



Des phénomènes d'instrumentation pointés dans l'utilisation de bases d'exercices en classe

Fabrice Vandebrouck et Natalia Barroso Cordeiro, Équipe Didirem, Université Paris 7, France

Résumé

Nous exploitons les données d'une expérimentation ayant eu lieu en mars 2004 avec des étudiants de première année d'université mettant en fonctionnement sur la base d'exercices interactifs Wims leurs connaissances anciennes de lycée sur les fonctions. Nous présentons dans un premier temps la base d'exercices Wims puis nous étudions plusieurs exercices choisis car emblématiques de phénomènes liés à l'instrumentation. L'analyse fine des traces d'activité fournies par le logiciel permet en particulier de mettre en évidence des « fausses activités » chez les étudiants, liées aux types de tâches en jeu et aux environnements des exercices.

L'instrumentation technologique dans l'enseignement des mathématiques fournit des données statistiques sur l'activité réelle des élèves. Dans cette communication, nous exploitons les données d'une expérimentation ayant eu lieu en mars 2004 avec des étudiants de première année d'université mettant en fonctionnement sur la base d'exercices interactifs Wims leurs connaissances anciennes de lycée sur les fonctions. L'analyse fine des traces d'activité fournies par le logiciel permet de mettre en évidence quelques phénomènes liés à cette instrumentation.

L'activité des étudiants est ce que nous retenons en didactique des mathématiques comme indicateur des mises en fonctionnement, des reconstructions de connaissances, voire des apprentissages potentiels. Une partie seulement de cette activité est observable (traces écrites, orales, traces sur l'ordinateur) mais l'autre partie peut être inférée en fonction des tâches mathématiques proposées aux étudiants à travers les exercices, du scénario organisé par l'enseignant (organisation des tâches, gestion globale) et du déroulement effectif de la séance (gestion *in vivo* dans la classe, forme de travail effective des étudiants, etc.). C'est donc une confrontation entre des analyses *a priori* des activités potentielles des élèves et des analyses *a posteriori* des traces fournies par le logiciel qui peut nous permettre de mettre en évidence ces phénomènes d'instrumentation annoncés. Nous entendons par là des caractéristiques de l'activité étudiante imputables au fait que les tâches, les scénarios et les déroulements soient déclinés en environnement informatique, en essayant d'aller vers une approche instrumentale au sens de Artigue (2002).

Nous présentons dans un premier temps la base d'exercices Wims avec les spécificités qui induisent pour partie le scénario de notre expérimentation. Ensuite, nous étudions plusieurs exercices choisis car emblématiques de ces phénomènes d'instrumentations.

1. Le serveur Wims et l'expérimentation

Wims (<http://wims.unice.fr/wims>) est un serveur interactif d'exercices, d'usage libre, développé à Nice à l'initiative de Xiao Gang (2000). Plusieurs sites miroirs existent en France dont celui d'Orsay sur lequel plus d'une centaine de classes ou groupes de classes sont constitués. Ceci jus-

tifie pleinement que l'on s'intéresse à son intégration dans les classes. Voici la page d'accueil du serveur Wims de l'Université d'Orsay.



Figure 1 – Page d'accueil du serveur Wims d'Orsay

1.1 Un exercice Wims

Une spécificité de Wims est que les exercices proposés aux étudiants sont programmés et que les paramètres des énoncés sont à variation aléatoire. C'est-à-dire qu'un étudiant peut refaire plusieurs fois le même exercice sans que ce soit exactement le même énoncé ou encore qu'en classe, des étudiants côte à côte ne travaillent pas sur le même énoncé d'un exercice. Voici un exemple d'exercice.



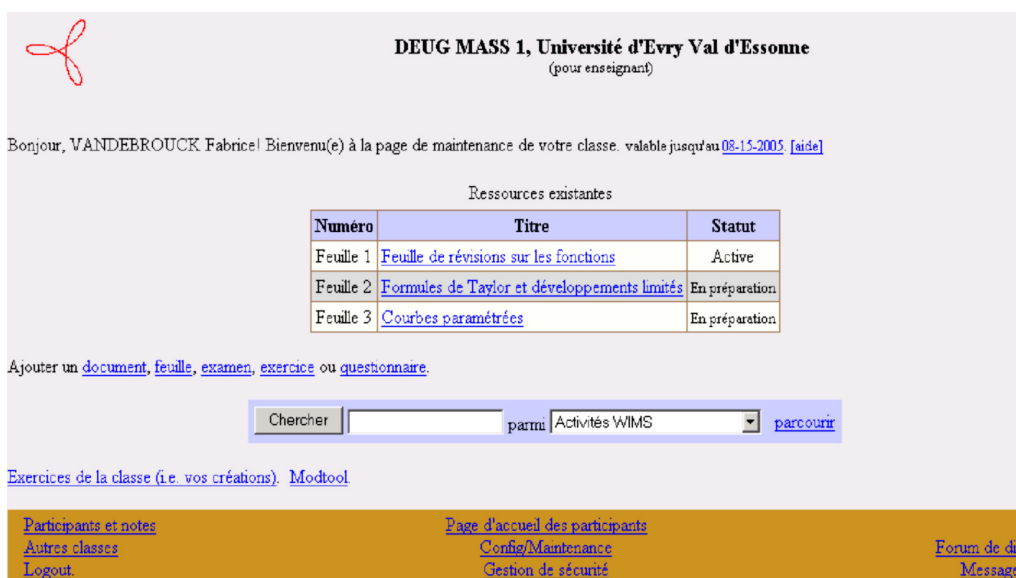
Figure 2 – Exercice Joint

Lorsque l'étudiant relance l'exercice, il se voit proposer une autre fonction établie aléatoirement par Wims à partir de valeurs numériques aléatoires et d'un panel de fonctions classiques prédéfinies par le concepteur.

Les réponses attendues sont en général des valeurs numériques, des expressions algébriques ou des réponses à des QCM. Elles sont analysées par les logiciels de calcul et Wims attribue un score, nombre de points variant de 0 à 10, à chaque fois qu'un exercice est terminé. Wims donne en général la bonne réponse à l'exercice mais jamais la façon de l'obtenir.

1.2 Une feuille de TD Wims

Les enseignants proposent des feuilles de travaux dirigés (TD-Wims) qu'ils élaborent en choisissant et en organisant des exercices Wims. Ils peuvent alors recueillir la moyenne de chacun de leurs étudiants pour chaque exercice, pour chaque feuille de TD-Wims ou pour l'ensemble des feuilles de TD-Wims.



DEUG MASS 1, Université d'Evry Val d'Essonne
(pour enseignant)

Bonjour, VANDEBROUCK Fabrice! Bienvenu(e) à la page de maintenance de votre classe. valable jusqu'au 08-15-2005 [aide]

Ressources existantes

Numéro	Titre	Statut
Feuille 1	Feuille de révisions sur les fonctions	Active
Feuille 2	Formules de Taylor et développements limités	En préparation
Feuille 3	Courbes paramétrées	En préparation

Ajouter un [document](#), [feuille](#), [examen](#), [exercice](#) ou [questionnaire](#).

Chercher parmi [parcourir](#)

[Exercices de la classe \(i.e. vos créations\)](#). [Modtool](#)

[Participants et notes](#) [Page d'accueil des participants](#)
[Autres classes](#) [Config/Maintenance](#) [Forum de discussion](#)
[Logout](#) [Gestion de sécurité](#) [Message](#)

Figure 3 – Espace de travail personnel d'un étudiant (année 2005)

Les étudiants ont la liberté de faire les exercices dans l'ordre qu'ils veulent ce qui est une variable forte du scénario. Ils peuvent également refaire autant qu'ils le veulent les exercices proposés. Ils peuvent enfin choisir d'activer ou de suspendre l'enregistrement de leurs scores. C'est-à-dire qu'ils peuvent s'entraîner «à blanc» sur chacun des exercices des feuilles de TD-Wims. Lorsqu'ils se sentent prêts, ils peuvent alors activer l'enregistrement de leurs scores pour que les notes obtenues comptent dans leur moyenne.

1.3 Le scénario spécifique de notre expérimentation

L'expérimentation se déroule à l'université d'EVRY en DEUG MASS première année. Les étudiants sont au nombre de 23, seuls devant leur machine. Ils travaillent en présence de leur enseignant dans le cadre de séances de TD-Wims à l'université mais ils ont aussi la possibilité de travailler en

salle libre-service ou chez eux, le serveur Wims étant en ligne. Même s'ils ne travaillent pas sur les mêmes énoncés, les étudiants peuvent s'entraider pendant les séances de TD-Wims. Les notes fournies par le logiciel Wims interviennent dans le contrôle continu pour la validation des modules de mathématiques.

La feuille d'exercices proposée comporte 16 exercices mettant en fonctionnement les connaissances anciennes des étudiants sur les fonctions. Pour les analyses de tâches des exercices choisis, nous retiendrons la nature des mises en fonctionnement des connaissances en jeu. Dans Robert (1998) sont proposés des outils précis pour mener à bien les analyses de tâches en lien avec les activités attendues chez les élèves :

- Quelles sont les connaissances à utiliser ? Y a-t-il un mélange avec des connaissances nouvelles ? Les connaissances mises en jeu doivent-elles être disponibles pour les étudiants, c'est-à-dire qu'ils doivent d'abord les reconnaître avant de les utiliser ou bien ces connaissances sont-elles explicitées par l'énoncé ?
- Les mises en fonctionnement proprement dites sont-elles des applications immédiates, c'est-à-dire des contextualisations immédiates de connaissances appelées explicitement par l'énoncé ? Y a-t-il au contraire des adaptations à apporter : reconnaissance des modalités d'utilisation de la ou des connaissances, introduction d'intermédiaires, d'étapes, de notations, d'inconnues ou changements de cadre, de registres ?

DEUG MASS 1 de Université d'Evry

Préparation de la feuille 1

Cette feuille est active. [L'expirer maintenant](#) ou [désactiver](#).

Titre :	Révisions sur les fonctions	Modifier
Description :	CETTE FEUILLE FAIT PARTIE DU PROGRAMME DE REVISION SAUF LES EXERCICES 14, 15 ET 16 (qui ne compteront pas non plus dans	
Page de présentation :	aide	
Date d'expiration :	15 aout 2004	

Contenu de la feuille : [[Version imprimable](#)]

1. [Collection d'intervalles](#), 10 points de poids 1.
2. [Valeur d'une fonction I](#), 10 points de poids 1.
3. [OEF affine](#), 10 points de poids 1.
4. [Coincidence Libre I](#), 10 points de poids 1.
5. [Coincidence Libre II](#), 10 points de poids 1.
6. [Joint niveau II](#), 10 points de poids 1.
7. [Fonctions graphiques](#), 10 points de poids 1.
8. [Dérivée graphique niveau II](#), 10 points de poids 1.
9. [Continuité et suites III](#), 10 points de poids 1.
10. [Continuité et suites IX](#), 10 points de poids 1.
11. [Cercle](#), 10 points de poids 1.
12. [Tour](#), 10 points de poids 1.
13. [Triangle droit](#), 10 points de poids 1.

Figure 4 – La feuille de travail numéro 1 au moment de la préparation

1.4 Données recueillies

Outre les notes fournies par le logiciel lui-même, les données recueillies pour la recherche sont de deux types : des données brutes individuelles sur le parcours de chaque étudiant fournies par le serveur Wims (journaux de traces) et des données traitées par étudiant et par exercice, obtenues en important les données brutes dans un tableur. Nous n'explicitons ici que les données traitées.

Tableau 1
Données traitées pour un étudiant sur un exercice

00:48:47	temps total passé sur l'exercice
00:24:01	durée de la première rencontre
00:37:54	temps pour avoir la note maximale de 10
10	nombre de new
4	nombre de scores
35	total des notes
8,75	moyenne des notes
25	total des trois premières notes
8,33333333	moyenne des trois premières notes
30	total des trois dernières notes
10	moyenne des trois dernières notes

Il s'agit des données traitées de l'un des 23 étudiants sur l'exercice Joint. Le nombre de new est le nombre de fois où l'exercice est exécuté. Le nombre de score, toujours inférieur, est le nombre de fois où une réponse est soumise. La durée de la première rencontre est le temps passé par l'étudiant pour soumettre son premier résultat sur l'exercice (temps entre le premier new et le premier score). Le temps pour avoir la note maximale de 10 sur 10 est le temps entre le premier new et le premier score 10 s'il existe. Le rapport entre nombre de new sur le nombre de score, toujours supérieur à 1 est appelé indice de difficulté et étudié par Vandebrouck et Cazes (2004). Plus cet indice est proche de 1, plus l'exercice a été traité (pas forcément de manière juste) par les étudiants. En revanche, plus cet indice s'éloigne de 1, plus les étudiants ont « séché » sur l'exercice au point de ne pas pouvoir soumettre de réponse. Enfin viennent des informations sur le nombre de points de l'étudiant à l'exercice et les moyennes. Dans ces données traitées, nous ne distinguons pas les points que l'étudiant a enregistrés pour sa moyenne comptée de ceux qu'il a obtenus « à blanc ». Ainsi nous pouvons savoir si l'étudiant a réellement réussi l'exercice en considérant sa moyenne des trois dernières notes et en la confrontant le cas échéant avec sa moyenne des trois premières.

Le recueil dans chaque expérimentation des données traitées pour chaque étudiant et chaque exercice permet d'obtenir des données traitées globales relatives à chaque exercice.

Tableau 2
Données traitées globales pour un exercice

nombre d'étudiants	21	06:15:05	temps total de travail des étudiants sur l'exercice
	21	00:17:52	temps de travail moyen par étudiant
	16	00:07:30	durée moyenne de la première rencontre
	9	00:17:03	temps moyen pour avoir 10/10
	21	200	nombre total de new
	16	110	nombre total de scores
	16	625	total des notes des étudiants
	16	5,33474588	moyenne des notes des étudiants
	12	165	total des trois premières notes
	12	4,58333333	moyenne des trois premières notes
	12	230	total des trois dernières notes
	12	6,38888889	moyenne des trois dernières notes

Il s'agit des données traitées globales pour l'exercice *Joint*. Les données traitées globales permettent de recueillir dans la troisième colonne du tableau 4 des moyennes et des totaux pour chaque exercice à partir des données individuelles des étudiants ayant travaillé dans la classe virtuelle. La deuxième colonne du tableau 4 donne le nombre d'étudiants sur lequel est calculé le total ou la moyenne de la ligne correspondante. Dans cet exemple, 21 étudiants ont travaillé l'exercice mais seulement 12 d'entre eux ont obtenu plus de 3 notes. La cinquième ligne est le nombre de new relevés pour l'ensemble des 23 étudiants de l'expérimentation. Dans cet exemple, l'exercice a été exécuté 200 fois, soit 8,7 fois en moyenne par étudiant. La sixième ligne est le nombre total de score relevés. Sur les 200 exécutions, seules 110 ont abouti à la soumission d'un résultat. La septième ligne est le total des points recueillis.

2. Des phénomènes liés à l'instrumentation technologique

Dans cette partie, nous voulons confronter nos analyses a priori de certains exercices avec les traces d'activité réelle des étudiants. Notre hypothèse est que l'activité réelle des étudiants va être influencée, non seulement par les tâches et l'autonomie permise par le scénario, mais aussi par l'environnement des exercices et les types de réponses attendues : réponses à des QCM, réponse numérique, réponse algébrique, etc.

2.1 Deux exercices sous forme de QCM

Nous donnons l'exemple de deux exercices de l'expérimentation dont les réponses attendues sont un choix parmi plusieurs réponses (QCM). Le premier exercice est un exercice d'application immédiate de connaissances très anciennes. Le second comporte de nombreuses adaptations de connaissances anciennes et nouvelles.

Nous étudions tout d'abord l'exercice 3 droite animée (il s'appelle OEF affine dans la figure 4). En voici un énoncé.

Droite animée

Exercice. Voici une droite animée d'équation $y = ax + b$. Qu'est-ce qui varie : le coefficient directeur a , l'ordonnée à l'origine b ou les deux ?



Entrez votre réponse :

☐ le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine
☐ uniquement l'ordonnée à l'origine
☐ uniquement le coefficient directeur
☐ je n'ai aucune idée

Envoyer la réponse

Figure 5 – Exercice Droite animée

Le graphe de la fonction affine est animé : la droite pivote soit autour de son intersection avec l'axe des ordonnées, soit autour d'un point quelconque, soit se déplace par translation. Pour des étudiants de première année d'université, cet exercice ne met en jeu que des connaissances très anciennes de la classe de troisième sur les droites affines. L'adaptation de connaissance due au changement de cadre (les données sont dans le cadre graphique alors que la réponse est demandée dans le cadre algébrique) ne peut pas être retenue. Il s'agit donc d'un exercice d'application immédiate de connaissances sur les droites affines.

L'étude des données traitées montre que cet exercice n'est pas totalement immédiat : il faut (relativement à leur niveau) beaucoup de temps aux étudiants pour le résoudre correctement lors de la première rencontre et pour avoir la note maximale de 10. Notons que cet exercice n'est pas le premier de la feuille d'exercice et que l'aspect nouveauté du travail sur Wims peut du coup être négligé.

Tableau 3
Extrait de données traitées globales pour l'exercice droite animée

Nombre d'étudiants	23	02:22:05	temps total sur l'exercice
	23	00:06:11	temps moyen par étudiant
	23	00:00:50	durée moyenne de la première rencontre
	22	00:01:19	temps moyen pour avoir 10
	23	474	nombre de new
	23	462	nombre de scores

	23	8,19264225	moyenne des notes par étudiant
	14	5,71428571	moyenne des trois premières notes
	14	8,33333333	moyenne des trois dernières notes

Cependant, les étudiants maîtrisent les savoirs en jeu : ils réussissent tous l'exercice (sauf un étudiant qui a essayé deux fois et a eu un total de zéro), leur moyenne générale est bonne et pour les 14 étudiants qui ont exécuté l'exercice plus de 3 fois, la moyenne des trois dernières notes est nettement supérieure à celle des trois premières. L'indice de difficulté calculé sur les traitées globales est d'ailleurs très proche de 1 : quasiment tous les exercices exécutés donnent lieu à une réponse. Une étude encore plus détaillée des fichiers de traces montre même que l'augmentation est toujours linéaire jusqu'à la note maximale de 10.

L'étude montre cependant que certains étudiants refont sans cesse cet exercice simple : il semble qu'ils veuillent absolument approcher la moyenne de 10 sur 10, quitte à refaire sans arrêt la même tâche. Il y a parfois de longues séries de scores 10 dans les journaux de traces. Voici par exemple des données traitées pour cinq des étudiants sur l'exercice droite animée : leur total des notes est pour tous les cinq supérieur à 200.

Tableau 4
Extrait de données traitées pour 5 étudiants sur l'exercice droite animée

00:07:00	00:10:50	00:18:20	00:20:51	00:36:38	temps total passé sur l'exercice
24	41	48	69	186	nombre de scores
220	360	390	610	1550	total des notes
9,16666667	8,7804878	8,125	8,84057971	8,33333333	moyenne des notes
3,33333333	3,33333333	3,33333333	3,33333333	6,66666667	moyenne des trois premières notes
10	10	10	10	10	moyenne des trois dernières notes

En suivant le parcours de ces étudiants, on constate qu'ils sont revenus travailler sur l'exercice droite animée après avoir visité d'autres exercices.

Nous donnons maintenant l'exemple des exercices 9 ou 10 continuité et suites III ou continuité et suites IX qui sont deux exercices sensiblement identiques. Il s'agit d'exercices qui mettent en jeu des relations entre la continuité des fonctions et les suites. Les étudiants doivent répondre « oui » ou « non » à deux propositions.

Exercice. Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction réelle. Les énoncés suivants sont-ils toujours vrais ?

A. Si f est continue en 9, alors il existe une suite (x_n) avec $x_n \neq 9$ et $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 9$, telle que la suite $(f(x_n))$ est convergente avec $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = f(9)$.

B. Si il existe une suite (x_n) avec $x_n \neq 9$ et $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 9$, telle que la suite $(f(x_n))$ est convergente avec $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = f(9)$, alors f est continue en 9.

Entrez votre réponse :

Enoncé A :

Enoncé B :

Figure 6 – Exercice continuité et suites

Outre les variables numériques, la combinaison aléatoire des items de base constituant les propositions A et B permet d'en générer plus d'une vingtaine. L'exercice amène les étudiants à utiliser les fonctions de façon décontextualisée. Il mélange des connaissances anciennes sur les suites et la continuité avec des connaissances du premier semestre de l'université liées notamment à la généralité. Ces connaissances doivent être mobilisables et adaptées aux différents items proposés. Il n'y a pas, en particulier, de technique de résolution de l'exercice. Voici les statistiques d'activité traitées pour 5 étudiants sur les exercices 9 ou 10.

Tableau 5
Extrait de données traitées pour 5 étudiants sur l'exercice continuité et Suites

00:17:53	00:06:35	00:41:47	00:34:51	00:04:07	temps total passé sur l'exercice
00:00:37	00:03:00	00:01:36	00:03:08	00:01:19	durée de la première rencontre
00:01:08	00:03:40	00:01:36	00:03:08	00:01:19	temps pour avoir 10/10
24	8	30	12	11	nombre de new
22	8	27	7	10	nombre de scores
80	48	198	58	46	total des notes
3,63636364	6	7,33333333	8,28571429	4,6	moyenne des notes
3,33333333	6,66666667	8	8	6,66666667	moyenne des trois premières notes
0	4,66666667	6	8	6	moyenne des trois dernières notes

Pour ces étudiants, la moyenne des trois dernières notes est inférieure à la moyenne de toutes les notes, voire inférieure à la moyenne des trois premières notes. Pourtant les nombres d'essais sont multiples (au moins de 7 scores). Cela signifie que ces étudiants n'arrivent pas à stabiliser leurs notes à hauteur de 10. On peut donc dire qu'ils ne savent pas réussir correctement l'exercice. On peut penser que l'effet QCM, cumulé au fait que le logiciel leur donne après chaque essai la bonne

réponse, incite les étudiants à répondre au hasard pour essayer de comprendre. Ce fonctionnement est appelé « fausse activité » car ce n'est pas l'activité attendue par notre analyse a priori. Les indices de difficulté sont assez proches de 1, ce qui traduit le fait que les étudiants ressentent d'ailleurs l'exercice comme facile. Cette hypothèse de « fausse activité » est confirmée par le fait que l'étudiant qui n'avait pas réussi l'exercice 3 n'a réussi aucun autre exercice de la feuille sauf cet exercice 9 (et les exercices 1 et 2 qui étaient triviaux). Elle est également confirmée par le fait que cet exercice a été proposé à des étudiants Brésiliens qui n'avaient pas les connaissances nécessaires pour le réussir et qui pourtant ont y obtenu des points.

2.2 Trois exercices où sont demandées des réponses numériques

Nous étudions maintenant les trois exercices Cercle, Tour, Triangle donnés dans cet ordre.

Exercice. Nous avons un cercle dont le rayon augmente à une vitesse constante de 9.4 centimètres par seconde. A l'instant où le rayon égale 22 centimètres, quelle est la vitesse d'augmentation de son aire (en cm^2/s) ?

Entrez votre réponse :

Vitesse d'aire =

Figure 7 – Exemple d'énoncé de l'exercice 11 « cercle »

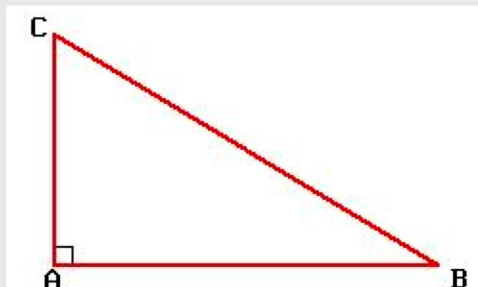
Exercice. Quelqu'un marche vers une tour à une vitesse constante de 1.8 mètres par seconde. Si la hauteur de la tour est de 146 mètres, à quelle vitesse (en m/s) la distance entre l'homme et le sommet de la tour diminue, quand la distance entre l'homme et le pied de la tour est de 182 mètres ?

Entrez votre réponse :

vitesse en m/s =

Figure 8 – Exemple d'énoncé de l'exercice 12 « tour »

Exercice. Nous avons un triangle droit comme suit, où $AB=90$ mm, et AC augmente à une vitesse constante de 11 mm/s. Au moment où $AC=28$ mm, quelle est la vitesse du changement de BC (en mm/s)?



Entrez votre réponse :

Vitesse de BC en mm/s =

Figure 9 – Exemple d'énoncé pour l'exercice 13 «triangle»

Ces exercices 11, 12 et 13 mettent en jeu des connaissances sur les fonctions au niveau disponible avec des adaptations qui sont dues aux modélisations. Pour résoudre chacun de ces exercices, les étudiants doivent en effet adapter leurs connaissances sur les fonctions numériques en les utilisant pour traduire les trois situations en équations fonctionnelles. Ils doivent reconnaître des compositions de fonctions pour dériver les variables en question par rapport au temps et trouver ainsi les vitesses demandées. Cependant l'analyse a priori du scénario permet d'inférer que l'enchaînement des trois exercices va avoir une influence sur l'activité des étudiants à chacun des exercices. En effet, la connaissance principale à mettre en fonctionnement dans l'exercice Cercle est la dérivation de la fonction composée $a(t) = \pi r^2(t)$ en $a'(t) = 2\pi r(t)r'(t)$. Il s'agit de la même connaissance qu'il faut mettre en fonctionnement dans les exercices Tour et Triangle au moment de dériver $D^2(t) = d^2(t) + h^2$ ou $BC^2(t) = AC^2(t) + AB^2$. En outre, l'exercice Triangle est une version simplifiée de l'exercice Tour. Cette rapide analyse a priori permet donc d'inférer une augmentation de la rentabilité des étudiants dans l'exécution des trois exercices à la suite. Voici cependant des données traitées globales.

Tableau 6

Extrait de données traitées globales pour les exercices Cercle, Tour, et Triangle

	Cercle		Tour		Triangle	
19	07:12:22	18	06:56:11	19	03:10:34	temps total sur l'exercice
19	00:22:47	18	00:24:18	19	00:10:01	temps moyen par étudiant
17	00:05:49	14	00:09:37	11	00:07:21	durée moyenne de la première rencontre
15	00:19:11	11	00:28:40	6	00:09:30	temps moyen pour avoir 10

et une restriction de ces données traitées aux 6 étudiants qui ont réussi les 3 exercices. Ces 6 étudiants ont bien abordé et réussi les exercices dans l'ordre de la feuille de TD-Wims. Il est ainsi significatif de comparer les données propres à chaque exercice sur la base de ces 6 étudiants.

Tableau 7
Données traitées sur 6 étudiants pour les mêmes exercices

	Cercle		Tour		Triangle	
6	02:19:34	6	02:41:32	6	01:43:09	temps total sur l'exercice
6	00:23:16	6	00:26:55	6	00:17:12	temps moyen par étudiant
6	00:03:59	6	00:07:42	6	00:05:17	durée moyenne de la première rencontre
6	00:18:14	6	00:24:25	6	00:09:30	temps moyen pour avoir 10
6	68	6	57	6	54	nombre de new
6	52	6	41	6	47	nombre de scores
6	338	6	226	6	330	total des notes
6	6,27991453	6	6,10037879	6	6,72705314	moyenne des notes par étudiant

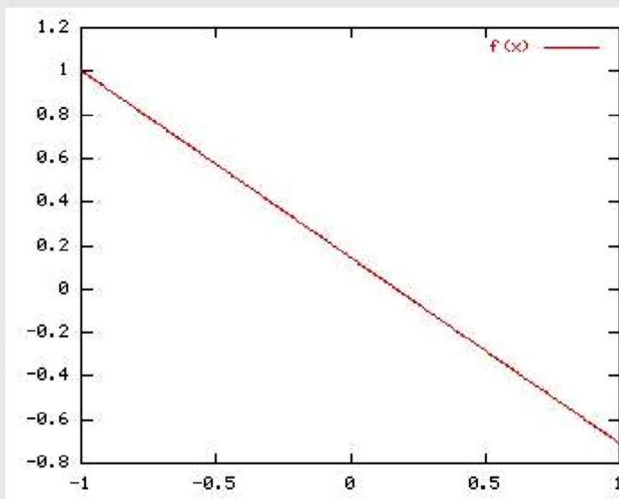
L'analyse de l'activité réelle de ces 6 étudiants fait apparaître qu'il n'y a pas du tout de gain de rentabilité entre l'exercice Cercle et l'exercice Tour : les étudiants travaillent autant sur le deuxième exercice que le premier pour un total de points inférieur. Plus précisément, ils mettent sensiblement plus de temps à la première rencontre et beaucoup plus de temps pour obtenir la note maximale de 10. Enfin, les indices de difficultés calculés sur ces données globales ($68/52=1,30$ et $57/41=1,39$) ne sont pas en diminution, au contraire. Cela peut signifier que l'exercice Tour présente par rapport à l'exercice Cercle des adaptations de connaissances plus fines et qu'il convient de revenir sur l'analyse a priori des tâches et les activités attendues pour comprendre pourquoi les étudiants ne profitent pas du travail sur le Cercle en abordant la Tour. Cela peut cependant aussi signifier qu'il y a là encore « fausse activité » et que dans ce scénario Wims, les étudiants ne mettent pas en fonctionnement les connaissances comme souhaité pour résoudre l'exercice Cercle.

Le passage de la Tour au Triangle est plus cohérent avec l'analyse a priori qui met en évidence que le Triangle est une version simplifiée de la Tour : les moyennes sont sensiblement meilleures, l'indice de difficulté plus faible (1,14 contre 1,39) tandis que les temps à la première rencontre et pour avoir 10 diminuent. Ceci étant, un rapide retour sur les statistiques traitées de l'ensemble des étudiants à ces trois exercices montre que seuls 6 étudiants ont réussi le Triangle alors qu'ils étaient 11 à réussir la Tour. Là encore, l'activité développée par les étudiants est-elle véritablement celle attendue ?

2.3 Un exercice d'approximations successives

Notre dernier exemple est donné par l'exercice coïncidence libre dont voici un énoncé.

Vous voyez ici la courbe d'une fonction réelle $f(x)$ définie sur l'intervalle $[-1,1]$. Votre but est de trouver une fonction dont la courbe est la plus proche possible de celle de $f(x)$.



Envoyer votre essai numéro 1 (sur 10) :

$g(x) =$ [Aide sur les noms des fonctions](#). (Votre définition de $g(x)$ est limitée à 25 caractères après le traitement par le serveur.)

Figure 10 – Exemple d'énoncé de l'exercice 4 «coïncidence libre»

Il s'agit là encore d'un exercice qui ne met en fonctionnement que des connaissances anciennes sur les droites affines. Cependant, il ne s'agit pas d'applications immédiates de ces connaissances. Outre le changement de cadre (Douady, 1987) qui est ici une adaptation conséquente, les étudiants doivent reconnaître la forme affine et choisir parmi plusieurs méthodes possibles de résolution. Cependant ils ont droit à 10 essais. À chaque essai, il y a une rétroaction du logiciel qui montre le graphe correspondant à la proposition et permet à l'étudiant d'affiner sa réponse. Il faut noter que pour des raisons techniques, la note de 6 sur 10 correspond déjà à une très bonne approximation. Les données traitées pour cet exercice sont les suivantes.

Tableau 8
Données traitées globales pour l'exercice coïncidence libre

22	16:29:28	temps total sur l'exercice
22	00:44:59	temps moyen par étudiant
3	00:51:42	temps moyen pour avoir 10
22	300	nombre de new
18	91	nombre de scores
18	511	total des notes

18	5,76898148	moyenne des notes par étudiant
13	4,76923077	moyenne des trois premières notes
13	5,92307692	moyenne des trois dernières notes

Les données montrent ici que les étudiants ont travaillé énormément cet exercice : le temps de travail moyen approche les 45 minutes. L'indice de difficulté calculé sur les données traitées (300/91) est supérieur à 3, ce qui traduit le fait que de nombreux exercices exécutés sont abandonnés en cours de route, c'est dire la difficulté. Pourtant 18 étudiants réussissent l'exercice dont 13 plus de trois fois avec une très bonne moyenne finale.

Conclusion

Pour l'enseignant, un certain nombre de données peuvent être retenues comme par exemple la nécessité de proposer aux étudiants des exercices d'applications immédiates de connaissances anciennes. Sur ces exercices, la réussite est visible mais pas nécessairement immédiate comme le montre l'exemple droite animée. En outre, de tels exercices faciles ne sont pas toujours proposés en environnement papier-crayon car jugés inutiles ou comme perte de temps. Il est simplement utile de les prévoir dans un scénario sur une base d'exercice. Les étudiants peuvent les travailler seuls, en dehors des séances collectives, à leur rythme comme l'on déjà montré de nombreux résultats (Vandebrouck et Cazes, 2005).

Le premier phénomène lié au fait d'utiliser Wims apparaît dès lors qu'on mélange ces exercices immédiats avec des exercices plus difficiles. Si le contrat didactique (Brousseau, 1997) stipule que c'est la moyenne générale à la feuille de TD-Wims qui compte, les étudiants faibles, dans une logique de réussite, misent sur son augmentation en se focalisant sur les exercices faciles. Il s'agit cependant d'un mauvais calcul pour eux car leur moyenne générale n'augmente pas significativement s'ils ne travaillent que quelques exercices. Cette dérive, observée que les connaissances soient anciennes ou nouvelles, ne pourrait pas exister dans un environnement papier-crayon et nous l'interprétons comme un phénomène d'instrumentation lié au contrat didactique.

Pour les exercices où les mises en fonctionnement de connaissances comportent des adaptations, nous observons d'autres phénomènes d'instrumentation liés non seulement aux types de tâches mais aussi aux environnements des exercices. En effet, dans les QCM, le risque de réponse au hasard, qui existe dans un environnement papier-crayon, semble ici accentué. Les étudiants peuvent en effet développer une stratégie de réponses au hasard pour essayer de comprendre l'exercice, ce qui n'a rien d'évident comme dans l'exemple développé ici de continuité et suites : la bonne réponse donnée après chaque essai n'est pas une rétroaction au sens de Brousseau (1997) et il n'est pas possible de construire une technique de résolution de ces exercices aléatoires. Dans d'autres cas, la réponse validée est une réponse numérique. Cela interdit a priori la procédure essai/erreur. Ceci étant, le type de tâche proposé permet la résolution par une technique routinière (Chevallard, 1999). Les étudiants peuvent à nouveau développer une « fausse activité », c'est-à-dire ne développer, en multipliant les essais, que le côté pragmatique de la technique (Lagrange, 2000 ; Artigue,

2002)¹. Plus précisément, dans l'exemple du cercle, la résolution ne relève peut-être plus pour eux que d'une recette répétitive $a'(t) = 2\pi r(t)r'(t)$ qui fonctionne à chaque nouvel énoncé aléatoire mais qui ne permet pas l'adaptation à la version Tour.

Il est possible de proposer aléatoirement, en un même exercice, plusieurs formes modélisées mettant en fonctionnement les connaissances visées : c'est-à-dire un exercice qui propose aléatoirement un énoncé cercle, tour ou triangle. Le travail sur ces trois formes données aléatoirement peut certainement favoriser, par les adaptations qu'il nécessite (reconnaître notamment à chaque fois la composée) une activité mathématique réelle et l'apprentissage véritable des étudiants autour de la connaissance visée. Comme dans l'exemple de coïncidence libre qui propose des rétroactions basées sur les propositions des étudiants et une activité non possible en environnement traditionnel, nos résultats laissent à penser que cette véritable activité mathématique se développe bien dans des environnements qui apportent une richesse par rapport à l'environnement papier-crayon (formes aléatoires de l'énoncé, rétroactions...).

Références

- Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(3): 245-274.
- Brousseau, G. (1997) *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Kluwer Academic Publishers.
- Cazes, C., Gueudet, G., Hersant, M., Vandebrouck, F., (2005) *Problem solving and Web resources at tertiary level*. CERME 2005.
- Chevallard, Y. (1999) L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactiques des mathématiques*, vol 19-2, p. 221-226.
- Douady, R. (1987). Jeux de cadres et dialectique outil/objet. *Recherches en didactique des mathématiques*, vol 7-2, p. 5-32.
- Hersant, M., Vandebrouck, F., (2006) Bases d'exercices en ligne et phénomènes d'enseignement-apprentissage. *Repère IREM* numéro 62, janvier 2006.
- Lagrange, J.B. (2000). L'intégration d'instruments informatiques dans l'enseignement: Une approche par les techniques. *Educational Studies in Mathematics*, 43(1): 1-30.
- Robert A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en didactique des mathématiques*, vol 18-2, p. 139-190.
- Robert, A. et Rogalski, M. (2002) Comment peuvent varier les activités mathématiques des élèves sur des exercices? Le double travail de l'enseignant sur les énoncés et sur la gestion en classe. *Petit x* numéro 60, p. 6-25.
- Vandebrouck, F., Cazes, C. (2005) Analyse de fichiers de traces d'étudiants: aspects didactiques. *Revue STICEF*, Volume 12, 2005, ISSN: 1764-7223, mis en ligne le 18/01/2006, <http://sticef.org>

1 Dans l'approche instrumentale, les concepts théoriques de valences pragmatiques et épistémiques des techniques mathématiques permettent d'étudier les relations entre travail « technique » et travail « conceptuel » dans les environnements numériques.

Xiao, G. (2000) *Interactive Mathematics Server Journal of online Mathematics and its applications* <http://www.jama.org/articles/xiao/xiaotop/html>

Pour joindre les auteurs

Fabrice Vandebrouck
IUFM de Versailles et Université d'Evry Val d'Essonne (France)
Fabrice.vandebrouck@univ-evry.fr

Natalia Barroso Cordeiro, Département d'ingénierie de Téléinformatique, UFC (Brésil)
natmcbarroso@yahoo.com.br
Équipe de recherche Didirem
CC 7018
2, place Jussieu
75251 Paris Cedex 05