinal d'un ensemble » et, d'autre part, Vergnaud (1994) qui énonce « le schème du dénombrement consiste en un ensemble organisé de gestes, de perceptions et d'émissions vocales. La stabilité repose sur deux principes mathématiques : le principe de la bijection et le principe de la cardinalité ».

Deux approches ont tenté d'expliquer le développement du comptage, celle se référant aux travaux de Gelman et Gallistel (1978) et celle se revendiquant de l'interactionnisme.

Pour les premiers, le développement du comptage repose sur l'articulation de cinq principes et sur leur extrapolation à des situations plus vastes. Ces principes, considérés comme préformés sont :

- Le principe d'ordre stable ;
- Le principe de correspondance terme à terme ;
- Le principe cardinal ;
- Le principe de non-pertinence de l'ordre (principe de base se développant très tôt) ;
- Le principe d'abstraction.

Pour les interactionnistes, le développement du comptage passe de « schèmes faibles » (compréhension dirigée par des traitements antérieurs) à la construction graduelle de « schèmes forts » (compréhension dirigée par les principes). Ainsi, Baroody (1991) passant en revue des recherches sur les principes de Gelman conclut que « les faits expérimentaux se révèlent davantage en accord avec le point de vue interactionniste qu'avec celui selon lequel les principes se développent en premier ». Il ajoute « les structures mentales sous-jacentes au comptage se construisent graduellement, au fur et à mesure que l'enfant développe ses habilités de comptage ». De son côté Fuson (1991), revisitant le principe de « suite stable », suggère une construction graduelle de la compréhension du système par la découverte successive des trois propriétés : d'abord la liste est composée de mots-particuliers, puis les mots se succèdent selon un ordre, enfin chaque mot ne figure qu'une seule fois.

Pour Sophian (1991) le comptage, tout en étant une activité transmise socialement, est dirigée vers un but lié au concept de cardinalité. Toutefois cette « orientation vers un but » résulte d'une construction conceptuelle de la part de l'enfant, le comptage ne débutant pas comme une activité cardinale, mais s'y intégrant peu à peu. De plus interrogeant le statut du « dernier mot-nombre prononcé », Sophian, en accord avec Fuson, affirme que les enfants apprennent souvent cette règle de manière procédurale, avant d'en comprendre les implications cardinales.

Enfin, comme le montre Briand (1999), le contrôle d'une activité de comptage par l'enfant implique le maniement de l'énumération ou « tâche d'inventaire ». Pour compter le nombre d'éléments d'une collection finie, il faut appeler les objets l'un après l'autre sans appeler deux fois le même, mais en fonction du contexte situationnel de nouveaux éléments doivent être pris en compte. Par exemple, lorsque les éléments à dénombrer sont mis en cercle, il faut déterminer une origine et la mémoriser (visuelle, gestuellement, etc.).

Aussi, les items du champ 2 ont en commun les propriétés mathématiques suivantes :

- « tout naturel n a un « successeur » noté n+1 » ;
- « le nombre d'objets d'une collection est le dernier nombre prononcé de la suite des mots-nombres » ;
- « une collection a une mesure et une seule » ;
- « le nombre d'éléments d'une collection est indépendant de l'ordre de leur désignation ».

Toutefois certains items explorent d'autres aspects mathématiques comme le 222 : « Combien y a-t-il de boules sur chaque plateau ? Commence par celui que tu veux. » (chaque plateau a 12 boules : soit alignées, soit groupées par 4, soit en cercle) dont les aspects mathématiques spécifiques sont : « Un nombre entier est la mesure d'une collection discrète. Cette mesure est indépendante de la collection discrète choisie ».

Les résultats de l'analyse quantitative

Comparaison entre la classe ZEP et la classe non-ZEP

Les performances sont mesurées par la fréquence de réussite et d'échec (en nombre d'item) par champs. Dans l'ensemble, il n'y a pas de différences significatives entre les deux écoles et en fin d'année scolaire seule la situation « Je pose des jetons sur ce plateau, sur l'autre plateau tu vas en mettre pareil. Mais attention, dans quelques instants je vais cacher les jetons » (n = 9 jetons éparpillés) (item 34) présente des fréquences d'échec significatives en ZEP (71.43 % d'échecs en ZEP pour 36.11 % d'échecs pour ensemble des deux classes. La différence est significative au seuil 0.9).

Évolution des réussites par champ entre les temps T1 et T3

Les fréquences moyennes de réussite, sur l'ensemble des items, sont les suivantes :

– au pré-test : 0,58 ;

– au post-test : 0,76.

Ces deux résultats montrent des progrès, en général, entre pré et post-test et on assiste simultanément à une homogénéisation des résultats (diminution écarts types à T3) à l'exception du champ 4b.

Classant les champs en fonction du taux de réussite, nous obtenons :

– Pré-test : Champ 1 (78 %)> Champ 5 (77 %) > Champ 2 (61 %) > Champ 3 (56 %) > Champ 4a (44 %) > Champ 4b (35 %).

– Post-test : Champ 5 (95 %) > Champ 1 (94 %) > Champ 3 (77 %) > Champ 2 (73 %) et 4a (73 %) > Champ 4b (46 %).

et constatons :

- les « grands progrès » sur la connaissance des aspects conventionnels du langage numérique (champ 5) et sur l'acquisition de la suite numérique (champ 1) ;
- la difficulté à conceptualiser la propriété opératoire du nombre (champs 4a et 4b) ;
- les évolutions dans le dénombrement (champ 2) et dans les comparaisons des cardinaux de deux ensembles (champ 3).

Analyse des résultats par champ

S'il existe des items échoués en début et fin d'année dans tous les champs, faute de place, nous nous limiterons à examiner ceux du deuxième champ. Les résultats seront exprimés en ordre de grandeur.

Champ 2 – Dénombrer une collection

Les configurations mais surtout la nature des éléments des collections à dénombrer font chuter les élèves même en fin d'année.

		Proportions d'élèves en échec	
Éléments technologico-théoriques	**Situations**	**En début d'année**	**En fin d'année**
Le nombre d'éléments d'une collection discrète est indépendant de la configuration spatiale de ces éléments	« Combien y a-t-il de boules sur chaque plateau ? Commence par celui que tu veux. » Trois plateaux avec chacun 12 boules avec des dispositions spatiales différentes : soit alignées, soit groupées par 4, soit en cercle.	Environ 1 sur 2	Environ 1 sur 3
Le nombre d'éléments d'une collection discrète est indépendant de la nature de ces éléments	« Combien y a-t-il d'objets en tout sur le plateau » (7 objets variés : feuille A4, crayons, gomme, pot à crayons, etc.)	Environ 1 sur 2	Environ 1 sur 2
Le nombre d'éléments d'une collection discrète est indépendant de la nature des éléments et de leurs configurations spatiales.	« Combien y a-t-il d'objets en tout ? » (13 éléments multiformes et multicolores). Suite à la réponse l'adulte, par le biais d'une marionnette, modifie la configuration choisie et repose la même question.	Environ 4 sur 5	Environ 1 sur 2

L'analyse qualitative : analyse des séquences et ancrage théorique

L'organisation mathématique

Il s'agit, dans chaque classe de poursuivre l'exploration du type de tâche T « dénombrer une collection discrète », objet d'apprentissage sous diverses formes depuis le début de l'année. Si de multiples techniques, ou moyens de réaliser ce type de tâches, existent, chaque maîtresse, pendant cette séance, prescrit un dénombrement prenant appui sur le groupement de dix.

	T « dénombrer une collection discrète »	
	Techniques	**Éléments technologico-théoriques**
C.P. ZEP	« * Faire un paquet de dix, l'entourer d'une ligne fermée, associer ce paquet de dix à une boîte fermée ; * Réitérer l'opération autant de fois que possible ; on obtient n boîtes ; * Dessiner les billes restantes sous forme de constellations de dé, on en a p. On obtient alors de nombre de billes np. »	« Dans une boîte, il y a 10 billes ; $\underbrace{10+10+...+10}_{\text{nfois}} = \text{n0}$ (avec n entier non nul < 10) ». Les éléments technologiques non dits : « n0 + p = np » c'est-à-dire le passage de n boîtes et p billes au nombre np a été travaillé précédemment. »
C.P. Non ZEP	« * Ranger les billes dans des boîtes de 10, en ne commençant une nouvelle boîte que lorsque la boîte courante est pleine : quand une boîte est pleine, fermer le couvercle ; * Quand toutes les billes sont rangées, compter le nombres de boîtes pleines, n ; * Compter le nombre de billes dans les boîtes fermées : on a donc n0 billes ; * Compter le nombre de billes dans la boîte non fermée, p ; * Additionner le nombre de billes des boîtes fermées avec celle de la boîte non fermée : on a alors n0 + p = np billes. »	« Dans une boîte fermée, il y a 10 billes ; $\underbrace{10+10+...+10}_{\text{nfois}} = \text{n0}$ (avec n entier non nul < 10) ; n0 + p = np » ; mais aussi « n boîtes pleines représentent n dizaines ; le nombre de billes d'une boîte non pleine représente le nombre d'unités. »

La maîtresse de la classe ZEP, en ne reprenant pas les éléments technologiques précédemment rencontrés (« n0 + p = np »), laisse implicite la relation entre le nombre de boîtes et de billes d'un côté et l'énonciation du nombre lui-même de l'autre. Ce faisant elle minimise le rôle des éléments technologiques dans la lisibilité de la tâche pour l'élève et centre donc l'activité des élèves sur le bloc pratique au détriment de l'articulation entre le savoir-faire et le savoir.

L'autre maîtresse fait intervenir les dénominations de « dizaines et unités » alors que dans le fichier les activités observées sont considérées comme préparatoires à l'introduction de ces notions. De plus, la technique du groupement par dix accompagnée des éléments technologiques « dizaines et unités » semble importante pour cette maîtresse puisqu'elle nous précisera, lors de l'entretien effectué à l'issue de cette séance, que c'est la troisième séance consacrée à son acquisition.

Au-delà des différences d'une classe à l'autre portant sur les praxéologies mathématiques, la question restant en suspens est de déterminer la fonction assignée aux éléments technologiques par chacune des maîtresses et par conséquent étudier comment les maîtresses permettent aux élèves d'acquérir la flexibilité cognitive nécessaire pour penser le nouvel objet « dizaine » sans annuler les propriétés des unités.

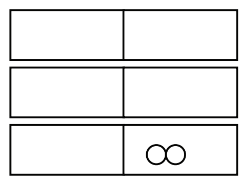
L'organisation didactique

La structure des séances, assez semblable d'une classe à l'autre, se compose d'une phase de « mise en activité » et d'une phase « d'entraînement ». Nous les analyserons en recourant au concept de contrat didactique, introduit par Guy Brousseau (1980). Généralement la fréquentation du savoir dans les situations didactiques est faite sous la conduite d'un enseignant dont une des premières actions est d'aménager des situations favorables à l'apprentissage, aménagement intimement lié à ses attentes implicites par rapport au savoir en fonction des compétences de ses élèves.

En 1996 Brousseau précise que l'enseignant « se caractérise par les assujettissements qu'il accepte et par ceux qu'il impose ». C'est autour de ces assujettissements que cet auteur structure les contrats, allant de la plus « faible » à la plus « forte » didacticité.

Nous nous limiterons ici à montrer, à partir d'un extrait de corpus de la classe non-ZEP, le jeu du partage des responsabilités du maître et des élèves intervenant dans les contrats « fortement didactiques ».

Trace au tableau :



Maîtresse : Donc, il a mis une boîte de Picbille qui est pleine. Une deuxième boîte qui est pleine. La troisième boîte, le premier compartiment est fermé et ici, on voit deux billes. Alors on va regarder. Dans la première boîte, Soulaiman, j'ai combien de billes ?

Soulaiman : 10.

Maîtresse : 10. Dans la deuxième boîte j'en ai combien ?

Soulaiman : 10.

Maîtresse : Encore 10. 10 billes et 10 billes ça fait combien ?

Soulaiman : 20.

Maîtresse : 20 billes. Dans la troisième boîte, j'ai combien de billes ?

Soulaiman : 5.

Maîtresse : J'en ai combien en tout dans la troisième ? En tout j'en ai combien ?

Soulaiman : 7.

Maîtresse : 7 billes. Ici, j'en ai 7. Donc 20 billes plus 7 billes ça fait ?

Soulaiman : 27.

Maîtresse : Donc là, j'ai 27 billes. Donc on avait dit… Est-ce que quelqu'un peu m'expliquer ce qu'il faut voir dans 27… Christophe ?…Y a le deux de 27 qu'on voit ici, ça veut dire que j'ai deux… Deux quoi ?

Christophe : 2 Paquets de 10.

Maîtresse : 2 paquets de 10, on a dit que les paquets de 10, ça s'appelait des… ?

Élèves : Dizaines !

Maîtresse : Dizaines. Donc dans 27 j'ai deux dizaines. Dans 27, j'ai deux dizaines et… Christophe ?

Christophe : 7 unités.

L'enseignant recourt à la maïeutique socratique, centrant les échanges sur la « bonne » réponse énoncée dans un contexte de « fausses » questions, l'enseignant connaissant la réponse. Étant le seul à détenir la logique du questionnement, l'enseignant est celui qui avalise les réponses, oubliant le plus souvent d'en expliciter les raisons sous-jacentes. Sous la pression du temps didactique, le professeur a tendance à ne retenir que les réponses allant dans le sens de son projet voire ne pas entendre les autres. N'obtenant pas la réponse attendue il aura tendance à fermer de plus en plus les questions et même parfois donner le début de la réponse, les élèves n'ayant plus qu'à compléter (« Y a le deux de 27 qu'on voit ici, ça veut dire que j'ai deux… Deux quoi ? »).

De plus, les notions de dizaines et unités, éléments technologiques concernant la notion de position, centrale dans l'intelligibilité de notre système de numération décimale, apparaissent à la fin de la correction et ne sont, à aucun moment, utilisés dans la réalisation de l'exercice. Ces notions semblent être considérées par la maîtresse comme superfétatoires pour l'acquisition même de la notion de dizaine. Ajoutons également l'absence de référence explicite au système de position de notre numération. Ainsi, la maîtresse fait jouer un rôle appauvri aux éléments technologiques dans les apprentissages des pratiques mathématiques puisqu'elle n'établit aucune relation explicite entre ceux-ci et la technique. Les éléments technologiques sont simplement juxtaposés à la technique. Nous les caractériserons alors comme potentiellement technologiques.

Inversement, dans la classe ZEP, la maîtresse parle de « faire dix » ou de « boîte de dix », produisant donc l'absence de dénomination des « paquets de dix » autrement que sous forme de « nombres de boîtes », cantonnant ainsi les élèves dans un registre de l'action. Nous retrouvons, dans la classe ZEP, des caractéristiques du rapport institutionnel dans la position enseignant d'une classe « faible » : absence des éléments technologiques et centration de l'apprentissage sur la praxis (Menotti, 2001).

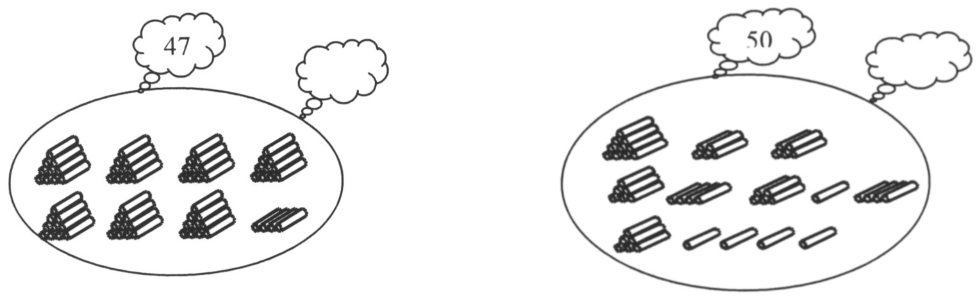
Remarquons, dans cet extrait, la répartition des rôles entre les élèves : Souliman (élève « faible » d'après l'analyse quantitative) n'a pas à mettre en œuvre la technique dans son ensemble mais juste donner le résultat des calculs conduits par la maîtresse ; Christophe (« très bon » élève) doit énoncer les éléments technologiques sans avoir à assurer l'articulation entre la praxis et le logos.

En centrant l'activité de l'élève sur un morceau de la technique, la maîtresse algorithmise le savoir mathématique enjeu de la situation (Perrin-Glorian, 1993 ; Mercier, 1995 ; Schubauer-Leoni, 1996). Produisant ainsi un univers cognitif appauvri l'enseignante met en avant une abstraction simple là où une abstraction réfléchissante est de rigueur et laisse donc à un élève « faible » la responsabilité de rendre son rapport personnel idoine au rapport institutionnel.

Le rapport personnel des élèves à la « dizaine » en fin d'année

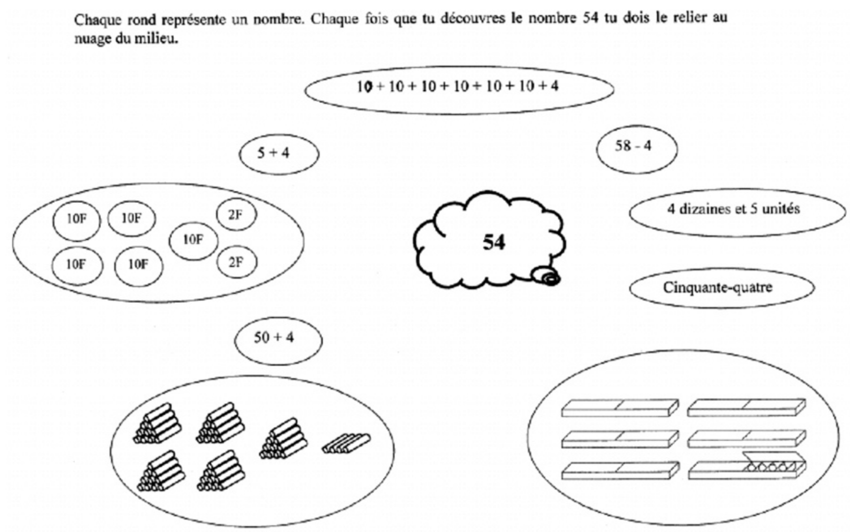
Pour dégager des composantes du rapport personnel des élèves à la numération de position nous étudierons trois items centrés sur cet aspect.

Le premier (item 202) dont la consigne lue par l'adulte « dans chaque rond les bûchettes ont été comptées par un enfant qui a marqué son résultat dans les nuages. S'il s'est trompé, écris le bon résultat dans les nuages blancs. » comportait les représentations suivantes :



Pour le second item (313) la consigne était « dessine 48 balles ».

La consigne du troisième item (533) « Chaque rond représente un nombre. Chaque fois que tu découvres le nombre 54 tu dois le relier au nuage du milieu » lue par l'expérimentateur accompagnait la représentation suivante.



Les 13 élèves (sur les deux classes soit 42 au total) réussissant à au moins un de ces items, appartiennent tous au minimum à la catégorie des élèves « moyens », au vu des résultats de notre épreuve et se répartissent en trois catégories :

1. Ceux possédant une partie des éléments technologiques (réussite à l'item 533) avec une forte représentation des élèves de la classe non ZEP : tous ces élèves réussissent cet item ; ceci est à mettre en rapport avec l'importance didactique donnée à ces aspects par cette maîtresse. Rien ne nous permet d'assurer que tous ces élèves en maîtrisent la sémantique.
2. Ceux recourant au groupement de dix uniquement dans l'action (réussite à l'item 202, 313 ou les deux).
3. Ceux alliant les aspects un et deux du groupement de dix. Seuls quatre élèves réussissent aux trois items et sont tous, d'après notre épreuve, au minimum de « bons » élèves.

Conclusion

L'analyse quantitative a montré l'absence de différence significative en terme de réussite à l'épreuve individuelle entre les élèves des deux classes. De plus le découpage en cinq champs s'avère intéressant car selon les enfants c'est un champ ou l'autre ou bien encore une association de quelques champs parmi les cinq qui sont déterminants. Ces résultats tendent à confirmer que le processus de conceptualisation ne relève pas d'un ordre total mais bien d'un ordre partiel.

L'analyse qualitative a permis de mettre en évidence que les maîtresse font jouer aux éléments technologiques un rôle variable en fonction du type de classe (ZEP versus non ZEP) et en fonction des réussites scolaires des élèves (« faible » versus « fort »). Elle a également montré l'impact de l'enseignement sur le rapport personnel des élèves, ici à la numération.

Ce sont donc les « bons » élèves qui développeraient les liens entre technique et technologie engageant ainsi dès 6 ans la compréhension de la structure globale de notre système décimal de numération. La question restante est de savoir à partir de quelles situations les autres élèves pourront opérer les rééquilibrations nécessaires pour construire un tel système.

Références

Baroody, A. (1991). Procédures et principes de comptage : leur développement avant l'école. *In* J. Bideaud, C. Meljac et J. P. Fischer (dir.) *Les chemins du nombre*. Lille : PUL.

Briand., J. (1999). Contribution à la réorganisation des savoirs pré-numériques et numériques. Étude et réalisation d'une situation d'enseignement de l'énumération dans le domaine pré-numérique. *Recherches en didactique des mathématiques*, Volume 19/1.

Brousseau G., (1980), L'échec et le contrat. *Recherches*, n° 41, p. 177-182.

Brousseau G., (1996) L'enseignant dans la théorie des situations didactiques. *In* Noirfalise R. et Perrin M.J. (dir.) *Actes de la VIII^e École d'été de didactique des mathématiques*. IREM de Clermont-Ferrand, p. 3-46.

Chevallard, Y. (2003). Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques. *In* Maury. S. et Caillot. M. (sous la direction) *Rapport au savoir et didactique*. Paris, Éditions Fabert, Collection Éducation et sciences.

Fuson, K. (1991) Relations entre comptage et cardinalité chez les enfants de deux à huit ans. *In* J. Bideaud, C. Meljac et J.-P Fischer (dir.), *Les chemins du nombre*. Lille : PUL.

Gelman R. et Gallistel C.-R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, MA : Harvard University Press.

Laborde. C., et Vergnaud. G. (1994). L'apprentissage et l'enseignement des mathématiques. *In* G. Vergnaud. (Coord.) *Apprentissages et didactiques, où en est-on ?* Hachette, Éducation.

Menotti G., (2001), *Pratique institutionnelle et contrat didactique lors du processus d'enseignement de la notion de volume au collège*. Thèse de doctorat, Université PARIS V – René Descartes, Paris, 257 p.

Mercier A., (1995), Le traitement public d'éléments privés du rapport des élèves aux objets de savoirs mathématiques. *In* Arsac G. *et al*, *Différents types de savoirs et leur articulation*. Grenoble : La Pensée Sauvage, Éditions, p. 145-169.

Perrin-Glorian M. J., (1993), Contraintes de fonctionnement des enseignants au Collège : ce que nous apprend l'étude de « classes faibles ». *Petit x*, Grenoble, IREM, p. 5-40

Schubauer-Leoni M. L., (1996), Étude du contrat didactique pour des élèves en difficultés en mathématiques, problématique didactique et/ou psychosociale. *In* Raisky C., Caillot M. (dir.) *Au-delà des didactiques, le didactique*. Bruxelles, De Boek, p. 160-189.

Sophian, C. (1991). Le nombre et sa genèse avant l'école primaire. Comment s'en inspirer pour enseigner les mathématiques. *In* J. Bideau, C. Meljac et J.P. Fischer (dir.) *Les chemins du nombre*. Lille : PUL.

Pour joindre les autrices

Guilaine Menotti
Les Pouzeraques
46230 CREMPS
France
menotti.guilaine@free.fr

Graciela Ricco
17 rue des Cordelières
75013 Paris
France
gricco@univ-paris8.fr

Laurence Allenbach
2 rue Michal
75013 Paris
France
laurence.allenbach@free.fr