L'APPRENTISSAGE PAR PROBLEMES DANS LES MATIERES THEORIQUES (EXEMPLE DES MATHEMATIQUES) : SPECIFICITES ET FAISABILITE

KOUIDER BEN-NAOUM, CHRISTOPHE RABUT, VINCENT WERTZ

Résumé. Nous présentons quatre points importants à prendre en compte lors de la conception de problèmes, dans le cadre d'une pédagogie axée sur l'apprentissage par problèmes, pour des matières théoriques (le cas des mathématiques nous sert d'exemple). La discussion est illustrée par trois exemples de problèmes utilisés dans nos institutions.

Mots-clés : apprentissage par problèmes, post-secondaire, contextualisation des apprentissages, apprentissage coopératif, tutorat.

Introduction

Cette réflexion est née suite à la mise en place en septembre 2000, à l'Ecole Polytechnique de Louvain (EPL) de l'Université catholique de Louvain (UCL-Belgique), d'un dispositif de pédagogie active centré à la fois sur l'apprentissage par problèmes et par projets, couvrant l'ensemble des disciplines du premier cycle (les deux premières années) des études d'ingénieur. Suivant Raucent (2006), les choix opérés pour l'élaboration du programme se fondent sur l'articulation de trois principes clés :

1. La contextualisation des apprentissages; les étudiants apprennent à partir de situations problèmes issues de contextes professionnels.
2. L'apprentissage coopératif; les étudiants abordent la plupart des activités auxquelles ils sont confrontés en groupes stables.
3. Le tutorat ; la démarche active d'apprentissage et le recours aux petits groupes induisent une modification des rôles des différents acteurs. L'encadrement des étudiants a été revu en conséquence.

Nombreuses sont les personnes qui pensent qu'un enseignement axé sur l'Apprentissage Par Problèmes (APP) ne peut se justifier que pour des matières en lien avec le réel, au sein de formations à vocation professionnelle : médecine, gestion, ingénierie. Les mathématiques leur semblent trop théoriques, déconnectées du réel et elles considèrent donc qu'elles ne se prêtent pas à cette pédagogie. C'est ainsi que de nombreuses formations qui pratiquent largement l'APP réservent toutefois un enseignement de type magistral pour les mathématiques. Nous pensons cependant que ce point de vue est erroné et que, pour autant que l'on tienne compte de caractéristiques spécifiques de cette matière et de ses objectifs d'enseignement, l'APP est une pédagogie tout à fait appropriée à cette discipline. On peut citer l'ouvrage collectif sous la direction de Raucent et Vander Borght (2006) : « Être enseignant, Magister ? Metteur en scène? », dans lequel plusieurs collègues et collaborateurs ont apporté leurs témoignages suite à la réforme initiée par notre Ecole. Notre communication est un témoignage de pratiques professionnelles.

1. Caractéristiques principales et axes d'analyse d'un problème en mathématique

1.1. Quelles applications pour un problème en mathématiques ?

Classiquement, dans un enseignement organisé par APP, on propose aux étudiants des problèmes réalistes, en lien avec la formation dans laquelle s'inscrit cet enseignement, et, pour résoudre ce problème, les étudiants doivent identifier et acquérir un certain nombre de nouvelles notions et compétences. En mathématique, s'il est évidemment possible de trouver un problème réel (concret) qui forcera les étudiants à acquérir des compétences mathématiques de mise en œuvre (calculatoires), il semble plus difficile de leur faire acquérir des notions liées à une compréhension profonde de concepts mathématiques abstraits.

Une première manière d'atteindre cet objectif est de proposer un problème concret, certes, issu d'un contexte « professionnel » si c'est possible, mais formulé de telle sorte qu'il soit clair dès le départ qu'on ne recherche pas une solution complète, en termes de valeurs numériques par exemple, du problème posé. Il suffit par exemple de poser le problème mais sans donner les valeurs numériques des données, de sorte qu'effectivement il soit bien clair que c'est la démarche mathématique qui importe et non l'aspect purement calculatoire. Par exemple, on peut partir d'un problème déjà posé par des collègues physiciens, et pour lequel les étudiants ont été amenés à résoudre un système linéaire de deux ou trois équations et montrer que dans un contexte plus réaliste ou plus général, il s'agirait d'étudier un système de *n* équations à *m* inconnues et de poser alors la question d'une méthodologie générale pour traiter ce genre de système. De même, les phénomènes de diffusion en physique sont souvent traités en une seule dimension spatiale, pour simplifier l'exposé, mais on peut facilement partir d'un tel problème et argumenter que de manière générale, il s'agit bien de résoudre des équations aux dérivées partielles dans un espace fonctionnel de dimension *n*. L'énoncé d'un tel problème met donc l'accent sur les aspects mathématiques sous-jacents, tout en utilisant le contexte physique réel pour motiver l'intérêt des étudiants. Les problèmes deux et trois ci-dessous relèvent de cette catégorie.

Une autre approche possible est de présenter le problème sous forme de jeu ou de défi mathématique. Les étudiants inscrits dans des formations de niveau élevé en mathématique (licence/maîtrise en mathématique, diplôme d'ingénieur, …) sont assez sensibles à ce genre de problème et retirent une motivation certaine du défi qui leur est posé. En outre, on peut aussi considérer ce type de problème comme une introduction à l'activité de recherche en mathématique. Le premier problème ci-dessous est un exemple de ce type de formulation.

On peut également utiliser le contexte d'un problème comme « fil rouge » pour un enseignement de type pédagogie active, mais pas nécessairement basé sur la résolution de problèmes. Dans ce cas, comme ci-dessus, l'accent est mis sur les enjeux mathématiques qui se situent en amont de la solution du problème, et on ne demande donc pas la résolution de celui-ci mais on l'utilise comme motivation pour l'apprentissage de notions et de concepts mathématiques nouveaux. Nous pensons, en conclusion, que la présentation d'un problème a un impact sur la motivation et son investissement (Soucisse et al., 2003).

1.2. Les objectifs principaux d'un enseignement de mathématiques

Avant de construire un problème pour un APP de mathématique [2, 3, 4, 5, 6], il convient de se mettre d'accord sur les objectifs visés par cet enseignement. De manière générique, nous pouvons citer les points suivants, partagés bien sûr par d'autres enseignements :

- Modéliser des situations diverses en utilisant les outils mathématiques appropriés.

- Interpréter et évaluer les résultats obtenus.
- Saisir la nécessité et le sens de la rigueur, dans l'expression écrite et orale.
- Saisir le besoin d'abstraction (à un juste niveau) et l'utiliser de manière appropriée.
- Démontrer, généraliser, critiquer des résultats nouveaux.

Bien sûr nous n'oublions pas que parmi les objectifs il y a également l'acquisition d'un certain nombre de notions nécessaires comme outils pour atteindre les autres objectifs, mais elles sont plutôt considérées ici comme des instruments au service de ces objectifs de niveau supérieur.

1.3. Cinq caractéristiques pour un problème

Selon Fabre (1999) et Astolfi (1992), et d'autres, on distingue cinq caractéristiques principales à un problème. Il doit être d'une relative complexité, mettre en jeu plusieurs compétences, être tel que la solution n'est pas immédiatement disponible, exiger de la part de l'étudiant mobilisation et initiative et se fonder sur une difficulté objective concernant le savoir à construire. D'aucuns (notamment Astolfi, 1992) parlent ici, en ce qui concerne précisément ce dernier trait, *d'obstacle à l'apprentissage.*

Ces cinq caractéristiques n'impliquent pas nécessairement que le travail en groupe soit nécessaire à la résolution du problème. Cependant, dans le cadre d'un apprentissage orienté vers les objectifs mentionnés plus haut, nous sommes convaincus que le processus dialectique au sein du groupe favorise cet apprentissage. Pour autant, il est important que ce processus dialectique ait réellement lieu, et que le groupe ne décide pas simplement un partage des tâches entre les différents individus.

Une difficulté particulière dans la mise en œuvre d'un dispositif de type APP en mathématique est notre souci de voir les étudiants acquérir réellement une compréhension profonde des notions mathématiques abordées et non se contenter d'appliquer des formules toutes faites pour la résolution du problème qui leur est soumis. Dans certains cas, cela demande au tuteur une vigilance accrue pour que les notions ciblées soient bien identifiées.

1.4. Quatre axes d'analyse

Pour analyser des problèmes, nous proposons de nous référer aux quatre axes suivants :

- Le type de contexte : Il peut s'agir d'un problème d'ingénierie, d'un problème plus académique issu d'une autre discipline (par exemple la généralisation à plusieurs variables d'un problème étudié et résolu en physique pour le cas d'une variable), d'un défi mathématique…

- Le niveau d'information : Toute l'information nécessaire est-elle d'emblée donnée, ou bien les étudiants sont-ils supposés identifier les éléments d'information manquant ? Y a-t-il au contraire trop d'information, les éléments essentiels étant noyés dans un bruit de fond ? Notons que dans de nombreux cas, les deux situations peuvent se rencontrer dans le même problème. Des suggestions sont-elles faites quant aux sources à consulter pour trouver les informations complémentaires ? L'analyse sous cet angle est importante, car elle déterminera en partie le degré d'autonomie des étudiants concernant leur apprentissage. Mais il faut veiller aussi à ce que les étudiants ne perdent pas trop de temps dans cette phase d'éclaircissement du problème, au détriment de l'objectif primordial qui est de *faire* des mathématiques.

- Le type de tâche : Quelle est la production requise ? Faut-il *résoudre* un problème jusqu'au bout (y compris la résolution numérique) ou s'agit-il plutôt de justifier une *démarche* de résolution ? La tâche permet-elle de vérifier que les étudiants maîtrisent bien les notions mathématiques abstraites qu'ils ont dû apprendre ?

- La nature de l'obstacle : S'agit-il d'un obstacle lié au passage à un niveau d'abstraction supérieur, ou au passage à une nouvelle famille d'outils mathématiques, ou encore à une représentation qui s'avère inadaptée à la nouvelle situation ? Il convient également d'être attentif au fait que l'obstacle, vu par les étudiants, n'est pas toujours celui auquel le concepteur du problème avait songé !

Les caractéristiques et les axes d'analyse mentionnés ci-dessus sont pertinents quelle que soit la discipline visée par le problème, même si bien évidemment les résultats de l'analyse suivant ces quatre axes seront sans doute très différents pour un problème à vocation « théorique » comparé à un problème relevant d'une discipline appliquée.

Dans la section suivante, nous exposerons trois énoncés typiques et assez différenciés, que nous analyserons ensuite selon les quatre axes que nous venons de décrire.

2. Trois exemples de problèmes

2.1. Les défis de Fanny et Gaston

Elevons x à la puissance deux et vice versa

Premier acte : Fanny et Gaston présentent deux fonctions, f et g

Fanny et Gaston jouent à des devinettes mathématiques. Chacun des deux acteurs pense à une fonction d'une variable réelle, à valeurs réelles ; il en donne des propriétés caractéristiques et demande à son interlocuteur d'identifier la fonction.

- *Fanny* : la fonction f est représentée par un *polynôme* ; elle prend la valeur 1 au point 1 et elle possède la propriété suivante. Si x est multiplié par deux alors $f(x)$ est multiplié par quatre. Gaston répond : $f(x)=x^2$.

Question 1. Comment utilisez-vous le fait qu'il s'agit d'un *polynôme* pour prouver que la réponse de Gaston est la seule possible ? Contentez-vous d'une bonne discussion, sans aller jusqu'au bout de l'argument. Vous pourrez y revenir plus tard, quand vous aurez le temps.

- *Gaston* : la fonction g est continue ; elle prend la valeur 1 au point 0 et elle satisfait aux deux conditions suivantes. (i) Si x est augmenté d'une unité alors $g(x)$ est multiplié par deux. (ii) Si x est multiplié par m alors $g(x)$ est élevé à la puissance m, et cela pour tout m ; Fanny répond : $g(x)= 2^x$.

Question 2. Un peu d'arithmétique montre que si x est un nombre *rationnel* alors $g(x)$ doit être égal à 2^x. Cela étant, comment utilisez-vous le fait que g est continue pour prouver que la réponse de Fanny est la seule possible ?

Deuxième acte : en quels points prennent-elles la même valeur ?

Nos duettistes aimeraient savoir si les fonctions f et g qu'ils ont définies peuvent avoir des valeurs égales en certains points.

Question 3. En esquissant le graphe des deux fonctions, vous devinez le nombre de points x en lesquels $f(x)=g(x)$. Quel est ce nombre ? Certains de ces points sont-ils évidents ?

Question 4. Comment démontrez-vous, de manière rigoureuse, (a) que les solutions devinées *existent* et (b) qu'il n'y en a pas d'autre ?

Suggestion : pour la partie (b), appliquez le *théorème de Rolle*.

Troisième acte : comment calculer la solution négative ?

Vous avez prouvé l'existence et l'unicité d'un nombre réel négatif x_0 tel que $f(x_0)=g(x_0)$. Les règles de l'arithmétique montrent que x_0 est irrationnel. Cependant, il existe des méthodes permettant de calculer x_0 avec une grande précision. Pour appliquer ces méthodes numériques, on doit disposer d'une « approximation décente » de la solution recherchée.

Question 5. Comment utilisez-vous les formules de *Taylor-Maclaurin* pour calculer une approximation de x_0, en résolvant une équation du second degré ?

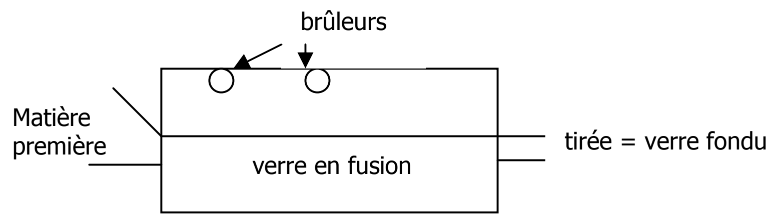
Il s'agit ici d'un problème où le contexte est (similaire à) celui du mathématicien professionnel. Le champ d'application est familier (pour les étudiants auxquels ce problème est destiné), l'information est complète (on donne même explicitement la nouvelle notion à acquérir, à savoir les développements limités de Taylor-Maclaurin).

La tâche est également clairement précisée : il s'agit de justifier, par des démonstrations appropriées, des réponses déjà mentionnées dans l'énoncé, ou trouvées de manière relativement évidente par une analyse graphique. Ici, on voit bien l'importance du groupe qui doit « valider » les démonstrations. Enfin, l'obstacle réel, ici, est de bien comprendre le niveau de rigueur nécessaire (qui n'est pas le même pour chacune des étapes) et d'en comprendre la nécessité.

Même si l'énoncé est assez déconnecté de la vie réelle, il s'agit d'un vrai défi mathématique, et les étudiants se prêtent volontiers au jeu. La nécessité d'arriver à une écriture formalisée rigoureuse se fait jour progressivement au fil de l'énoncé. Dans le cadre des discussions de groupe pour élaborer les solutions, le besoin d'une expression orale également précise et rigoureuse (même s'il s'agit d'une autre rigueur) se manifeste lui aussi. Enfin, les étudiants apprennent également qu'un théorème peut être utilisé d'une manière relativement indirecte.

De manière générale et à l'exception de la notion de développement limité (Taylor - Maclaurin) il n'y a pas de nouvelle notion mathématique à acquérir. Mais il y a bien de nouvelles *compétences* à mettre en œuvre : manipuler une définition mathématique pour en déduire une preuve d'unicité, utiliser de manière non triviale un théorème donné, rédiger une série de résultats avec toute la rigueur nécessaire,…

2.2. Le four de verrerie



La figure ci-dessus illustre schématiquement un four de verrerie. La matière à fondre (sable, chaux, ...) est enfournée à une extrémité, fondue grâce à la chaleur fournie par des brûleurs à gaz et le verre fondu sort du four (tirée) pour la suite du traitement (bouteilles, vitrages...). La qualité des produits requiert une température de verre aussi stable que possible. Pour contrôler cette température, on désire trouver un modèle de prédiction de la température future du verre en fonction des mesures présentes de température du verre et de température de voûte (qui est directement liée à l'énergie fournie par les brûleurs).
On considère que la tirée est constante et n'intervient donc pas dans la prédiction.
On cherche un modèle de prédiction linéaire de la forme suivante :

$$y(t)=ay(t) +bu(t) +c$$

où
– $y(t)$ est la température du verre à l'instant *t*
– $u(t)$ est la température de voûte à l'instant *t*
– $\hat{y}(t+1)$ est la prédiction de la température du verre à l'instant *t* + 1 ,c'est à dire une heure plus tard
– *a, b* et *c* sont des coefficients à déterminer.

Pour déterminer ce modèle, on dispose de 501 mesures, effectuées toutes les heures, des températures de voûte et du verre. Déterminez le meilleur modèle de prédiction ainsi défini.

Dans le cas de ce deuxième problème, le contexte est clairement « professionnel », l'information est incomplète, mais il y a également des informations « parasites » (du bruit) à éliminer. La première tâche est une tâche de modélisation, qui devra être suivie par la décision de simplifier le problème pour en déterminer une solution sur la base d'une intuition géométrique, puis un retour à la résolution du problème général qui passe par l'acquisition de nouvelles notions (orthogonalité et produit scalaire dans R^n). Un des obstacles dans ce problème, qui n'apparaît pas directement mais seulement après la première phase de modélisation, est qu'on demande aux étudiants de *résoudre* un système d'équations linéaires qui n'a pas de solution exacte. Ils doivent donc eux-mêmes formuler ce que serait la meilleure solution *approchée*.

Ici, on se trouve effectivement confronté à la nécessité d'acquérir de nouvelles notions, mais aussi des compétences de modélisation à partir d'un énoncé « bruité », de simplification pour pouvoir utiliser une intuition géométrique, de formulation d'hypothèses complémentaires.

2.3. pH – métrie

Lors de travaux pratiques de chimie, vous recueillez une série de mesures d'une expérience de neutralisation d'un acide par une base et il vous est demandé de trouver le point d'équilibre de cette neutralisation, qui correspond au point d'inflexion de la courbe mesurée. Cette évaluation doit être entièrement automatisée, sans requérir d'intervention humaine, afin de pouvoir être insérée dans une procédure automatisée plus large.

Comment vous y prendriez-vous pour résoudre ce problème ?

Bien sûr, les données sont entachées de bruit et certains paramètres peuvent être inconnus. On vous demande toutefois d'envisager successivement les quatre situations suivantes :
1. Les données sont exactes et l'on vous fournit un modèle paramétrique de la courbe mesurée (problème d'interpolation)
2. Les données sont bruitées et l'on vous fournit un modèle paramétrique de la courbe mesurée (problème d'approximation, moindres carrés, optimisation)
3. Les données sont exactes, mais on ne fournit pas de modèle paramétrique (interpolation, splines cubiques)
4. Les données sont bruitées et on ne fournit pas de modèle paramétrique (approximation, splines de lissage)

Dans ce dernier exemple, le contexte est semi professionnel. Il est plutôt relatif au contexte des étudiants dans un autre cours que celui de mathématique. Le thème du problème est connu des étudiants : on peut même supposer qu'il ait fait l'objet d'un APP de chimie. Toutefois, l'enjeu est bien, ici, non pas de *résoudre* le problème de chimie, mais de découvrir qu'il y a différentes manières de formuler un problème d'interpolation ou d'approximation, et que les méthodes mathématiques de résolution dépendront effectivement de ces différentes formulations. Pour éviter que les étudiants ne se focalisent sur la résolution du problème, aucune donnée numérique n'est fournie. Un obstacle important pour les étudiants est ici de se placer au niveau « conceptuel », sans vouloir résoudre mais bien en formulant le problème dans les différents cas de figure.

3. Analyse comparative des trois problèmes

Le contexte : Ces trois exemples illustrent différents niveaux de contextualisation : un contexte professionnel (pour des ingénieurs), un contexte « académique » lié aux activités de l'étudiant, et un contexte qui peut s'apparenter à celui du mathématicien professionnel. Notre constat est que chacun de ces trois contextes peut engendrer une implication significative des étudiants. Il n'y a donc pas lieu de privilégier nécessairement l'un plutôt que l'autre. Remarquons également que lorsque le contexte est professionnel, la tâche de modélisation est souvent très importante, ce qui ne correspond qu'à un des nombreux objectifs d'un cours de mathématique (voir section 2.2).

L'information : Ces trois problèmes présentent également des caractéristiques très différentes en ce qui concerne l'information. Dans le premier (Les défis de Fanny et Gaston) toute l'information est fournie, aussi bien quant aux données du problème qu'à propos des tâches à effectuer (justifier l'unicité, démontrer qu'il n'y a que trois solutions au problème d'intersection des courbes,...) ou des nouvelles notions à mettre en œuvre (utiliser la formule de Taylor Mac Laurin). Remarquons toutefois que même avec cette information complète, la tâche reste complexe et présente des obstacles ! Dans le problème du four de verrerie, l'information est clairement incomplète et également bruitée puisqu'on introduit des considérations comme le contrôle de la température qui ne sont pas utiles pour le traitement mathématique demandé, et la tâche n'est pas exprimée de manière précise : comment définit-on le "meilleur" modèle ? Enfin, le troisième problème précise quatre situations à envisager, mais on ne précise pas, par exemple, ce qu'on entend réellement par un modèle paramétrique d'une courbe, ni quel modèle utiliser...

La tâche à accomplir : Dans « Les défis de Fanny et Gaston » la tâche est précisément définie et le groupe doit essentiellement formuler les preuves des différents résultats. Mais cette tâche est proposée à des étudiants novices dans l'art de démontrer de nouveaux résultats et qui devront se poser des questions sur la rigueur de leurs développements. Dans « Le four de verrerie» par contre la tâche n'est pas clairement définie. Le groupe doit définir lui-même l'objectif du problème et trouver les nouvelles notions qui lui permettront de le résoudre. Dans «la pH-métrie» la tâche est essentiellement de niveau conceptuel. Il s'agit de comprendre les différentes formes d'un problème d'interpolation ou d'approximation et de comprendre également les méthodologies de résolution dans les différents cas, sans aller jusqu'à une résolution effective. Il est clair que, dans chacun des cas, le rôle du tuteur est primordial : questionner un groupe sur la rigueur d'un développement, sur la précision d'un objectif et sur la résolution "conceptuelle" d'un problème sont ses missions principales.

L'obstacle : Les obstacles à l'apprentissage sont également très différents pour chacune des situations. Dans le premier problème, il s'agit pour l'étudiant de ne pas se contenter du "on voit bien que...". Une démonstration est demandée, et les étudiants doivent chercher dans leur bagage les définitions et théorèmes nécessaires et les mettre en oeuvre à bon escient pour obtenir le résultat demandé. Dans le deuxième cas, outre la difficulté de modéliser une situation professionnelle bruitée, les étudiants rencontrent aussi le problème de devoir "résoudre" un système linéaire qui n'a pas de solution ! Enfin dans le troisième exemple, l'obstacle réel est de résoudre le problème en restant au niveau conceptuel, mais en étant néanmoins précis sur la méthodologie de résolution à suivre dans chacun des cas proposés.

Cette analyse des trois problèmes selon quatre axes montre bien que des problèmes de nature et de caractéristiques très différentes peuvent et même sans doute doivent être posés afin de rencontrer les différents objectifs d'un cours de mathématique. Pour nous, c'est aussi dans la conception de problèmes variés que le travail d'équipe s'avère particulièrement intéressant :

en effet, il n'est pas toujours facile, pour une seule personne, d'être créative dans des registres très différents.

Conclusion

Nous voulons insister ici sur le fait qu’il n’existe pas un seul modèle d’un « bon » problème, mais plusieurs approches possibles. A notre sens, il convient de varier les situations afin d’impliquer et motiver les étudiants, et de susciter la discussion au sein des groupes. Notre expérience a montré l’intérêt des étudiants pour ce genre d’activité. Ils apprécient notamment les discussions mathématiques dans le groupe. Une mission essentielle du tuteur est de veiller à ce que les étudiants ne se partagent pas le travail mais bien au contraire s’approprient chacun le sens précis des notions étudiées.

Nous osons affirmer qu’il est tout-à-fait possible de construire des problèmes de mathématiques qui conviennent dans une activité « APP », ou plus généralement dans un cadre de pédagogie active. Il est parfaitement possible de construire un enseignement qui se fonde essentiellement sur ce type de dispositif. Bien entendu, il faut s’assurer que tous les objectifs visés par cet enseignement (en termes de compétences à acquérir) sont bien couverts par les différents problèmes proposés. Chacun de ces problèmes devrait être analysé sous différents angles (comme ci-dessus) et l’ensemble devrait présenter des caractéristiques variées en terme de contexte, d’information, de type de tâche ou de nature de l’obstacle.

Il peut être souhaitable d’accompagner cette activité par d’autres. Par exemple, des séances d’exercices, une expérimentation numérique ou bien même d’un cours de « restructuration ». Les premiers permettent un certain « drill » dont les étudiants ont besoin pour améliorer leur efficacité dans leurs travaux futurs. L’expérimentation numérique permettra aux étudiants de visualiser concrètement certaines solutions développées d’abord au niveau conceptuel dans le cadre d’un APP. Enfin, les cours de restructuration se révèlent une activité extrêmement utile pour éviter la parcellisation des savoirs.

Bibliographie

ASTOLFI, J. P. (1992), *L'école pour apprendre,* Paris, ESF.

BEN-NAOUM, A. K. & WERTZ, V. (2002), L'apprentissage par problèmes en mathématiques: Une expérience en candidature ingénieur, dans A*ctes du 19ième Colloque AIPU (Association internationale de pédagogie universitaire): Les méthodes actives dans l'enseignement supérieur* (Ed. Louvain-la-Neuve. A. K.).

BEN-NAOUM, A.K., WERTZ, V. (2002), PBL in mathematics: Why it works? (or Does it work), *Actes du congrès: PBL 2002, A Pathway to Better Learning*, Baltimore (USA).

BEN-NAOUM, A.K. &WERTZ, V. (2003), L'apprentissage par problèmes en mathématiques: Pourquoi?, dans *Actes du 2ième Colloque ENSIETA et ENST Bretagne, Brest : Questions de pédagogie dans l'enseignement supérieur: réflexions, projets et pratiques.*

BEN-NAOUM, A.K. (2003), Vérification des acquis fondamentaux en mathématiques à l'entrée des études d'ingénieur, dans *20ième congrès de l'AIPU (Association internationale de pédagogie universitaire): L'université au service de l'apprentissage: A quelles conditions,* Sherbrooke.

BEN-NAOUM, A.K. & WERTZ, V. (2005), PBL in mathematics : What is a 'good' problem ?, dans *International Conference on Problem-Based Learning 9-11 June 2005, Lahti, Finland. PBL in Context - Bridging Work and Education.*

DUCH, B. A. *Key factor in PBL*, Université de Delaware. Article disponible sur le site http/www.udel.edu/pbl/cte/spr96-phys.html.

FABRE, M. (1999), *Situations-problèmes et savoir scolaire*, PUF.

RAUCENT, B. & VANDER BORGHT, C. (2006), *Être enseignant, Magister ? Metteur en scène ?*, De Boeck.

RAUCENT, B. BRAIBANT, J.M, DE THEUX, M.N, JACQMOT, C., MILGROM E., VANDER BORGHT, C. & WOUTERS, P. (2004), Devenir ingénieur par apprentissage actif: compte-rendu d'innovation, *Didaskalia.*

RABUT, C. (2007). Active learning for any subject, including mathematics and other abstract subjects, dans *Proceedings of the Active Learning in Engineering Education (ALE 2007) conference.*

SOUCISSE, A., MAUFETTE, Y. & KANDLBINDER, P. (2003). Les problèmes : pivots de l'apprentissage par problèmes (APP)…et de la motivation ?, *Res Academica,* **21 (1)**, 129-150.

KOUIDER BEN-NAOUM
Université catholique de Louvain ; EPL
kouider.ben-naoum@uclouvain.be
CHRISTOPHE RABUT
Université de Toulouse, INSA, IMT
christophe.rabut@insa-toulouse.fr
VINCENT WERTZ
Université catholique de Louvain ; EPL
vincent.wertz@uclouvain.be