

Conceptions des enseignants de mathématiques du secondaire concernant la lecture et l'interprétation des graphiques statistiques



Omar Rouan, École normale supérieure de Marrakech, Maroc

Résumé

Ce travail vise à identifier le statut que les enseignants de mathématiques du secondaire associent aux graphiques statistiques, ainsi que les réactions qu'ils manifestent à l'égard de leur lecture et de leur interprétation. Pour atteindre cet objectif, nous avons utilisé un questionnaire et des entrevues. Le questionnaire a été adressé à un échantillon de 221 enseignants du secondaire, répartis sur différentes villes du Maroc. Pour les quinze entrevues que nous avons effectuées, à part le volontariat, aucun critère de choix n'a été utilisé. Une analyse des correspondances multiples (ACM) a été adoptée pour l'analyse des résultats du questionnaire. Les résultats de ce travail ont mis en évidence chez ces enseignants, différentes conceptions erronées concernant les fonctions des graphiques statistiques, la définition de leur lecture ainsi que celle de leur interprétation. Ces conceptions constituent à notre avis une base pour l'élaboration de programmes de formation en statistique, des enseignants de mathématiques du secondaire.

Introduction

Deux facteurs essentiels se trouvent derrière l'intérêt que nous accordons aux représentations graphiques des données statistiques (RGDS) et aux conceptions que les enseignants de mathématiques¹ du secondaire se construisent à leur sujet, à celui de leurs fonctions ainsi qu'à celui de leur lecture et leur interprétation.

Le premier concerne l'importance accrue de ces graphiques. En effet, d'une part, elles constituent un type particulier de graphique, puisqu'elles se différencient des autres par les situations qu'elles représentent, par le principe de leur construction ainsi que par le type de raisonnement qu'elles suscitent. D'autre part, elles sont omniprésentes dans différents domaines scientifiques et dans différentes matières d'enseignement. Enfin, elles sont fréquemment rencontrées dans le milieu social, via les journaux, les revues et d'autres publications.

Le deuxième facteur est lié à l'importance que nous accordons à l'enseignement des RGDS, et à leur maîtrise par les enseignants de mathématiques du secondaire. Elles constituent un outil principal du raisonnement statistique. En effet, Mac Gregor et Slodvic (1986), ont montré que certaines RGDS engendrent et facilitent des jugements et des estimations statistiques mieux que d'autres. Aussi, elles permettent d'approcher la statistique dans sa globalité, en représentant des données réelles, en montrant son utilité et son objet et en la rendant plus motivante, plus palpable et plus accessible aux élèves.

1 Car se sont eux qui enseignent les statistiques au secondaire.

De plus, à cause de l'introduction des ordinateurs dans les lycées, leur interprétation est devenue plus urgente que leur construction, et constitue ainsi un objectif principal de leur enseignement. Enfin, les livres et les manuels de statistique ne s'occupent que rarement des caractéristiques, des fonctions et de l'interprétation des RGDS.

Le fait de penser à fonder un enseignement qui donne plus d'importance à l'analyse du graphique et à son exploitation, nécessite de se poser des questions liées à la préparation des enseignants à ce type d'objectif. En effet, c'est un enseignement basé sur des activités qui visent en plus de la construction des RGDS, la compréhension de leurs composantes, de leurs caractéristiques et de leurs fonctions, leur exploitation, leur comparaison avec d'autres graphiques ainsi que leur lecture et leur interprétation.

Donc, nos enseignants sont-ils formés en statistique? Sont-ils initiés aux principes généraux de la graphique? Sont-ils capables d'initier leurs élèves à l'interprétation des graphiques statistiques, de préparer des situations qui vont dans ce sens? Quelles sont les conceptions qu'ils se font de ces graphiques, de leurs fonctions, de leur lecture et de leur interprétation?

Objectif et questions de recherche

Pour mieux fonder ce questionnement, nous avons adressé, à 61 enseignants de mathématiques du secondaire, un questionnaire qui porte sur leur conception de la statistique, sur leur vision des objectifs de l'enseignement des RGDS, des difficultés d'enseignement et d'apprentissage de ces dernières, et enfin sur leur exploitation en classe.

Les résultats de cette enquête ont montré que l'activité de construction domine celle d'interprétation. Celle-ci semble être complètement absente. Les difficultés associées à la première sont plus détaillées que celles associées à la seconde. Enfin, aucune définition de la lecture ou de l'interprétation n'a été donnée.

Ces résultats semblent engendrer un blocage au niveau des connaissances concernant les RGDS et leur exploitation. Ce blocage peut être dû, soit au manque d'information sur les caractéristiques des RGDS, sur leur fonction et leur relation avec le raisonnement statistique, sur leur lecture et leur interprétation et sur les difficultés de leur apprentissage et leur enseignement. Nous nous fixons alors comme objectif d'identifier les aspects et les raisons de ce blocage.

Notre revue de littérature a englobé des travaux sur la classification et la compréhension des représentations graphiques, sur les difficultés de leur interprétation, ainsi que des travaux sur leur évolution historique et sur l'enseignement et l'apprentissage des RGDS. Elle nous a permis de préciser le sens de la terminologie utilisée (lecture, interprétation, Raisonnement Statistique, difficulté), d'élaborer un modèle de compréhension des RGDS, utile pour l'analyse de nos graphiques et la catégorisation des difficultés que nous comptons dégager. Et enfin, de dégager les différentes fonctions des RGDS à travers leur histoire et d'approfondir notre objectif et nos questions de recherche. Ceux-ci sont les suivants:

Objectif 1: Identifier le statut et les fonctions que les enseignants du secondaire associent aux RGDS, et les réactions qu'ils manifestent à l'égard de leur interprétation.

Comment conçoivent-ils ces graphiques? Quelles sont les fonctions qu'ils leur associent? Quelles sont les significations qu'ils donnent à leur «lecture» et leur «interprétation»? Quelle distinction font-ils entre ces deux opérations? Les aspects de compréhension qui leur posent plus de problèmes?

La méthodologie de recherche

Pour atteindre cet objectif, nous avons utilisé un questionnaire et des entrevues. Le questionnaire est constitué de cinq parties (renseignement général concernant les enseignants, objet de la statistique, fonction des RGDS, lecture et interprétation des RGDS). Les entrevues reprennent les questions de ce dernier pour les approfondir et les compléter.

Population

Notre échantillon est constitué de 221 enseignants du secondaire, répartis sur différentes villes du Maroc. Nous n'avons pas pris les enseignants de Marrakech, car ces derniers ont déjà pris connaissance du thème via le questionnaire utilisé lors de la première enquête. Pour les quinze entrevues que nous avons effectuées, à part le volontariat, aucun critère de choix n'a été utilisé.

Méthodes d'analyse des données

Pour les résultats des questionnaires, nous avons utilisé une analyse des correspondances multiples (ACM) pour chacune des quatre dernières parties du questionnaire. Certaines questions de la première partie sont utilisées comme des variables supplémentaires. Pour les résultats des entrevues, nous avons opté pour une analyse qualitative, qui vise la classification des idées contenues dans les réponses des enseignants.

Résultats et analyse

Ces résultats proviennent d'une part, des différentes analyses factorielles effectuées et d'autre part, de l'analyse des entrevues. Dans les deux cas, ils portent sur les quatre dernières composantes du questionnaire, à savoir l'objet de la statistique, les fonctions des RGDS, leur lecture et leur interprétation.

Résultats concernant l'objet de la statistique

Concernant l'objet de la statistique, l'analyse factorielle des correspondances multiples, a donné lieu à différentes conceptions assez bien représentées, et qui sont expliquées soit par le type du diplôme, soit par la présence ou l'absence de la formation en statistique, soit par la pratique de l'enseignement de cette matière.

Conception stochastique

Une première conception ramène l'objet de la statistique à ses aspects descriptifs et inférentiels, ainsi qu'à ses applications.

Conception formelle/calculatoire

Une deuxième conception s'oppose à la première et pour laquelle cet objet n'est ramené, ni aux heuristiques statistiques (descriptives et inférencielles), ni aux applications de cette science. Cette deuxième conception semble être en accord avec celle donnée par les entrevues, qui nie complètement l'existence d'un raisonnement statistique et qui se limite à l'aspect calculatoire et formel de la statistique.

Conception descriptive

Une troisième conception ramène l'objet de la statistique à la collecte, à l'organisation et à la représentation des données, et ne prend en considération ni l'aspect appliqué de la statistique, ni son aspect inférentiel. Elle se rapproche ainsi des contenus des programmes de statistique du secondaire. Elle est représentée par des licenciés ayant le diplôme de l'ENS ou celui de la FSE dans la formule (licence + 1), et dont une grande partie n'a jamais eu de formation statistique. Cette conception est largement confirmée par celle apportée par les entrevues, qui ramène l'utilisation de la statistique à des activités de comptage, de dénombrement et de description de populations statistiques.

Conception prédictive/non descriptive

Une quatrième conception s'oppose à cette dernière, et ne ramène l'objet de la statistique ni à la collecte, ni à l'organisation, ni la représentation graphique des données. Elle est représentée par des enseignants ayant une licence ou une agrégation, et qui n'ont pas eu de formation pédagogique. Ce résultat semble concorder avec deux conceptions données par les entrevues. La première ramène l'objet de la statistique à la prévision de résultats, alors que la deuxième conçoit la collecte des données comme une tâche externe au travail du statisticien.

Conception utilitaire

La cinquième et dernière conception ramène l'objet de la statistique à ses applications dans divers domaines tels que l'économie ou la physique. Elle est représentée par des sujets qui ne semblent pas pratiquer l'enseignement de la statistique. Elle semble aussi se compléter avec celle, donnée par les entrevues, qui ramène l'objet de la statistique à certaines utilisations dans d'autres matières telles que l'histoire-géographie et l'économie ou à des domaines véhiculés par les médias, tels que les accidents de circulation.

Un autre résultat de l'analyse factorielle, qui n'est pas aussi bien représenté que les précédents, s'exprime par une absence d'information méta-statistique ou une ambiguïté qui entoure l'objet de la statistique. Cette absence d'information et cette ambiguïté semblent être confirmées par les conceptions erronées exprimées par les enseignants, lors des entrevues, à propos de l'organisation des données, de leur résumé, et des opérations de prévision, de prise de décision et de modélisation.

Résultats concernant les fonctions des RGDS

Concernant les fonctions des RGDS, l'analyse factorielle a mis en évidence différentes conceptions, qui sont assez bien représentées par les sujets.

Conception formelle/calculatoire

La première associe les fonctions des RGDS à la détermination et au calcul des paramètres statistiques. Ainsi, elle ne semble retenir que l'aspect formel et calculatoire de la statistique. Une conception apportée par les entrevues, qui semble compléter celle-ci, considère la RGDS comme la courbe d'une fonction. Elle écarte ainsi son aspect statistique (concepts statistiques représentés, échantillon, forme de la distribution) pour ne garder que les aspects analytiques tels que les variations, le minimum ou le maximum. Notons le fait qu'en ne tenant pas compte du contexte de la situation représentée, cette conception ne stimule et n'encourage aucun raisonnement statistique à partir de la RGDS.

Conception synthétique

La deuxième conception considère la RGDS comme un résumé des données et lui associe les fonctions de synthèse, de récapitulation et d'approximation de ces dernières. Elle suppose une perte d'information, mais pas obligatoirement une inférence ou une modélisation. Les individus associés à cette conception sont des sujets du cycle spécial, qui n'ont pas enseigné la statistique. Les résultats de nos entrevues confirment cette conception ainsi que les fonctions qui en découlent.

Conception prédictive

La troisième conception associe à la RGDS une fonction d'inférence, mais la prive des fonctions de simplification et de description. Elle présente une analogie avec celle qui limite l'objet de la statistique à la prévision. Les individus liés à cette conception, semblent manifester un manque au niveau de la formation et de la pratique de l'enseignement de la statistique.

Conception visuelle/statique

La quatrième et dernière conception associe aux RGDS la fonction qui consiste à montrer les différentes caractéristiques visibles du phénomène étudié et à montrer les données anormales. Elle semble englober aussi bien les aspects descriptifs qu'inférentiels, mais sans tenir compte des principes et des heuristiques du raisonnement statistique. Cette conception est confirmée par celle, dégagée par les entrevues, qui conçoit la RGDS comme une image, qui reproduit les données sans aucune perte d'information. Celle-ci semble limiter les fonctions du graphique à la visualisation et à la communication. En effet, son aspect iconique et statique enlève au graphique ses facultés de conjecture, de modélisation et d'inférence. Aspects sans lesquels, la perte d'informations est complètement dissimulée, et dépourvue de sens.

Nos résultats ont révélé un autre élément qui se trouve derrière cette difficulté à concevoir correctement la perte d'informations, liée à quelques RGDS. Il s'agit du fait que cette dernière n'est pas liée aux notions de classes, de fréquence ou de distribution, susceptibles d'engendrer une perte.

En d'autres termes, la tendance simplificatrice et modélisatrice qui fait la richesse de certaines représentations graphiques, tel que l'histogramme, ne constitue pas une connaissance commune pour les sujets.

Résultats concernant la définition de la lecture d'une RGDS

Concernant la définition de la lecture d'une RGDS, l'analyse factorielle a mis en évidence plusieurs façons de concevoir cette dernière. Une première conception très générale de la lecture la ramène, soit à la traduction verbale des données du graphique, soit au fait de faire ressortir toutes les informations perceptibles qu'on peut tirer à partir du graphique. Selon une autre conception, lire c'est extraire les informations d'ordre global (comme déduire les variations) à partir du graphique. Ceci traduit une confusion de la lecture et de l'interprétation telle que nous l'avons définie. Enfin, nous avons constaté une conception qui tend à rejoindre la définition que nous avons donnée de la lecture. Celle-ci revient à décoder le contenu du graphique, à relever les informations qui figurent dessus ou à identifier les caractères représentés.

Remarquons qu'à part la dernière, toutes les autres conceptions de la lecture d'une RGDS se rejoignent dans le fait qu'elles ne distinguent, ni entre les informations ayant un aspect global et celles ayant un aspect local, ni entre celles qui sont liées au contexte et celles qui sont exprimées de façon abstraite. Elles se confondent ainsi avec ce que nous avons défini comme étant l'interprétation d'une RGDS.

Résultats concernant la définition de l'interprétation d'une RGDS

Concernant la définition de l'interprétation d'une RGDS, l'analyse des plans factoriels associés à l'interprétation des RGDS a mis en évidence trois conceptions différentes.

Conception prédictive

Selon une première conception, l'interprétation est associée aux opérations inférentielles d'estimation et de prévision. Elle n'est pas liée aux opérations ayant un aspect descriptif. Cette conception correspond surtout à des individus qui manifestent une absence ou une abstention quant à la pratique de l'enseignement de la statistique.

Conception descriptive

La deuxième conception a une tendance inverse. Elle s'oppose aux aspects inférentiels et associe l'interprétation aux aspects descriptifs, comme la description des variations ou la comparaison des données du graphique. Elle est représentée par les individus qui ont un cycle spécial.

Conception stochastique

La troisième et dernière conception associe l'interprétation aussi bien aux opérations descriptives telles que la comparaison et l'extraction d'observations d'ordre général, qu'aux opérations inférentielles telles que l'estimation et la prévision. Elle donne ainsi une définition plus générale de

l'interprétation. Les individus correspondant à cette conception sont des licenciés ou des agrégés, qui ont une formation universitaire en statistique.

Quant au résultat des entrevues, en plus du fait qu'ils confirment ou complètent ceux des analyses factorielles, ils ont montré certains liens entre les différentes façons de définir ces deux opérations. En effet, la lecture comme relevé de ce qui est directement lisible à partir de la RGDS, est liée à l'interprétation, soit dans le sens de traduction d'effectifs en fréquence ou en pourcentages et de comparaison de ces derniers, soit dans celui de l'explication des causes de ce qui est lu, soit dans le sens de la prise de décision. Alors que la lecture ramenée au calcul des paramètres statistiques est liée à l'interprétation dans le sens de donner la signification de la valeur trouvée pour tel ou tel paramètre. Cette définition écarte l'interprétation de la RGDS, qui peut porter sur la forme de la distribution, sur les valeurs qu'on peut en tirer, sur les comparaisons qui en découlent ou sur le modèle auquel on peut ajuster les données.

Quoique l'idée de symétrie de la distribution ait été soulevée d'une façon directe ou indirecte (forme d'une pyramide), à aucun moment, le calcul de la moyenne ne lui a été lié. À part le cas du mode, tous les calculs de paramètres se font par l'application des formules. Nous en tirons alors l'absence de correspondance entre les différentes formes de la distribution et la valeur de la moyenne ou la position de cette dernière par rapport au mode, dans le cas d'une distribution unimodale.

Enfin, nous avons pu relever des résultats d'ordre général. D'une part, nous avons remarqué une absence totale du recours à la terminologie et aux concepts statistiques pour la description des différents objets de la statistique (organisation des données, résumé d'informations, prise de décision et prévision...) ou de certaines caractéristiques des RGDS (perte d'information). D'autre part, nous avons noté la domination de la fonction de visualisation associée aux RGDS, ainsi que celle de la confusion des opérations de lecture et d'interprétation.

Conclusions

Cette recherche a mis en évidence, chez les enseignants de mathématiques du secondaire, des conceptions erronées ou incomplètes de l'objet de la statistique, des fonctions des RGDS et de la définition de leur lecture et de leur interprétation. Ces conceptions engendrent des difficultés liées aux concepts statistiques, aux caractéristiques des différentes RGDS, à la relation de ces dernières avec les composantes du raisonnement statistique, aux problèmes statistiques auxquels elles peuvent apporter des éléments de réponse, à leur lecture et à leur interprétation.

Pour remédier à ces difficultés, nous pensons à la nécessité d'une formation statistique, qui met l'accent sur l'analyse épistémologique (aspect heuristique) et didactique (question du sens) des connaissances statistiques et surtout sur les applications de cette dernière. Le contenu de cette formation doit donner une place importante à l'analyse des concepts, des outils et des applications statistiques, doit jumeler les aspects pratique et théorique et montrer les différentes utilités telles que l'organisation, la représentation graphique, le résumé des données et les différentes utilisations telles que la prévision, l'estimation, la prise de décision, l'échantillonnage, l'analyse de séries chronologiques, l'analyse multidimensionnelle des données.

Il doit aussi insister sur les applications de la statistique à différents domaines telles que la démographie, l'économie et la médecine. Et donner beaucoup d'importance à la question du sens des concepts et des paramètres statistiques. Nous pensons que l'interprétation de ces concepts et paramètres est le meilleur moyen pour y arriver. Nous pensons aussi qu'une grande importance doit être accordée à l'étude des RGDS, à leur analyse, à leur exploitation (mettre en évidence leurs fonctions), à leur lecture et à leur interprétation. Nous considérons que le modèle de compréhension adopté par Rouan (2001), présente un cadre d'analyse de ces dernières.

Références

- Belisle Claire et Guy Jouannade, «La communication visuelle», Les éditions d'organisation, 1988.
- Bell A. et Claude Janvier, «The interpretation of Graphs Representing situations», For the learning of Mathematics, 2,1 ; juillet 1981.
- Beniger J.R. et Robyn D.L., «Quantitative graphics in Statistics : a brief history», The American Statistician, 1978, vol. 32, N° 1, p. 1-11.
- Bertin J., Sémiologie Graphique. Éditions Mouton et Cie, 1967.
- Bibby John, «Karl Pearson and the history of teaching Statistics» Teaching Statistics», vol. 13, N° 2, summer 1991.
- Biehler, R. (1990), «Changing Conceptions Of Statistics : A Problem Area For Teacher Education», From : Hawkins, A. (dir.), Training Teachers To Teach Statistics. Voorburg : Intenational statistical institut, 1990, p. 20-38.
- Bouroche J.M. et Saporta G., «L'analyse des données», Que sais-je, 1987.
- Cheysson M.E. «la statistique géométrique, Méthode pour la solution de problèmes commerciaux et industriels», Publications du journal la génie Civil, 1887.
- Cleveland, W.S., The Elements of Graphing Data. Monterey, California, Wadsworth Health Science, 1985.
- Costigan-Eaves Patricia et Micheal Macdonald-Ross, «William Playfair (1759-1823)», Statistical science, 1990, vol, 5, N° 3, p. 318-326.
- Delacroix M., «Histogrammes et estimation de la densité», Que sais-je, Presses universitaires de France, 1983.
- du Toit, S.H.C. *et al*, «Graphical Exploratory Data Analysis», Éditions Springer-Verlag, 1986.
- Fienberg S.E. «Graphical Methods in Statistics», The American Statistician, 1979, vol. 33, p. 165-178.
- Graham A., «Statistical Investigations In The Secondary School», The Open University, Centre For Mathematics Education (PM646), Cambridge University Press, Cambridge, 1987.
- Groupe Statistique de l'IREM de Rouen, «Graphiques au Collège», juin 1991.
- Jambu M., «Méthodes de base de l'analyse des données», Éditions Eyrolles, 1999.
- Janvier, C. «The interpretation of complex cartesian graphs representing situations – studies and teaching experiment», Thesis submitted to the university of nottingham for the degree of Doctor of Philosophy, October 1978.

- Lohse et al, «Classifying graphical information», Behavior et information technology, 1991, vol. 10, N° 5 p. 419-436.
- Mac Gregor et Slodvic, «Graphic Representation of Judgmental information», human computer interaction, 1986, vol. 2, p. 179-200.
- Nisbett et al, «The use of Statistical Heuristics in Everyday Inductive Reasoning», Psychological review, 1983, vol. 90, N° 4, p. 339-363.
- Preece Jenny et Claude Janvier, «A study of interpretation of trends in multiple curve graphs of ecological situations», School Science and Mathematics, vol. 92 (6), octobre 1992.
- Radhakrishna C. Rao, «Statistics and Truth: Putting chance to work», Council of scientific et Industrial research, 1989.
- Rouan Omar (2001), « Lecture et interpretation des representations graphiques des données statistiques chez les élèves et les enseignants marocain du secondaire », thèse soutenue à la faculté des sciences de l'éducation de l'université Mohamed V de Rabat, pour l'obtention du diplôme de doctorat d'état en sciences de l'éducation, Septembre 2001.
- Royston Erica, «Studies in the History of Probability and Statistics: A note on the history of the graphical representation of data» Biometrika, vol. 43, parties 3 et 4, décembre 1956, p. 241-247.
- Volle M., «Analyse des données», collection Économie et statistiques avancées, Les éditions Economica, 1993.

Pour joindre l'auteur

Omar Rouan
École normale supérieure, Marrakech, Maroc
Courriel: orouan@ensma.ac.ma ou omarr@lycos.com