L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés

Actes du colloque emf 2006

L'utilisation de la calculatrice dans l'enseignement de la numération à l'école élémentaire

Luca Del Notaro, *École élémentaire du XXXI-Décembre, Département de l'Instruction Publique, Genève, Suisse*

Ruhal Floris, *Faculté de Psychologie et des Sciences de l'Éducation, Université de Genève ; Collège Voltaire, Département de l'Instruction Publique, Genève, Suisse*

Résumé

L'utilisation régulière d'une calculatrice à l'école primaire permet d'aborder de manière originale la numération, les opérations arithmétiques et l'étude des propriétés des nombres. Dans cette communication nous présentons des jeux de tâches qui ont permis la mise en place en classe de petits degrés (pré-primaire et 2e primaire) d'un milieu numérique riche, basé sur l'addition répétitive d'un même nombre. Ce milieu a permis la construction d'une culture de la classe comprenant les propriétés de parité, de diviseur, la multiplication, la racine carrée et les nombres premiers. Nous présentons et analysons la suite d'activités proposées ainsi que les actions et formulation des élèves. Nous analysons également les aspects instrumentaux de cette recherche.

1. Préambule

Notre contribution, de nature exploratoire, traite de l'intérêt d'utiliser la calculatrice dans l'enseignement de la numération pour des jeunes élèves âgés entre 5 et 7 ans (1re et 2e années de la scolarité obligatoire à Genève). Plus particulièrement, à travers la description de notre dispositif d'enseignement et de recherche, nous présenterons quelques nouvelles tâches spécifiquement pensées pour ce type d'enseignement, de même que nous essayerons d'analyser leurs apports principaux à la construction des connaissances numériques chez l'élève.

Notre démarche d'enseignement et de recherche a un caractère pionnier puisque rares sont les travaux spécifiquement consacrés à la calculatrice chez les jeunes élèves de l'école élémentaire (citons Wheatley, G., et Shumway R., 1992, un des seuls que nous ayons trouvés). Pour cette raison, nous ouvrons ici un chantier qui nous permet de ne plus considérer la calculatrice comme un simple outil de calcul. Dans cette perspective, un processus d'instrumentation (Rabardel, 1995) permet d'intégrer la calculatrice dans le milieu (Brousseau, 1986, 1998) de façon pertinente pour l'apprentissage, réalisant ainsi des situations contraignant le jeu de l'élève, et de là ses connaissances. Si l'on admet que la calculatrice est porteuse de contraintes, on admettra aussi qu'elle peut constituer un réservoir de modèles mathématiques que la connaissance de l'élève saura élire en savoir. C'est pour cela que nous répondons à la question sur les avantages de l'utilisation de la calculatrice par rapport aux méthodes usuelles de l'enseignement du nombre en soulignant la portée et la richesse de l'investigation possible des modèles mathématiques proposés par cet instrument.

2. Les tâches proposées

Un des aspects de notre travail de recherche consiste à développer des tâches avec calculatrice favorisant la dévolution d'un milieu numérique, et ceci pour des jeunes élèves de l'école élémentaire genevoise. Dans un précédent article (Del Notaro et Floris, 2005) nous avons déjà proposé un certain nombre de tâches destinées à développer une culture mathématique de la calculatrice et parmi lesquelles certaines contribuent à la construction du nombre de façon fort intéressante : Il s'agit de la bande numérique, dont voici une brève description.

La bande numérique

Sur des rouleaux de papier du type utilisé pour les calculatrices ou les caisses enregistreuses, écrire la suite des nombres entiers naturels en respectant un espacement régulier (environ 4 cm) sur le papier. Chaque nombre est marqué par un point. Si l'élève ne peut continuer la suite des nombres parce que ses connaissances numériques s'épuisent, il peut utiliser la calculatrice en exploitant la touche +1 ou la touche = qui ajoute toujours la valeur du deuxième terme de l'addition.

L'observation et l'analyse des données relatives à cette tâche nous ont permis de mettre en lumière le lien avec l'axiomatique de Peano et plus particulièrement le principe du +1 dans la construction de la suite des nombres.[1] À travers cet exemple, nous avons essayé de montrer que la calculatrice est un moteur très puissant qui permet à l'élève de questionner la nature même du nombre en relation à d'autres nombres.

Pour ce deuxième volet de la recherche, nous avons développé un type de tâches[2] dites des cibles. Cette tâche, dont la description se situe dans l'encadré ci-dessus, s'inscrit toujours dans le processus d'investigation du nombre et des relations sous-jacentes commencées lors du premier volet de recherche évoqué plus haut.

Ici nous essayons de pousser encore plus loin l'étude du nombre dans les différentes relations que l'élève peut faire lorsqu'il agit sur celui-ci. En d'autres termes, nous montrerons ce que cette tâche a produit en termes de relations numériques, de connaissances et de savoirs mathématiques. En effet, comme on le verra par la suite, la tâche des cibles nous a mené à aborder de manière assez aisée des contenus comme multiples et diviseurs, nombres premiers et racine carrée, savoirs normalement destinés à des élèves plus âgés.

1 Une technique instrumentée se construit ainsi, synthétisant comptage et les gestes « appuis répétés sur la touche = de la calculatrice ».

2 En référence aux organisations mathématiques de Chevallard (1999) qui définit ces organisations comme des systèmes incluant types de tâches, techniques comme « manière d'accomplir, de réaliser les tâches », technologie pour référer à « un discours rationnel sur la technique, discours ayant pour objet premier de justifier rationnellement la technique » ; et théorie.

Les cibles

À l'aide de la calculatrice, chercher les nombres qui permettent, avec des additions répétées, d'atteindre des valeurs cible entières. Les nombres cherchés correspondent aux diviseurs de la cible. Par exemple, la cible 48 peut être atteinte en additionnant de manière répétée le 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 et le 48.

Plusieurs configurations de nombre cibles sont possibles. En voici quelques-unes utilisées dans notre dispositif :

- Nombres pairs et impairs qui se suivent : 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20.
- Nombres pairs qui se suivent : 40, 42, 44, 46, 48, 50, 51, 52, 53, 54.
- Nombres impairs qui se suivent : 51, 53, 55, 57, 59, 61, 63, 65, 67, 69.
- Nombres pairs à intervalles réguliers : 8, 18, 28, 38, 48, 58, 68, 78, 88, 98.
- Nombres impairs à intervalles réguliers : 23, 27, 31, 35, 39, 43, 47, 51, 55, 59.
- Nombres pairs et impairs à intervalles réguliers : 62, 65, 68, 71, 74, 77, 80, 83, 86, 89.
- Nombres pair et/ou impairs sans configuration précise : 13, 28, 41, 67, 75, 99, 102, 115, 128.

Pour les productions des élèves, nous avons utilisé des feuilles de format A3 prises horizontalement et quadrillées à 1 cm. Les cibles sont inscrites dans la première colonne de gauche alors que les possibles diviseurs sont distribués dans la ligne du haut de la page comme le montre le croquis ci-dessous.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
11	1										11														
12	1	2	3	4		6						12													
13	1												13												
14	1	2					7							14											
15	1		3		5										15										
16	1	2		4				8								16									
17	1																17								
18	1	2	3			6			9									18							
19	1																		19						
20	1	2		4	5					10										20					
21	1		3				7														21				
22	1	2									11											22			
23	1																						23		
24	1	2	3	4		6		8				12												24	
25	1				5																				25

Figure 1 – Croquis de la feuille pour le jeu de cibles (remplis)

3. Le dispositif d'enseignement et de recherche

Notre dispositif de recherche est le résultat d'une collaboration étroite entre un enseignant d'école élémentaire et un chercheur en didactique des mathématiques de l'Université de Genève. Pendant deux ans, le chercheur s'est rendu dans une classe de 2e enfantine (année scolaire 2003/04) et dans une classe de 2e primaire (année scolaire 2004/05) pour observer l'enseignement organisé autour de la calculatrice. Il s'agit principalement d'une observation des choix didactiques et des faits et gestes de l'enseignant et de ses élèves. Le chercheur n'est intervenu que dans l'analyse a posteriori des séquences d'enseignement observées ou alors dans quelques occasions où des brefs entretiens d'explicitation avec des élèves se rendaient nécessaires.

Cette collaboration repose sur un principe de régularité ainsi que sur une démarche d'analyse systématique des données permettant une régulation des séquences d'enseignement suivantes. Des rencontres hebdomadaires ou toutes les deux semaines (selon les périodes de l'année scolaire) ont été organisées.

La démarche de l'enseignant se situe dans une perspective de jeu de tâches, notion proposée par F. Conne et reprise par le groupe de Didactiques des Mathématiques de l'Enseignement Spécialisé (Lausanne, Suisse).

Signalons également que l'utilisation de la calculatrice à ce niveau scolaire n'est pas usuelle à ce niveau scolaire en Suisse, ni sans doute ailleurs.

Les leçons ont été dispensées selon deux scénarios : avec toute la classe ou alors avec seulement une demi-classe (une dizaine d'élèves). Dans ce dernier cas de figure, nous avons investi tout particulièrement les entretiens d'explicitation autour des connaissances des élèves.

Chaque séance est organisée selon une alternance de partie de recherches individuelles (assez longues) avec ou sans calculatrice et de moments collectifs : rappel de certaines découvertes précédemment faites par les élèves, mise en commun des résultats, nouvelles découvertes (en fin de séances).

À noter encore que chaque élève disposait de deux calculatrices de la marque Texas Instrument : la TI-106 et li TI-34 II de même que nous disposions des versions transparentes de ces modèles facilement utilisables sur le rétroprojecteur et favorisant les mises en commun pour l'ensemble des élèves de la classe.

Certaines séquences d'enseignement ont été enregistrées à l'aide d'enregistreurs audio et/ou vidéo.

4. Le jeu de tâches

Cette notion, travaillée au sein du groupe de Didactique des Mathématiques de l'Enseignement Spécialisé (Del Notaro et Scheibler, 2003) est un véritable moteur pour ce type de recherche exploratoire. Nous indiquons ainsi les tâches construites au cours du temps à travers le jeu de l'expérimentateur avec le jeu de l'élève et son milieu, dans le but d'investiguer ses potentialités. Ce jeu permet également l'exploration de différentes variables didactiques. La notion de jeu de tâches, permet par ailleurs de ne pas se confiner dans une analyse dichotomique en termes de réussite-échec des productions d'élève, mais de considérer la connaissance des élèves comme le produit de l'interaction avec le milieu mathématique de la situation. Elle permet ainsi de faire durer dans le temps les milieux d'apprentissage produit par le jeu des élèves (Brousseau, 1998). En d'autres termes, la notion de jeu de tâche permet de porter un regard différent sur l'élève : d'acteur de sa propre réussite ou de son échec, il devient le co-constructeur d'un milieu mathématique dont l'organisation répond à des règles et des principes bien précis.

5. Balises théoriques : milieu didactique, calculatrice, mini-culture

Peut-on considérer la calculatrice comme un milieu d'apprentissage ? Dans le cadre de la théorie des situations (Brousseau, 1998), un milieu d'apprentissage est constitué, en situation didactique, de différents éléments permettant un apprentissage visé par l'enseignant dont, en particulier, des résultats d'actions de l'élève tels que des calculs, des dessins ou des manipulations.

C'est dans le milieu d'apprentissage que se situe la possibilité de faire le lien entre ce qui a été proposé par le maître et ce qu'a réalisé l'élève. Ce lien peut être une simple évaluation (vrai ou faux) ou une discussion de validation portant sur les résultats observés. À ce titre, les résultats d'actions effectuées à la calculatrice peuvent faire partie de ce milieu. En elle-même, la calculatrice ne constitue pas un milieu, pas plus qu'un calcul isolé effectué avec crayon et papier. Un lien doit être construit et on a donc également pu parler d'instrumentation didactique, c'est-à-dire d'une prise en charge officielle en classe de l'utilisation de la calculatrice. C'est ainsi que les tâches d'additions répétées se sont institutionnalisées et sont devenues des pratiques de référence pour la validation de certains résultats, avec la calculatrice transparente par exemple.

Observons encore que le milieu d'apprentissage élaboré à travers le jeu de tâches proposé par l'enseignant ne peut fonctionner durablement sans la présence de ce que nous appelons une mini-culture, formée d'un vocabulaire, décrivant des actions et des propriétés relativement aux résultats de ces actions (par exemple : « en ajoutant plusieurs fois le même nombre pair, on obtient toujours un nombre pair »). Nous insistons sur la notion de résultats matériels, qui peuvent être des objets ou des traces sur un tableau noir, sur du papier, sur l'écran d'une calculatrice. Ce milieu matériel est indispensable en vue du rappel des actions effectuées et pour l'élaboration de conjectures. L'étude du déroulement de la « course à vingt » (Brousseau, 1986) met en évidence ce rôle du milieu. À cet égard, l'utilisation de calculatrices conservant l'affichage et la mémoire des opérations effectuées est très importante, ainsi que la possibilité d'en présenter le résultat à l'ensemble de la classe via une calculatrice. Les travaux de Trouche (2002), de Artaud (2003) et de Kieran (2003) en particulier, montrent l'importance de l'exploitation didactique des éléments du milieu.

6. Les connaissances sollicitées par la tâche des cibles

Nous nous proposons de monter ici les points forts de la mini-culture développée tout au long de ce dispositif d'enseignement et de recherche.

Pour ce faire, nous utilisons ici une technique de narration, c'est-à-dire une technique qui permet un récit détaillé d'une suite de faits et d'observables dont la portée s'inscrit dans une première phase d'interprétation relative à la problématique.

6.1 *Des additions répétées à la multiplication*

Un des points forts du dispositif a été celui du passage de l'addition répétée à la multiplication. Après 7 ou 8 séances consacrées à la formule décrite dans la figure 1, l'enseignant a demandé aux élèves de noter en dessous du diviseur le nombre de fois que celui-ci doit être utilisé pour atteindre la cible (tâche 2). Cette variation sur la tâche provoque une modification du milieu pertinent pour la multiplication. Voyons le détail.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
11	1 11										11 1														
12	1 12	2 6	3 4	4 3		6 2						12 1													
13	1 13												13 1												
14	1 14	2 7					7 2							14 1											
15	1 15		3 5		5 3										15 1										
16	1 16	2 8		4 4				8 2								16 1									
17	1 17																17 1								
18	1 18	2 9	3 6			6 3			9 2									18 1							
19	1 19																		19 1						
20	1 20	2 10		4 5	5 4					10 2										20 1					
21	1 20		3 7				7 3														21 1				
22	1 22	2 11									11 2											22 1			
23	1 23																						231		
24	1 24	2 12	3 8	4 6		6 4		8 3				12 2												24 1	
25	1 25				5 5																				25 1

Figure 2 – Tableau des cibles avec deux diviseurs

Les premières procédures ont été caractérisées par le dénombrement des gestes que l'élève accomplit sur la touche correspondante au nombre permettant d'atteindre la cible. Cette démarche pose inévitablement un problème quand la cible est élevée et le diviseur petit puisque les erreurs de dénombrement ne sont pas peu fréquentes. De plus, cet exercice peut être long, fastidieux et le résultat pas toujours fiable. Ceci, certains élèves l'ont compris assez rapidement puisqu'on a pu observer, après 3 ou 4 séances, qu'ils procédaient avec des multiplications. Plus particulièrement on a pu remarquer que le nombre choisi pour atteindre la cible était systématiquement multiplié par un deuxième nombre et ceci à travers des stratégies d'estimation. Par exemple, pour 99, le 3 est soumis à une multitude d'essais.

L'émergence des connaissances relatives aux propriétés de commutativité est un autre point fort du dispositif. En effet, il n'a pas fallu beaucoup de temps pour que les élèves s'aperçoivent qu'à une multiplication donnée correspond toujours une autre où les termes sont inversés. Cette découverte a été inscrite sur la liste des règles pour « contrôler » le tableau des cibles[3] (voir annexe 1).

La question qui se pose en termes d'analyse du milieu est la suivante. Qu'est-ce qui fait que les élèves abandonnent spontanément les additions répétées au profit de la multiplication ? Il nous semble pertinent de chercher la réponse du côté des contraintes (ici économiques) du milieu qui soumis au jeu de l'élève et de l'enseignant produisent des nouvelles connaissances dont le caractère d'utilité vient nourrir de nouveaux savoirs telle la structure multiplicative. En d'autres termes, l'émergence de la technique multiplicative est favorisée par les contraintes de l'artefact et du type de tâche proposé, ce qui correspond typiquement à un phénomène d'instrumentation ; l'introduction du second nombre dans le tableau vient ensuite renforcer et institutionnaliser cette technique.

6.2 Des cibles « pauvres » à la découverte des nombres premiers

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
11	1 11										11 1														
13	1 13												13 1												
17	1 17																17 1								
19	1 19																		19 1						
23	1 23																						231		

Figure 3 – Les nombres premiers

3 Au fil des tâches les élèves ont fixé des règles permettant le « contrôle » du tableau des cibles. Ces règles sont de nature mathématique mais aussi structurales par rapport au tableau (succession des diviseurs, alternance des espaces et des nombres, etc.).

Les nombres «pauvres» sont des cibles qui n'ont pas de diviseurs, mis à part 1 et eux-mêmes. C'est ainsi que les élèves de la classe ont baptisé les nombres premiers. La découverte de ces nombres particuliers a suscité une multitude de questionnement notamment autour des règles qui les régissent. Voici quelques affirmations d'élèves qui ont été discutées et vérifiées à différents moments de l'avancement du dispositif:

- «Les nombres qui se terminent par 3 et 7 sont premiers.»
- «Si 23 est premier 123 l'est aussi.»
- «Un nombre premier multiplié par 2 n'est pas premier.»
- «Un nombre premier est impair – sauf 2 – mais pas tous les nombres impairs sont premiers[4].»

La découverte du monde merveilleux des nombres premiers a permis d'ouvrir la porte à quelques éléments de culture mathématiques tel le crible d'Eratosthène. Cette activité, a été menée parallèlement aux tâches sur la cible permettant un questionnement mutuel sur les propriétés des nombres.

6.3 De la parité et de l'imparité des nombres

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
12	1 12	2 6	3 4	4 3		6 2						12 1													
14	1 14	2 7					7 2							14 1											
16	1 16	2 8		4 4				8 2								16 1									
18	1 18	2 9	3 6			6 3			9 2									18 1							
20	1 20	2 10		4 5	5 4					10 2										20 1					
22	1 22	2 11									11 2											22 1			
24	1 24	2 12	3 8	4 6		6 4		8 3				12 2												24 1	

Figure 4 – Tableau des cibles paires

4 Cette dernière affirmation représente la règles no 6 inscrite dans la liste des règles nécessaires pour le contrôle du tableau des cibles.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
11	1 11										11 1														
13	1 13												13 1												
15	1 15		3 5		5 3										15 1										
17	1 17																17 1								
19	1 19																		19 1						
21	1 20		3 7				7 3														21 1				
23	1 23																						231		
25	1 25				5 5																				25 1

Figure 5 – Tableau des cibles impaires

Les nombreuses cibles traitées tout au long de l'année scolaire ont permis aux élèves de constater que pour les cibles impaires, il n'y a que des diviseurs impairs (figure 5) et que pour les cibles paires il peut y avoir des diviseurs pairs et impairs (figure 4). Ce constat mérite d'être souligné dans la mesure où ce caractère est tributaire du jeu de relations entre les nombres proposés par la cible.

Il nous semble donc intéressant de souligner comment les tâches «cibles» permettent aussi de faire une incursion significative dans le monde des nombres qui peuvent être divisé par deux, cette connaissance mathématique étant, a tort, trop souvent admise et escomptée chez les jeunes élèves.

6.4 L'organisation structurale des nombres dans les lignes et les colonnes

Une autre connaissance inscrite sur la liste des règles pour contrôler les tableaux des cibles est celle qui permet de regarder la distribution graphique des nombres ainsi que leur progression, surtout pour les cibles qui se suivent (figure 2).

Les élèves ont mesuré par exemple la portée de certaines inscriptions numériques en diagonale ou alors la régularité positionnelle du premier terme de la multiplication dans chaque colonne. Par exemple, dans la première colonne le 1 – premier terme de la multiplication – apparaît dans toutes les cases, dans la deuxième colonne le 2 apparaît dans toutes les deux cases, dans la troisième colonne le 3 apparaît dans toutes les trois cases et dans la quatrième colonne le 4 apparaît dans toutes les quatre cases.

Dans le même ordre d'idée, les élèves ont repéré que le deuxième terme de la multiplication est inscrit dans une suite progressive du nombre et ceci dans toutes les colonnes.

Quant aux lignes, il y a des relations « fois 2 » et « divisé par 2 » entre les diviseurs. De manière très amusante, ce type de relation a été associé au « saut de la grenouille » qui va du simple au double ou du simple à sa moitié.

Tâche – Sur la base de ces connaissances et de celles figurant dans l'annexe 1, nous avons pensé demander aux élèves de chercher, cette fois sans calculatrice, les diviseurs des cibles se trouvant juste en dehors du tableau. Le tableau devient ainsi le milieu de référence aux connaissances nécessaires pour trouver les diviseurs des cibles précédentes et suivantes à celles inscrites sur le tableau. Cette tâche a permis de se poser quelques questions quant à l'utilisation des règles élaborées par les élèves et décrites dans l'annexe 1. En effet, on a pu constater que ces règles produites collectivement ne sont pas systématiquement mobilisées dans l'action et donc la connaissance rattachée ne peut pas opérer. Y a-t-il trop de connaissances en jeu ? Y a-t-il une saturation du milieu au sens de Del Notaro C. (en préparation) qui empêcherait l'émergence de certaines connaissances ? Quel lien avec le processus d'instrumentation ? Pour l'exposé du colloque nous traiterons quelques cas d'élève où la connaissance semble gênée voire empêchée.

Ici le milieu s'organise autour de signes structuraux qui néanmoins permettent à l'élève de contrôler une certaine organisation du tableau. La composante mathématique des nombres qui progressent, qui se divisent ou se doublent nourrit cependant la connaissance de l'élève.

6.5 Les critères divisibilité par 4

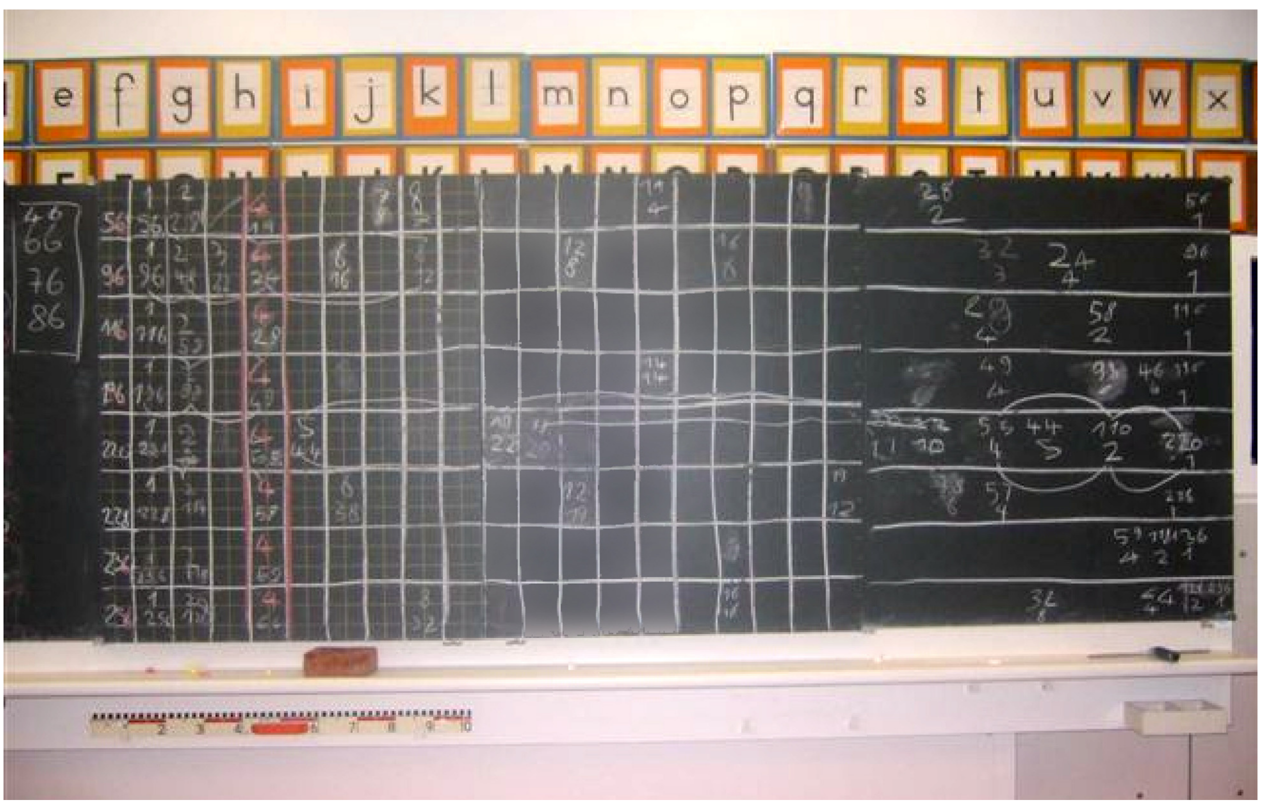

Figure 6 – Tableau des cibles se terminant par 6

Un autre aspect mathématique important qui se rattache au jeu des cibles est certainement celui des critères de divisibilité d'un nombre. Voici l'exemple des cibles se terminant par 6. Les nombreuses investigations sur les critères de divisibilité nous ont amenés à considérer ces cibles pour mesurer l'impact du diviseur 4 dans l'élaboration d'une règle mathématique. Si dans un premier temps la parité était le seul critère déterminant dans l'appréciation du diviseur 4, la confrontation à plusieurs cas de figure, a permis à certains élèves d'observer que tous les nombres se terminant par 6, dont la dizaine est impaire, sont divisibles par 4. La portée de cette règle a marqué un tournant décisif dans l'investigation des potentialités de la tâche. En effet, à partir de ce constat, nous avons dû questionner d'autres critères de divisibilité tel le 3, le 6 et le 9 pour nourrir une connaissance de plus en plus sensible.

Dans les termes de l'analyse du milieu invoqué par la tâche, nous dirons alors que les signes propres à ce milieu ont conduit les joueurs à une formalisation des critères de divisibilité, cette formalisation étant le produit d'interactions élève-milieu et maître/élève/milieu, milieu dont la calculatrice en est l'expression la plus saisissante.

7 Conclusions

En guise de conclusion, nous retiendrons la portée du milieu construit à travers les tâches « cibles » en lien avec la calculatrice. En effet, une multitude de savoirs sur la numération ont pu être traités. En particulier, nous avons abordé :

- Le passage de l'addition répétée à la multiplication et la commutativité ;
- Les nombres premiers et le crible d'Eratosthène ;
- La parité et l'imparité des nombres ;
- L'organisation structurale des nombres dans les lignes et les colonnes ;
- Les critères de divisibilité d'un nombre.

Parallèlement nous devons rende compte de certains retours en arrière dans la co-construction du milieu. En effet, l'analyse de certains extraits de séquences filmées montre que l'investissement des savoirs en connaissances peut aussi se révéler problématique et/ou partiel et donc peu utile pour les besoins de la tâche. Certaines règles éditées par les élèves sont transformées, négligées voir occultées. Ce type phénomène, partie prenante des processus d'instrumentation tels que ceux décrits par exemple par Artigue (1997, voir aussi la communication affichée de L. Weiss à ce congrès EMF) doit être considérée comme complémentaire de la richesse du processus dont nous avons fait état plus haut.

Cette richesse a donc un prix : les premières analyses montrent en effet des phénomènes de « saturation du milieu » qui agissent sur l'émergence des connaissances mêmes. Le trop plein de connaissances peut transformer le milieu et le rendre moins fécond et nous nous proposons d'analyser le lien de ces phénomènes avec la dialectique type de tâche/technique et avec processus d'institutionnalisation dans le cadre d'une activité instrumentée.

Références

ARTAUD, M. (2003). *Analyser des praxéologies mathématiques et didactiques « à calculatrice» et leur écologie. Actes électroniques du colloque Européen ITEM*, Reims juin 2003. http://archive-edutice.ccsd.cnrs.fr/view_by_stamp.php?label=ITEM2003etlangue=fretaction_todo=viewetid=edutice-00001315etversion=1

ARTIGUE, M. (1997). *Le logiciel DERIVE comme révélateur de phénomènes didactiques liés à l'utilisation d'environnements informatiques pour l'apprentissage Educational Studies in Mathematic*s, Vol. 33, No. 2.

BROUSSEAU G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 7, nº 2, p. 33-115, Éditions La Pensée Sauvage, Grenoble.

BROUSSEAU G. (1998). Le contrat didactique : l'enseignant, l'élève et le milieu, *In* N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland, V. Warfield (dir.), *Théorie des situations didactiques*, (chap. 5) p. 299-327, Éditions La Pensée Sauvage, Grenoble.

CHEVALLARD Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19.2, 221-266.

CONNE F. (1992). Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 12, no 2.3. p. 221-270, Éditions La Pensée Sauvage, Grenoble.

DEL NOTARO C. (En préparation). *De l'idée générale de division à celle spécifiée de divisibilité. Exploration du milieu mathématique et expérimentation à l'école primaire*. Thèse de doctorat en cours.

DEL NOTARO L., FLORIS R. (2005). L'utilisation de la calculatrice à l'école élémentaire : une nouvelle approche didactique pour l'enseignement de la numération. *Math-Ecole*, no 215, p. 4-18.

DEL NOTARO L., SCHEIBLER A. (2003). Modèles de milieu à l'épreuve de la contingence en enseignement spécialisé, *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques*. Cahiers ARDM et IREM Paris VII, V. Durand-Guerier et C. Tisseron (dir.), LIRDHIST, Université Clause Bernard Lyon 1, p. 77-185.

KIERAN, C et GUZMAN, J. (2003). Tâche, technique et théorie : une recherche sur l'instrumentation de la calculatrice à affichage graphique et la co-émergence de la pensée numérique chez des élèves de 12 à 15 ans. *Actes électronique du colloque Européen ITEM*. Reims juin 2003. http://archive-edutice.ccsd.cnrs.fr/view_by_stamp.php?label=ITEM2003etlangue=fretaction_todo=viewetid=edutice-00001339etversion=1

RABARDEL, P. (1995). *Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains*. Armand Colin.

TROUCHE, L. (2002). Genèses instrumentales, aspects individuels et collectifs. *In* D. Guin, L. Trouche, (dir.), *Calculatrices Symboliques ; Transformer un outil en un instrument de travail mathématique : un problème didactique*. p. 243-275. Grenoble : La Pensée Sauvage.

WHEATLEY, G. et SHUMWAY, R. (1992). The Potential for Calculators to Transform Elementary School Mathematics. *In* J. T. Fey (dir.), *Calculators in mathematics education* (Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics, p. 1-8), Reston, VA : NCTM.

Pour joindre les auteurs

Luca Del Notaro
École élémentaire du XXXI-Décembre, Genève
37 Route de Frontenex, 1207 Genève, Suisse
e-mail : lucadelnotaro@bluewin.ch.

Ruhal Floris
Faculté de Psychologie et des Sciences de l'Éducation, Université de Genève
40 Boul. Du Pont-d'Arve, 1211 Genève 4, Suisse
Ruhal.Floris@pse.unige.ch.

Annexe 1

Règles pour contrôler le tableau des cibles

1. Vérifier avec la calculatrice et avec une multiplication que les nombres choisis permettent bien d'atteindre la cible.
2. Vérifier que dans les cibles impaires il n'y a que des diviseurs impairs et que dans les cibles paires il peut y avoir des diviseurs pairs et impairs.
3. Vérifier qu'il y ait le correspondant de chaque multiplication (règle de commutativité).
4. Pour les cibles qui se suivent : vérifier l'alternance des cases des colonnes (dans la colonne 1, le 1 – premier terme de la multiplication – apparaît dans toutes les cases, dans la colonne 2, le 2 apparaît toutes les deux cases, dans la colonne 3, le 3 apparaît dans toutes les trois cases, etc.).
5. Vérifier que le deuxième terme de la multiplication soit inscrit dans une suite progressive de nombres.
6. Les nombres « pauvres » sont des nombres premiers (un nombre premier est impair – sauf 2- mais pas tous les nombres impairs sont premiers).
7. À partir d'une cible paire, multiplier par deux le premier terme de la multiplication et diviser par deux le deuxième.
8. Tous les nombres se terminant par 6, dont la dizaine est impaire, sont divisibles par 4.