L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés

Actes du colloque emf 2006

L'histoire des mathématiques dans le cadre de la pluridisciplinarité : le cas des mesures

Konstantinos Nikolantonakis, *Université de la Macédoine de l'Ouest, Florina, Grèce*

Résumé

Le thème des mesures des grandeurs peut donner lieu à diverses activités mathématiques dans les dernières classes de l'école primaire mais aussi pendant la formation initiale et continue des instituteurs et institutrices. Il permet de resituer la problématique sur son établissement historique et sa forme actuelle. Dans notre travail, nous allons présenter l'importance des principes de la métacognition et de la pluridisciplinarité dans le contexte de l'histoire des mathématiques et de son utilisation pendant la formation des instituteurs/institutrices. Notre travail se divise en trois parties. Dans la première patrie, nous discutons le cadre théorique (métacognition, pluridisciplinarité). Dans la seconde partie, nous donnerons un exemple, pris dans l'histoire de la discipline, consacré au problème des mesures. Dans la troisième partie, nous donnerons quelques exemples d'activités utilisées pendant un stage de formation continue proposé à des instituteurs/institutrices sur la didactique des mathématiques et ses relations avec l'histoire de la discipline.

1. Introduction

Pour la formation des instituteurs/institutrices de l'enseignement primaire qui enseignent ou qui vont enseigner les mathématiques, il est très important de développer une culture scientifique multidimensionnelle. Ces dimensions sont :

- La connaissance, qui comprend l'apprentissage global des notions et des théories mathématiques, une approche des mathématiques scolaires approfondie, et parallèlement une approche pédagogique et psychologique de l'éducation mathématique.
- La connaissance concernant la connaissance, qui concerne la coulisse de la connaissance, en d'autres termes la conscience du rôle, de la dynamique et de la nature des mathématiques.
- La connaissance pour l'action, qui concerne plutôt le cadre théorique de l'organisation et de l'approche de l'enseignement des mathématiques scolaires ainsi que l'évaluation du travail mathématique dans les classes.
- L'action, qui concerne la pratique et l'expérience de l'enseignement des mathématiques scolaires et, plus généralement, le développement de l'éducation mathématique.

L'ensemble de ces dimensions détermine une base intégrée qui forme et soutient les enseignants.

Dans le cadre de cette communication, nous allons insister sur l'une des composantes de cette base intégrée : la connaissance de la connaissance en mettant l'accent sur l'utilisation de l'histoire des mathématiques.

2. Cadre théorique

2.1 Métacognition

Dans le cadre de l'épistémologie génétique de J. Piaget, l'approche de la métacognition avait pour base l'existence du parallélisme entre l'organisation logique et théorique de la connaissance et ses procédures psychologiques correspondantes. En effet, il mettait l'accent sur les ressemblances entre l'évolution historico-cognitive de la pensée scientifique et la croissance psychogénétique de l'intelligence d'une personne. Son approche combinait l'aspect subjectif à l'aspect épistémologique (c'est-à-dire avec les caractéristiques du contenu de la connaissance scientifique) en tenant compte des différents stades de développement de l'individu, c'est-à-dire en insistant sur la dimension historique du processus.

De son côté, l'analyse métacognitive du groupe de recherche de Bielefeld a fait apparaître trois composantes métacognitives de la connaissance mathématique : la méthodologie et la théorie du travail scientifique, l'histoire des mathématiques et la connaissance des relations entre les mathématiques et d'autres sciences ou cours scolaires. En relevant le rôle métacognitif de l'histoire des mathématiques, ce groupe enrichit l'histoire épistémologique et révèle les coulisses de la croissance conceptuelle, la nature particulière des mathématiques et l'interdépendance de l'évolution des mathématiques et de l'évolution sociale[1].

En outre, dans le cadre de la philosophie des mathématiques, a émergé, dans les années 1970, un courant de pensée influencé par les idées d'Imre Lakatos et de la science cognitive, qui focalisait l'attention sur les changements conceptuels et méthodologiques des mathématiques en fonction du cadre social et culturel de référence. Cette orientation a donné une impulsion puissante aux théories épistémologiques et aux analyses historiques des connaissances mathématiques, c'est-à-dire aux deux axes principaux qui radiographient la nature et l'évolution du contenu de la pensée mathématique. Parallèlement, ont été également mises en lumière les composantes anthropologiques ou culturelles afférentes à la compréhension de la structure, du fonctionnement et de la croissance des mathématiques.

À la lumière de ces avancées théoriques, on comprend mieux la nécessité de donner aux instituteurs une formation visant à développer leur équipement métacognitif. En effet, les approches alternatives révèlent que la prise de conscience métacognitive n'est pas indépendante de la compréhension historique de la pensée mathématique. D'où, une série de nouvelles questions concernant la nature et le changement de l'esprit mathématique, la genèse et l'établissement des nouvelles idées mathématiques, des théories et des méthodes, mais aussi de la forme de leur utilisation.

Pour le dire autrement, une série des travaux convergent pour, d'une part, souligner l'importance primordiale de la métacognition et, d'autre part, pour rappeler que l'histoire des mathématiques permet de former à la métacognition.

C'est pourquoi, la didactique des mathématiques doit prendre sérieusement en compte l'aspect suivant : il n'existe pas de connaissance sans métacognition, personne ne peut apprendre une signi-

1 Otte, M. (1979). The Education and the Professional life of Mathematics Teachers, *New Trends in Mathematics Teaching*, Vol. IV, Unesco, p. 125. (2002).

fication théorique sans une sensibilisation à la signification. La métacognition peut être développée grâce aux études historiques[2].

2.2 Approche pluridisciplinaire

Dans les conditions actuelles, l'approche de la connaissance se base sur la perception que la procédure éducative n'est qu'une accumulation permanente de connaissances scientifiques autonomes, sans liens entre elles. Cette approche est particulièrement dommageable car elle a des conséquences négatives dans la vie scolaire. En effet, dans cette approche, les connaissances de chaque science se présentent sans liens entre elles, en espérant que l'élève parviendra un jour à faire la synthèse et parviendra à des corrélations appropriées, lorsque les problèmes complexes se poseront à lui. En réalité, cette approche conduit l'élève à une représentation des savoirs, sans qu'il soit en mesure de coordonner ses connaissances. Il s'agit donc d'une thèse particulièrement dangereuse, qui conduit notre système éducatif à des impasses.

La procédure éducative peut suivre une approche holistique, plus performante, en acceptant que : a) la connaissance soit cultivée à travers des corrélations d'approches scientifiques diverses et b) que la résolution de chaque problème, a de nombreux aspects qui doivent être rapprochées globalement. Par cette approche holistique nous créons une autre image du champ éducatif de l'élève. Dès lors, l'approche pluridisciplinaire s'impose, puisque le monde autour de nous, celui dans lequel nous agissons, se manifeste de manière diverse et complexe.

L'approche pluridisciplinaire, centrée sur l'élève, est proposée actuellement, par l'Institut Pédagogique grec, et les instituteurs doivent l'appliquer dans leur travail. Or, ces derniers ne sont pas formés à l'approche pluridisciplinaire, particulièrement dans le domaine des mathématiques.

Comment dès lors former les instituteurs à cette approche pluridisciplinaire des mathématiques ? Cette communication propose des solutions concrètes qui favorisent la prise de conscience des instituteurs mais qui peuvent aussi être réutilisées par ces derniers pour sensibiliser leurs élèves à l'approche multidimensionnelle des mathématiques.

Ces solutions reposent sur l'idée que les mathématiques sont une construction sociale. La participation active des instituteurs/trices à la compréhension de l'évolution historique des mathématiques est recherchée. Les activités que nous avons prévues n'ont pas pour finalité la connaissance déclarative et la mémorisation. Nous voulons qu'à travers l'utilisation et l'étude comparative de méthodes, qui ont été développées à des instants historiques différents par des cultures différentes, les instituteurs/trices conçoivent l'évolution des mathématiques en tant que procédure historico-culturelle, perçoivent les ressemblances et les différences des principes de l'organisation et de fonctionnement qui les gouvernent. Notre objectif principal, à travers les exercices mis en place, est la compréhension des avantages du mode actuel de mesure des grandeurs donc de faire réfléchir les instituteurs/trices sur ce développement de la connaissance humaine.

2 Otte, M. / Seeger, F. (1994). The Human Subject in Mathematics Education and in the History of Mathematics, Biehler, R. *et al*. (eds.) : *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*, Kluwer Acd. Publ., p. 352-353. (2002).

3. Un exemple

3.1 Les unités de mesure de l'antiquité jusqu'à la révolution française[3]

Les plus anciennes unités de mesure dérivent du corps humain. Les membres du corps humain ont servi de rapport pour les unités de longueur même dans les plus anciens systèmes de mesure. Dans la plupart des pays et des langues du monde, étaient utilisées des unités utilisant des mots anthropomorphiques, des appellations comme doigt, goutte, bras, pied etc. La valeur de chacune de ces unités varie de région en région, alors que l'appellation reste la même. Souvent l'unité pied avait une longueur égale au pied d'un roi ou d'un souverain local. Un rapport métrique pouvait, également, être constitué par l'activité de travail de la personne. Ainsi, pour la mesure de l'étendue des champs, l'unité était souvent la somme du travail qu'il fallait que produise une personne pour cultiver le champ. En Grèce, les «paires», correspondait à la surface ayant été cultivée par une paire de bœufs en un jour.

De leur côté, les scientifiques ont essayé de fonder les unités de mesure sur des phénomènes œcuméniques, comme la rotation du soleil, pour la mesure du temps. À partir du 17e siècle, les scientifiques se sont efforcés de trouver dans la nature des phénomènes pouvant constituer la base permettant de définir une unité de caractère œcuménique.

En Grèce antique, l'unité de base de mesure, était le pied. La grandeur n'était pas stable mais dépendait du point d'où on prenait la mesure. Ainsi ses longueurs oscillaient de 0,3083 jusqu'à 0,2970 m. Une subdivision du pied était le doigt, le 1/16 du pied ou 0,0193 m. La longueur du stade différait d'une ville à l'autre et dépendait de la longueur du pied. Ainsi le stade attique avait longueur 184,98 m, le stade olympique 192,27 m, le stade de marche 157,50 m. La base des unités pour la mesure des solides était le kyathos (0,046 litre). Pour les liquides, la base des unités de mesure était une nouvelle fois le kyathos. L'unité de base de mesure du poids était l'obole (0.72 gramme).

Les Romains ont adopté les unités de mesure grecques en changeant l'appellation de certaines d'entre elles. Les civilisations anciennes utilisaient des unités de mesure semblables à celles des grecques. Concrètement, en Égypte, l'unité principale de longueur était la coudée royale (0,524 m) et sa subdivision de base le doigt (0,0187 m). Des mesures de liquides étaient le ro, hin, hekat, har et la coudée cubique (0,14 mètres cubiques).

À Babylone, l'unité principale de longueur était le doigt babylonien (0,530 m) connue en tant que kas. L'unité de mesure des liquides était le ka. Le plus ancien que tous les poids connus étaient le mna (640 ou 978 grammes). Les unités des Hébreux provenaient de Babylone et la plus importante était le doigt (0,0218 m) connue en tant qu'esva.

Pendant le 17e siècle, lorsqu'a commencé à être formulée l'idée que les mesures devaient acquérir un caractère œcuménique, la situation des poids et des mesures en Europe était exceptionnellement complexe. Les diverses mesures (principalement la longueur, la surface, le poids et la capacité) étaient caractérisées par leur valeur pratique limitée et leur partialité. Quelles étaient les raisons ?

3 Informations prises du livre de Guedj, Denis. (2000). *La Mètre du monde*, Éd. du Seuil.

D'abord les unités sont liées à un lieu. Les unités changent de région en région, de ville en ville et quelquefois de village en village, par exemple, en France étaient utilisés de nombreux pieds différents, chacun avec une valeur différente. Des unités diverses pour la mesure des propriétés étaient utilisées à Venise, Oudine etc. Même dans les cas où ces unités avaient le même nom les valeurs variaient. Deuxièmement, les poids et les mesures sont liés à un produit, à une marchandise. Une unité sert pour compter le poids du blé et une autre le poids du charbon. Troisièmement, elles sont liées à une profession. Une unité mesurait la longueur d'un mur des architectes et une autre la longueur d'un tissu des commerçants.

Les échanges étaient davantage entravés puisque les subdivisions des unités n'étaient pas toutes décimales et variaient. En France, au 17e siècle, l'unité de longueur « Toise du Chatelet », était subdivisée en 6 « pieds du roi » lesquels avaient 12 doigts. En Angleterre, à la fin du 16e siècle, le yard était subdivisé en 3 pieds et chaque pied en 12 pouces.

Cette situation était le résidu du localisme économique (marchés de portée locale) et du féodalisme politique. L'établissement officiel des poids et de mesures, très souvent, constituait un privilège du souverain local.

La décomposition progressive du féodalisme, l'élargissement des échanges commerciaux, les débuts de la production industrielle et le progrès de la science pendant les siècles qui ont suivi, ont conduit à des efforts très intenses pour l'unification des poids et des mesures à l'échelle internationale. Certes, Charlemagne, aux débuts du 9e siècle, avait déjà essayé d'imposer une uniformité entre les divers systèmes métriques, cependant cet effort avait échoué. En raison de la croissance des sociétés, les mesures sont devenues plus complexes, tandis que les mathématiques ont permis la création d'unités métriques spécialisées et appropriées à l'emploi commercial et scientifique.

3.2 Historique de la genèse du système métrique pendant la révolution française

1790 – Le député Talleyrand propose à l'assemblée nationale l'unification des poids et des mesures en France. L'académie des sciences entreprend l'étude du problème et adopte l'échelle décimale pour toutes les mesures, fait qui n'était pas en vigueur à l'époque.

1791 – L'académie de sciences recherche un rapport stable sur lequel pourrait être fondée la définition d'une unité de caractère œcuménique. Ainsi, elle adopte une unité de longueur dix fois le millionième d'un quatrième du méridien terrestre, et elle nomme cette unité le MÈTRE. L'assemblée nationale française, avec la loi du 30 mars 1791, adopte cette proposition de l'académie de sciences et elle confie aux scientifiques J.B. Delambre et P.F. Mechain la tâche de compter le méridien, elle confie également à Lavoisier le soin de déterminer une unité de poids (de masse) fondée sur un volume connu d'eau.

1793-1795 – Avant que la mesure du méridien soit complète, l'assemblée nationale conventionnelle vote des lois qui rendent obligatoire l'emploi du système métrique décimal en France. Le système métrique décimal constitue un système de trois manières : toutes les unités de mesure dépendent d'une grandeur unique, le mètre ; toutes les unités sont subdivisées sur la base d'une échelle unique, l'échelle décimale ; toutes les désignations des unités sont données sur la base d'un principe unique, sur laquelle se fonde une nomenclature métrique réelle.

1799 – Après que la mesure de méridien soit effectuée, sont fabriquées deux normes de référence de platine, pour le mètre et pour le kilo. Ceux-ci sont placés aux archives nationales de la France et depuis ils sont connus en tant que mètre et kilogramme des archives.

1840 – En dépit des efforts de l'État, la diffusion du système métrique en France connaîtra de nombreuses difficultés et résistances. Son application sera généralisée et deviendra réellement obligatoire seulement en 1840.

Peu à peu, l'augmentation des échanges commerciaux entre les peuples a accentué le besoin d'harmonisation des systèmes métriques, d'où la prédominance aujourd'hui de deux systèmes d'unités : le système anglo-saxon, qui est utilisé en Grande Bretagne et dans ses colonies et le Système International qui est le plus courant mondialement[4].

4. Exemples d'activités

Nous avons développé une série de 10 activités sur le thème des mesures dans une perspective historique que nous avons présentées pendant les séminaires de formation continue des instituteurs/trices. Ici, nous présentons 3 de ces activités[5].

4 La situation des poids et des mesures à l'espace helladique – Pendant la période de la constitution de l'Etat grec les poids et les mesures ottomannes sont utilisées officiellement mais une multitude d'unités d'origines variées existe parallélement. Une grande partie de celles-ci ont été utilisé par la population rurale jusqu'à 1960. Les termes métriques de l'antiquité grecque et romaine continuent à être utilisés principalement pour la déclaration de significations quantitatives approximatives, tandis que des termes byzantins correspondent souvent à des mesures d'emploi pratique. Un nombre important de termes métriques qui proviennent d'autres peuples (vénitiens, anglais) survivent dans certaines régions (Eptanisa, Crète, Dodecanèse, Chypre) colonisées par ces peuples.
Ainsi, comme dans toute l'Europe, avant l'application du système métrique, les poids et les mesures traditionnelles grecques présentent une mosaique complexe de centaines d'unités de portée limitée : elles sont également liées à un lieu, à un type de chose et à une profession. Certaines mesures sont utilisées avec des valeurs différentes d'une région à l'autre. En même temps, il n'est pas rare que soit utilisé des unités différentes pour la mesure d'une même grandeur.
L'introduction du système métrique a définitivement été réalisée en Grèce en 1959. Les efforts de l'Etat grec pour introduire le système métrique décimal avaient commencé 120 ans plus tôt, sur Othonas. La réduction du désordre qui caractérisait les poids et les mesures du territoire libéré était l'un des premiers objectifs de l'Etat grec récemment créé. L'unification en outre, des modes locaux divers de mesure, constituait une partie de la procédure politique et de l'unification nationale. Au-delà de son intervention réglementaire dans les échanges commerciaux, l'Etat grec, ainsi que les autres Etats de l'Europe, essayait par cette manière d'imposer sa tutelle et son organisation à divers espaces comme des régions géographiques, des groupes sociaux, des communautés professionnelles.
La marche vers l'unification du système métrique en Grèce a été réalisée avec de grandes difficultés, à cause des résistances liées à la tradition et aux intérêts diverses. Cette marche reflète l'infiltration progressive et l'imposition de l'Etat dans la société grecque. Cette marche a nécessité plus d'un siècle pour que tous les Grecs commencent à compter les grandeurs de la même manière.
1836 : Premier effort d'introduction du système métrique en Grèce.
1959 : Application définitive du système métrique en Grèce.

5 Nous avons consulté le livre de Francoise Cerquetti-Aberkane, Annie Rodriguez, Patrice Johan, (1997). *Les maths ont une histoire, activites pour le cycle 3*, Hachette Éducation.

4.1 *Activité 1 – Mesure d'objets familiers sans l'emploi du mètre*

4.1.1 Objectif pédagogique

Conduire les instituteurs/trices à :

- apprécier, calculer et exprimer la longueur ou les dimensions des objets familiers, sans l'emploi de la règle, en utilisant ses propres unités de mesure ;
- comprendre les problèmes qui sont créés par la variété des mesures ;
- constater le besoin de mesures communes, c'est-à-dire d'un système métrique commun.

4.1.2 Déroulement de l'activité

L'activité peut commencer par un petit problème auquel je suis confronté et pour lequel j'ai besoin de leur aide. « J'ai décidé d'habiller la chaise de mon bureau par un tissu. Le tailleur m'a dit, de lui donner les dimensions de ma chaise. Mon problème est que je n'ai pas avec moi ma règle pour compter les dimensions qu'il m'a demandées. Pouvez-vous m'aider ? »

4.1.3 Phase 1

J'entends leurs propositions pour la solution du problème et je propose aussi certains modes de mesure, s'ils n'ont pas été mentionnés, comme l'emploi d'un crayon, d'un cahier ou d'un livre, avec la main etc. Je leur donne du temps afin qu'ils collaborent tous avec leurs voisins, qu'ils réalisent les mesures et qu'ils enregistrent les résultats de leurs mesures. Probablement ils vont se retrouver confrontés avec les situations suivantes, par exemple leur livre ou leur crayon ne peut pas mesurer exactement la chaise. À cette occasion nous découvrons que nous avions besoin de certains objets plus petits que les initiaux pour couvrir le vide qui reste. Ainsi, nous pouvons avoir une combinaison d'un livre et d'un racloir. Quelqu'un peut penser qu'il serait plus simple d'utiliser seulement les petits objets pour éviter ce type de problème.

Donc ces plus petits objets que nous avons utilisés sont les subdivisions des unités plus grandes, par exemple le cahier est égal à 8 racloirs. Ensuite, chaque groupe communique les mesures qu'il a faites et toutes sont écrites au tableau séparément en catégories, en fonction de l'objet qui a été compté.

4.1.4 Phase 2

Nous comparons les résultats des mesures. Nous observons qu'on ne peut pas faire facilement la comparaison parce que nous avons des unités de mesure différentes. Ensuite, nous séparons les catégories en plus petits groupes utilisant les mêmes dimensions et mesures, par exemple la dimension crayon qui a été compté avec le crayon.

Après la dissociation, nous observons qu'une nouvelle fois toutes les mesures ne coïncident pas, mais au contraire nous avons une variété de résultats et de dimensions. Nous sommes conduits progressivement à une nouvelle question : puisque toutes les mesures sont obtenues avec des objets semblables pourquoi ne sont-elles pas toutes les mêmes ? Nous utilisons le même objet et comptons la même chose, cependant les mesures ne sont pas en accord. Pourquoi ? À ce point nous pouvons leur demander de classifier les dimensions de la plus grande vers la plus petite. Certains poseront immédiatement la question, savons-nous que tous nos crayons ont la même taille ? Une mesure dite 6 crayons peut en réalité être plus petite qu'une autre qui est 4 et une partie de crayon parce que les crayons qui ont été utilisés pendant la deuxième mesure sont beaucoup plus grands que les premiers.

4.1.5 Phase 3

Nous pouvons leur poser la question suivante : pourquoi lorsque nous comptons avec une règle nous n'avons pas le problème qui a été créé ci-dessus ? À travers cette question et après discussion, nous finissons par trouver la cause du problème : la dissemblance des mesures que nous avons utilisées, problème qu'avait aussi les personnes des siècles précédents. Le problème s'est transmis de génération en génération jusqu'au 18^{e} siècle. À cette date, il a trouvé sa solution grâce à la création d'une mesure commune le Mètre, ce que nous utilisons aujourd'hui.

4.2 Activité 2 – Un problème de la variété des mesures

4.2.1 Objectif pédagogique

Comprendre :

- à travers le problème que la variété des mesures crée des agitations à tous les secteurs de la vie ;
- le besoin d'existence d'une mesure uniforme commune.

4.2.2 Déroulement de l'activité

Un peu avant les jeux olympiques à Olympie ancienne 776 A.C. deux athlètes de course discutent pour savoir qui est le plus rapide. Un était originaire d'Olympie et courait au stade local. Le deuxième était Athénien et courait au stade attique. Ils courent dans le même temps. Cependant, nous avons l'information suivante : Hercules en plaçant chaque fois son pied devant l'autre, avait déterminé la longueur du stade d'Olympie à 600 pieds. Cependant, quelle est la longueur du pied d'Hercules ? Les diverses longueurs de stades sont :

a. Stade d'Olympie (le pied d'Hercules égal à 0,3204 m) est 197,27 m.
b. Stade attique : 184,98 m, le pied = 0,308 m.
c. Stade asiatique (du petit pied chinois = 0,246 m) soit égal à 147,85 m.
d. Stade routier = 157,5 m et à pied correspondant = 0,2625 m.

Qui des deux athlètes est favori pour la première place ? D'où vient le problème des deux athlètes ?

4.2.3 Pluridisciplinarité

Il est évident que l'activité se développe autour de l'idée des jeux olympiques. Ainsi, en prenant comme motif ce fait et en ayant à l'esprit l'approche pluridisciplinaire, nous pourrions avoir une extension du cours vers l'institution des jeux olympiques.

Nous pourrions aussi avoir une ouverture sur les différents sports pratiqués, l'esprit olympique, l'évolution des sports, le professionnalisme etc.

Ces différentes ouvertures peuvent, par exemple se combiner au cours d'histoire mais aussi de géographie lorsqu'il est question des lieux et des pays dans lesquels ont été organisés les jeux Olympiques. Nous pouvons aussi proposer l'emploi de planisphère et effectuer un voyage imaginaire dans ces pays.

4.3 Activité 3 – Le problème du commerçant

4.3.1 Objectif pédagogique

Comprendre :

- le problème de la diversité des mesures ;
- réaliser le besoin de création et d'adoption des poids et des mesures communes et uniformes par tout le monde ;
- résolution d'exercices de proportions grâce à l'emploi de proportion ou grâce à la référence à l'unité ;
- résolution de problèmes de pourcentages.

4.3.2 Pluridisciplinarité

Ce problème permet une ouverture pluridisciplinaire aux cours d'histoire et de géographie. Concernant le cours d'histoire nous pouvons discuter de différentes époques pendant l'antiquité en Grèce et plus précisément de l'époque classique à Athènes mais aussi de la constitution de Rome à la même époque. Concernant le cours de géographie, nous pouvons utiliser une carte de l'Europe à l'époque et voir les différences entre les états actuels et les villes-états de cette époque. Nous pouvons aussi faire ce voyage imaginaire d'Athènes à Rome par la terre et par la mer.

4.3.3 Déroulement de l'activité

À Athènes, à l'époque classique, Mr-Achille était un des meilleurs marchands de tissus et de tapis. Il avait un grand dépôt plein de tissus et de tapis très chers, pour lesquels il acceptait des commandes venues de tous les pays du monde connus. En raison de cette activité internationale Mr-Achille était confronté quotidiennement à des problèmes mathématiques.

Un seigneur romain a commandé à Mr-Achille 80 pieds du tapis rouge. Cependant, il a demandé à Achille de lui dire combien de dinars lui coûterait approximativement ce tapis et si Mr-Achille pourrait lui donner des tapis qui ont été fabriqués en l'année 245 (de la fondation Rome) parce qu'il croyait que ces tapis étaient les meilleurs. Après cette commande, le commerçant athénien a dû faire beaucoup de calculs.

a) Il faut qu'il trouve quelle est l'année demandée par son client. Acceptons comme chronologie de la fondation de Rome 753 A.C. Les Grecs, à l'époque de Mr Achille comptent les années en prenant comme point de départ les premiers jeux olympiques qui se sont tenus 776 A.C. Le commerçant athénien en ayant cette information à l'esprit a calculé l'année correspondante. Le problème cependant n'est pas terminé car l'année de fabrication était écrite sur le tapis de la manière particulière qui était utilisée à l'époque. Ainsi, il faut maintenant qu'il trouve l'année demandée.

Le système d'écriture grec était le suivant : on écrivait deux chiffres, par exemple 3.1, le premier indiquait le nombre des jeux olympiques qui avaient été effectués et le second, les années qui s'étaient déroulées depuis ces jeux. Ainsi, conformément à l'exemple, nous sommes à la première année après les troisièmes jeux olympiques. Ce système a servi jusqu'aux années de l'empire byzantin. Trouvez l'inscription qui fallait que trouve notre commerçant sur le tapis ?

Si les instituteurs/trices rencontrent des difficultés lors de la résolution du problème nous pouvons les aider en leur donnant une ligne du temps (ou une représentation linéaire) sur laquelle apparaissent les deux systèmes de mesure du temps (le grec et le romain).

b) Le client romain voulait 80 pieds de tapis. Cependant le commerçant comptait ses tissus avec la coudée. En outre, il fallait qu'il sache combien de longueur avait le pied romain afin qu'il ne fasse pas d'erreurs de calcul. Un pied romain = 12 pouces (1 pouce = 2,54 cm), un pied grec = variait de 27 jusqu'à 35 cm en fonction de la région (à Athènes = 30,8 cm).

Nous savons également que les Grecs considéraient que 1 ½ pieds = 1 coudée.

Combien de coudées de tapis devait compter Mr-Achille ?

c) En regardant sa liste de prix, le commerçant voit que le tapis considéré coûte 3,5 drachmes la coudée. Cependant, suite à la demande du Romain, il faut qu'il écrive combien de dinars coûte chaque pied de tapis. Nous savons que 1 dinar = 4 sextaria (1 sextario = 0,546 gramme), 1 drachme = 4,36 grammes.

Combien de dinars coûte un pied du tapis commandé par le Romain ?

d.1) Dans les obligations du commerçant, on comptait le transport et la livraison de son produit aux mains du client. Mr-Achille avait deux choix : par mer ou via la terre. Cependant, le client voulait la manière la plus économique. Le coût du transport était analogue au volume de l'objet. Par mer le transport coûte 3 oboles (1 drachme = 6 oboles) chaque 4 kyathos, tandis que le transport terrestre coûte 3 oboles chaque 2 kyathos. Le tapis avait 1 Medimno de volume total.

– 4 kyathos = koinikas (0,96 ou 1,08 litre)

– 8 koinikas = 1 sixième (7,68 ou 8,64 litres)

– 6 sixièmes = 1 medimnos (46,08 ou 51,84 litres)

Quel mode de transport convient le mieux et combien coûtera ce transport ?

d.2) Le transport avait un coût selon la distance puisque pour chaque 50 stades de distance le commerçant payait 2 drachmes. La carte qu'avait à sa disposition Mr-Achille était romaine. La distance d'Athènes à Rome était égale à 325 milles romaines.

À Rome :

– 1 pied = 12 pouces (1 pouce = 2,54 cm)

– 5 pieds = 1 pace = 2 pas

– 1 000 pace (2 000 pas) = 1 mille romain

À Athènes :

– 1 ½ pieds = 1 coudée (1 pied = 30,8 cm)

– 4 coudées = 1 orgie

– 10 orgies = 1 amma ou 1 corde

– 10 ammata ou cordes = 1 stade grec

Combien de drachmes paiera le commerçant pour le transport du tapis ?

e) Si le commerçant au coût de transport a ajouté encore 10 % du prix réel, combien de dinars a-t-il dit que coûte le transport du tapis d'Athènes à Rome ?

f) Ces calculs devaient être fait chaque fois que le commerçant athénien voulait faire un échange commercial avec quelqu'un qui n'était pas d'Athènes.

Quel est le prix final du tapis ?

5. Conclusion

J'ai utilisé avec des groupes d'instituteurs/trices en formation d'autres activités de type historique. Ils ont particulièrement apprécié ces différentes approches historiques et les activités proposées. Elles ont permis de donner du sens aux savoirs mathématiques qui sont vus comme le résultat d'une réelle activité de recherche évoluant au cours des siècles. Le temps consacré à l'ensemble de ces activités est de l'ordre de 8 heures. Le travail effectué par les instituteurs s'insère dans le cadre du programme des dernières classes de l'école primaire.

Lors de la recherche de réponses à des questions posées, tous les instuteurs/trices ont été actifs, la discussion était très intéressante et les questions de leur part fusaient. Les thèmes que nous avons discutés plus en détails concernaient : (1) les difficultés de communication que les gens éprouvaient auparavant pour faire du commerce et trouver les équivalents et (2) les réflexions sur le développement de la connaissance en général et plus précisément des notions mathématiques. Les instituteurs/trices se sont posés de questions sur la façon de faire des calculs à l'époque. Cette question m'a permis de donner une explication sur les différentes méthodes utilisées tout au long de l'histoire de la discipline dans des pays différents. Les instituteurs/trices ont réalisé que les gens ne savaient pas faire des calculs – exception faite des groupes de commerçants et des spécialistes. Par la suite, ils ont essayé d'expliquer certaines des difficultés que leurs élèves éprouvaient en faisant le parallèle avec les difficultés présentées dans l'histoire des mesures.

Il semble que les objectifs assignés ont été atteints. Les instituteurs/trices ont été intéressés par ces différentes activités et par l'introduction historique du sujet. L'intérêt du problème proposé ne fait aucun doute. Il les a amenés à remettre en cause leurs connaissances. Ils ont pu prendre conscience, au travers de l'histoire des mesures, que les savoirs ne sont pas éternels, ils ont été inventés et modifiés au cours du temps pour répondre à certains problèmes. Ils étaient étonnés que les valeurs connues aient été si différentes et variées suivant les époques. Le fait que les valeurs du mètre, poids, etc. dans le système décimal n'étaient pas connues a surpris les instituteurs/trices particulièrement. Ces derniers m'ont demandé si les valeurs ci-dessus pourraient changer un jour et cela a donné la possibilité de réfléchir sur l'évolution du système arithmétique. Les instituteurs/trices ont cherché et ont confronté leurs résultats en étant attentifs et curieux tout au long du processus.

La compréhension métacognitive des mathématiques à travers leur évolution historique constitue la pierre angulaire de la formation scientifique des instituteurs, car elle renforce substantiellement leur équipement professionnel, fait qui leur permet d'expliquer et d'interpréter les mathématiques.

Nous avons formulé un questionnaire pour des instituteurs/trices (ayant entre 10 et 25 ans de service), qui ont participé à ces stages de formation continue. Pour l'heure, nous sommes à la phase de la collecte des informations correspondantes. Ensuite, suivront le traitement et l'analyse de leurs points de vue. L'occasion, sans doute, d'approfondir l'intérêt et les limites éventuelles de l'approche pluridisciplinaire des mathématiques…

Références

Damerow, P. (1996). *Abstarction and Representation*, Kluwer Acad. Publ.

Françoise Cerquetti-Aberkane, Annie Rodriguez, Patrice Johan, (1997). *Les maths ont une histoire, activités pour le cycle 3*, Hachette Éducation.

Guedj, D. (2000). *La Mètre du monde*, Éditions du Seuil.

Otte, M. (1980). On the Question of the Development of Theoretical Concepts. *Communication et Cognition*, *13*(1), p. 63-67.

Otte, M. (1979). *The Education and the Professional life of Mathematics Teachers, New Trends in Mathematics Teaching*, Vol. IV, Unesco, p. 107-133.

Otte, M. Seeger, F. (1994). The Human Subject in Mathematics Education and in the History of Mathematics, Biehler, R. et al. (dir.) : *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*, Kluwer Acd. Publ., p. 351-365.

Pour joindre l'auteur

Konsatntinos Nikolantonakis
Nea Gonia
63080, Nea Kallikrateia
Grèce
nikolantonakis@noesis.edu.gr