# ENSEIGNER LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES POUR FAVORISER L'APPROPRIATION ET LA MODÉLISATION PAR LES ÉLÈVES

| BOCCALARI* CHIARA ET MARÉCHAL** FANNY

**Résumé |** Le texte porte sur l'enseignement de la résolution de problèmes mathématiques dans le canton de Genève, en Suisse. Des expériences d'enseignement en classe permettent d'observer les difficultés des élèves à s'approprier et modéliser des problèmes. La réflexion est menée autour de la mise en œuvre d'un lancement de la tâche efficace et l'usage de représentations multiples, pour aider les élèves à s'approprier les énoncés. Le travail s'appuie sur des concepts théoriques pour répondre au mieux aux besoins des élèves.

**Mots-clés** : résolution de problèmes, enseignement des mathématiques, lancement de la tâche, difficultés des élèves, action de l'enseignant

**Abstract |** The text focuses on the teaching of mathematical problem solving in the canton of Geneva, Switzerland. Classroom teaching experiences enable us to observe pupils' difficulties in appropriating and modeling problems. The focus is on the implementation of effective task initiation and the use of multiple representations, to help students make statements their own. The work is based on theoretical concepts to best meet students' needs.

**Keywords**: Problem solving, mathematics teaching, task initiation, student difficulties, teacher action

## I. INTRODUCTION

Dans le cadre de nos études universitaires en sciences de l'éducation, notre travail d'intégration de fin d'études a porté sur la question de l'enseignement de la résolution de problèmes en mathématiques en Suisse, dans le canton de Genève. La résolution de problèmes est un sujet qui nous a souvent questionnées et qui nous questionne encore actuellement. En effet, l'apprentissage de la résolution de problèmes en tant qu'élèves s'est montré parfois complexe et maintenant, en tant que jeunes enseignantes, nous nous sentons parfois déconcertées par la manière de l'enseigner.

Nous nous sommes alors demandé comment aborder et présenter les problèmes aux élèves. Plusieurs questions nous sont venues en tête : Comment donner une consigne claire aux élèves ? Comment orienter les élèves, les relancer, sans pour autant induire une démarche ? Certes, l'enseignant peut être une source d'aide mais il ne doit pas pour autant induire ou imposer la démarche sinon la résolution du problème perd son sens et l'intérêt d'apprentissage pour l'élève est moindre. Comment s'assurer que la difficulté rencontrée soit en lien avec les mathématiques et non pas simplement liée à une incompréhension ou une mauvaise représentation de l'énoncé ? Ou encore quel lancement proposer afin que les élèves puissent se concentrer sur les aspects mathématiques qui sont en jeu dans la résolution du problème et diminuer les difficultés provoquées par les éléments externes, tels que le vocabulaire de l'énoncé, la familiarité avec le contexte de ce dernier ou encore le nombre d'informations données et à prendre en compte. Par « lancement », nous entendons ici la phase initiale de la séance, où le problème est présenté de manière à inciter les élèves à s'engager dans la recherche pour en trouver la solution.

* Université de Genève – Suisse – chiaraboccalari27@gmail.com

** Université de Genève – Suisse – fannymf37@gmail.com

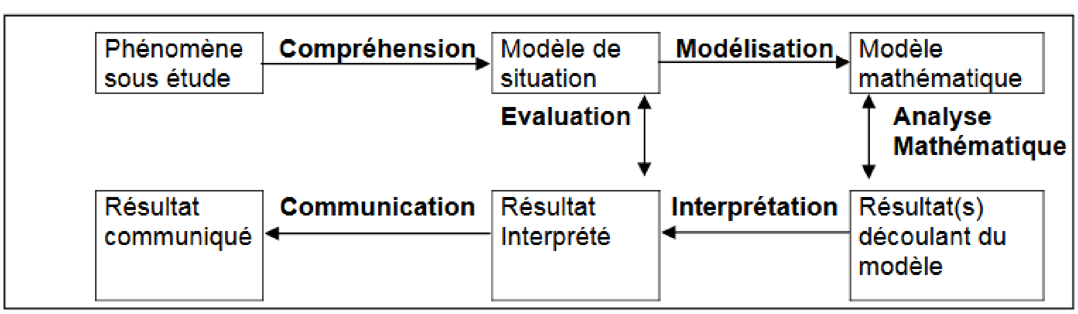
Cela nous a donc finalement amenées à porter notre intérêt sur la problématique suivante :

- Comment penser un lancement favorisant la compréhension de l'énoncé par l'élève et son entrée dans la tâche de manière à favoriser sa prise en charge de la résolution tout au long de l'activité ?

# II. APPORTS THÉORIQUES

Pour tenter d'apporter une réponse à cette problématique, nous avons tout d'abord défini les diverses notions théoriques qui posent les bases de notre travail au travers d'un cadre théorique. Nous avons notamment défini ce que nous entendions par « problème » et précisé la place qu'occupait la résolution de problèmes dans l'enseignement genevois des mathématiques. Il convient de rappeler qu'un « problème », selon les Moyens d'Enseignement Romands (MER), est une activité qui demande à l'élève de résoudre une situation en utilisant des procédures non immédiatement disponibles. Une activité est considérée comme un problème si elle pose une difficulté à l'élève et nécessite une recherche. Ce qui constitue un problème varie selon les élèves et les circonstances, une activité pouvant devenir un simple exercice avec le temps. Certains problèmes restent des défis constants, car ils ne sont pas destinés à être automatisés. Chanudet (2019) souligne que le statut de problème dépend des conditions de sa présentation et de la manière dont il est abordé. Cela nous a amenées à distinguer la résolution de problèmes comme objet d'enseignement de la résolution de problèmes comme outil d'enseignement qui sont toutes deux au programme d'enseignement romand. Nous pouvons mettre en évidence le fait que les problèmes réalisés dans la classe de 3P ont pour visée d'introduire et entraîner des notions mathématiques de manière à renforcer et vérifier la bonne acquisition des connaissances construites ; la résolution de problème est alors considérée comme outil d'enseignement. Les deux problèmes réalisés par la classe de 4P, quant à eux, ont pour objectif de développer des compétences de recherche chez les élèves : la résolution de problème est alors considérée comme objet d'enseignement.

Nous souhaitions, dans notre analyse, essayer d'identifier à quelle étape du processus les élèves rencontraient des difficultés lors de la réalisation de problème afin d'ajuster notre enseignement au mieux pour répondre à leurs besoins. Pour ce faire, nous nous sommes appuyées sur les travaux de Favier (2022) reprenant les travaux de Schoenfeld (1985), qui découpent le travail des élèves en épisodes, tels que l'appropriation, l'exploration, la planification/mise en œuvre et finalement la vérification. Ces épisodes concordent avec le processus complexe de modélisation mathématique proposé par Fagnant (2019), qui s'appuie sur Verschaffel et al. (2000), qui inclut les étapes de la compréhension, la modélisation, l'analyse mathématique, l'interprétation et enfin la communication (Figure 1).




(Source : Verschaffel et al., 2000)

***Figure 1** – La résolution de problèmes conçue comme un processus complexe de modélisation mathématique*

Enfin, le travail de Julo (1995) nous a également permis de prendre en compte l'importance des représentations mentales dans la compréhension et la résolution des problèmes. Tous ces apports théoriques nous ont donné la possibilité d'appréhender avec pertinence les processus et étapes par lesquels les élèves passent lors d'activités de résolution de problèmes. Il était nécessaire pour nous d'essayer d'identifier à quel moment les élèves rencontraient le plus de difficultés ou faisaient le plus d'erreurs pour ajuster notre enseignement de manière optimale.

## III. RÉCOLTE DES DONNEES

Nous avons basé notre travail sur nos expériences personnelles. En effet, dans le cadre de notre formation nous avons effectué un stage de 8 semaines dans deux classes, l'une de 3P (6-7 ans) et l'autre de 4P (7-8 ans). A noter que la résolution de problèmes mathématiques est enseignée dès la première année scolaire obligatoire en 1P (4 ans) et ce, jusqu'à la fin de l'école primaire en 8P (12 ans).

Nous avons alors pu enseigner la résolution de problèmes pendant cette période en prenant appui sur le moyen d'enseignement romand (MER) en vigueur dans notre canton, la plateforme ESPER. Les quatre problèmes n'ont pas été choisis spécifiquement pour ce travail ; leur enseignement s'inscrivait dans la planification annuelle en cours. Les 4P ont travaillé sur « Tricycles et vélos » puis sur « Le nombre choisi » (Figure 2) tandis que les 3P ont travaillé sur « Les poissons » avant de résoudre « Les dessins » (Figure 3).

Tricycles et vélos – Des nombres en action

Dans le garage, il y a des tricycles et des vélos. Il y en a 7 en tout.
Quand on compte les roues, on en dénombre 16.
Combien y a-t-il de tricycles et de vélos ?
Note comment tu fais.

Le nombre choisi – Des nombres en action

Tu pars de 0 et tu dois atteindre exactement 29 en 8 opérations.
Tu peux utiliser uniquement les nombres 3, 4 ou 5 à chaque fois.
Note tes calculs.

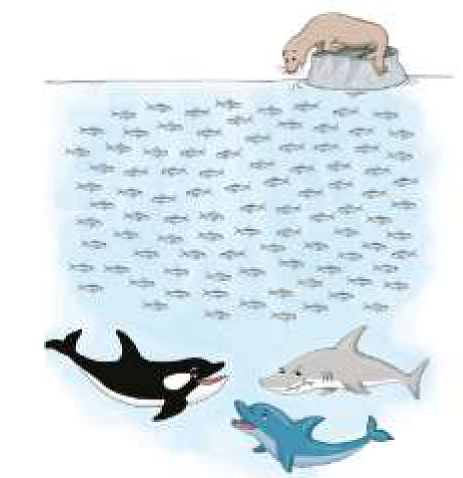
***Figure 2 –*** *Deux problèmes issus du MER 4P*

N-F18 Les poissons

Combien de poissons reste-t-il pour l'otarie en sachant que:

- le dauphin mange 31 poissons
- l'orque mange 18 poissons
- le requin mange 27 poissons

L'otarie peut manger ____ poissons.



N-F19 Les dessins

Chaque élève de la classe a fait un dessin, sauf Laura et Mia qui sont malades.

Chaque fille a dessiné un poisson.
Chaque garçon a dessiné une maison.

Combien y a-t-il de filles dans cette classe lorsque tous les élèves sont présents? ____

Combien y a-t-il de garçons dans cette classe lorsque tous les élèves sont présents? ____

***Figure 3 –*** *Deux problèmes issus du MER 3P*

Notre démarche a d'abord consisté à effectuer des analyses préalables des problèmes concernés, ce qui a permis de déterminer les potentielles difficultés que les élèves pourraient rencontrer. Grâce à ces analyses, nous imaginons un déroulement qui nous semble cohérent avec notre analyse et qui devrait favoriser les élèves à entrer dans la tâche de résolution de problème. La suite de notre démarche consiste à effectuer les passations en classe, recueillir les productions des élèves pour finalement s'y référer et les analyser a posteriori, afin d'identifier la nature des difficultés et/ou erreurs rencontrées par les élèves ainsi que leur moment d'apparition.

# IV. ANALYSE DES DONNÉES

## *1. Présentation des résultats*

Les analyses a posteriori de nos deux premières passations (« Tricycles et vélos » pour les 4P et « Les poissons » pour les 3P) révèlent que les difficultés des élèves se sont principalement situées dès le début de la tâche.[1] Les élèves semblaient rencontrer des difficultés à construire un modèle de représentation. Nous identifions notamment quelques facteurs qui ont pu être des obstacles pour les élèves : la familiarité des élèves avec le contexte de l'énoncé proposé ainsi que la double contrainte présente dans l'énoncé chez les 4P et l'identification des éléments fondamentaux de l'exercice chez les 3P.

Nous souhaitions alors pallier ces difficultés lors des deuxièmes passations qui proposaient, pour les deux classes, des problèmes avec des objectifs similaires aux premiers. En lien avec notre problématique initiale, et dans le but de favoriser la compréhension de l'énoncé par les élèves ainsi que leur engagement dans la résolution tout au long de l'activité, nous avons porté notre attention sur la conception du lancement. Nous nous sommes alors concentrées sur cette conception du lancement de la tâche afin de le rendre le plus clair et pertinent possible pour les élèves et ainsi rendre la tâche de la résolution de problème plus accessible pour tous. Pour ce faire nous avons adapté notre enseignement après la passation du premier problème, en guidant fortement les élèves lors du lancement de la tâche. Nous avons, notamment, pour la classe de 4P, présenté collectivement deux exemples basés sur le même principe que le problème « Le nombre choisi » pour rassurer les élèves et les familiariser avec la tâche. L'objectif était de leur faire comprendre la consigne et ce que nous attendions d'eux : qu'ils procèdent par ajustements successifs, sans chercher la solution parfaite dès le premier essai. À travers ces exemples, nous avons clarifié nos attentes et mis en avant la stratégie d'apprentissage visée, centrée sur les essais et ajustements progressifs. Cependant, cette approche a conduit les élèves à reproduire une démarche identique aux modèles mathématiques proposés, négligeant ainsi les étapes de compréhension et de modélisation. Nous avons constaté que nos aides ont beaucoup influencé les procédures des élèves, rendant leur démarche superficielle. Nous constatons que notre aide se concentre sur les procédures des élèves et non sur leur représentation, comme Julo (1995) le préconise.

## *2. Interprétation des résultats : apport pour notre développement professionnel*

Nous interprétons ces résultats sous l'angle de notre propre développement professionnel, en tenant compte des divers apports théoriques introduits énoncés plus tôt.

Pour améliorer notre pratique, il est nécessaire que nous veillons à ce que nos aides respectent les critères définis par Julo (1995) : elles ne doivent pas donner d'indices sur la solution, ni suggérer une modélisation, ni orienter vers une procédure spécifique. Il est essentiel de transférer progressivement la responsabilité de la résolution aux élèves, en évitant de les rendre dépendants de l'enseignant. En

[1] Annexes 1 et 2

effet, l'étayage (Bruner, 1983) est essentiel pour soutenir les élèves dans la réalisation des tâches proposées. Il s'agit d'offrir un soutien temporaire, adapté aux besoins de l'élève, qui lui permet de progresser dans la compréhension et la résolution des problèmes. L'étayage doit être suffisamment précis pour guider l'élève sans toutefois résoudre le problème à sa place, et il doit être progressivement retiré (désétayage) à mesure que l'élève gagne en autonomie. Cette approche vise à développer la capacité de l'élève à penser par ses propres moyens et à appliquer les connaissances acquises de manière autonome, tout en évitant de créer une dépendance excessive vis-à-vis de l'enseignant.

Les apports théoriques de nos cours universitaires soulignent également la nécessité de passer par un processus de dévolution. D'après Brousseau (1990), l'enseignant doit être attentif à son processus de dévolution qui consiste à transférer la responsabilité du problème à l'élève. Cela revient à dire que l'enseignant se doit de convertir un savoir à enseigner en une connaissance.

Pour ce faire, nous reprenons les propos de Butlen et Masselot (2018) qui exposent les différents éléments nécessaires qui permettent de constituer une « réelle dévolution ».

> « Une réelle dévolution nécessite que l'élève perçoive et anticipe, du moins en partie, les actions à réaliser et mobilise à cette occasion certaines connaissances anciennes. Il doit ensuite prendre conscience des apprentissages nouveaux provoqués par l'activité développée à l'occasion de cette tâche. » (p. 72)

Cette dévolution, qui doit être faite au début de l'activité, permet à l'élève de s'approprier la tâche tout en maintenant un certain niveau de défi. Cependant, pour que cette dévolution soit efficace, il est crucial d'intégrer des moments d'institutionnalisation à la fin de chaque séance. Ces derniers consistent à expliciter clairement les connaissances mobilisées et les nouveaux apprentissages réalisés durant la séance, les transformant ainsi en savoirs durables.

Même si notre problématique se concentre sur le lancement de la tâche, nous reconnaissons que l'institutionnalisation joue un rôle complémentaire et essentiel. En fin de séance, elle permet de revenir sur les apprentissages effectués, de les reformuler et de les systématiser, assurant ainsi que les élèves ont bien intégré les concepts et peuvent les appliquer de manière autonome. En négligeant ces moments, nous avons réalisé que nous risquions de ne pas pleinement exploiter le potentiel de la dévolution. Intégrer cette étape dans nos leçons constitue donc une piste d'action essentielle pour renforcer l'efficacité de notre enseignement et pour s'assurer que les élèves développent une compréhension approfondie et durable des concepts étudiés.

## V. OUVERTURE ET CONCLUSION

Notre travail nous a donc permis de mettre en évidence plusieurs éléments auxquels nous devons être attentives lors d'un enseignement concernant la résolution de problèmes en mathématiques. Nous avons identifié les défis majeurs auxquels les élèves sont confrontés. Il ressort clairement que la compréhension de l'énoncé ne se limite pas à sa lecture, mais implique également la capacité à identifier les relations entre les objets, ainsi que les conditions et contraintes du problème. Par exemple, des difficultés peuvent surgir lorsqu'il s'agit de faire des inférences, comme dans le cas des « Tricycles et vélos » (Figure 2) où il faut tenir compte du nombre de roues et de véhicules. Pour surmonter ces obstacles, il est crucial de mettre en place un lancement de tâche efficace qui favorise la compréhension initiale de l'énoncé par les élèves. Cela leur permettra de s'approprier la résolution du problème tout au long de l'activité. En se basant sur l'analyse préalable, l'anticipation des imprévus ou encore l'acceptation que l'efficacité ne soit pas immédiate, les enseignants peuvent guider les élèves vers une meilleure compréhension et résolution des problèmes mathématiques.

### 1. *Proposition d'un nouveau lancement pour la tâche : « Tricycles et vélos »*

Nous trouvons alors intéressant d'essayer de proposer un lancement répondant aux mieux aux critères d'une « bonne aide » concernant le problème des 4P intitulé « Tricycles et vélos ». Pour ce faire, nous nous appuierons sur la multireprésentation de Julo (1995) qui est définie ainsi par Nguala en 2005 :

> « Proposer simultanément trois problèmes ayant les mêmes caractéristiques, même structure mathématique, mêmes nombres (même réponse numérique), même syntaxe, les informations arrivant dans le même ordre avec la même organisation énonciative. Seuls les contextes varient. » (p. 76)

Ce dispositif permet d'agir sur les représentations des élèves et, de ce fait, nous espérons que la reformulation de l'énoncé sans altérer le problème pourra améliorer le taux de réussite des élèves.

En nous appuyant sur le principe de modélisation nous proposons donc 3 énoncés différents :

1. Dans une armoire, il y a des sacs de bonbons rouges et blancs. Chaque sac de bonbons rouges contient 3 bonbons rouges et chaque sac de bonbons blancs contient 2 bonbons blancs. Il y a 7 sacs en tout. Quand on compte les bonbons, on en dénombre 16. Combien y a-t-il de sacs de bonbons rouges et de sacs de bonbons blancs ?
2. Un fleuriste prépare des bouquets de roses et de tulipes. Chaque bouquet de roses contient 3 roses, et chaque bouquet de tulipes contient 2 tulipes. Il y a 7 bouquets en tout. Quand on compte les fleurs, on en dénombre 16. Combien y a-t-il de bouquets de roses et de bouquets de tulipes ?
3. Un fleuriste vend des bouquets de roses et des bouquets de tulipes. Chaque bouquet de roses se vend 3 francs et chaque bouquet de tulipes se vend 2 francs. Il vend 7 bouquets en tout. Quand on compte l'argent, il y a 16 francs dans la caisse. Combien de bouquets de roses et combien de bouquets de tulipes a-t-il vendu ?

## VI. CONCLUSION

En nous prêtant au jeu de tenter de proposer des énoncés en se basant sur le principe de multireprésentation, nous avons pris conscience que les variantes d'énoncés que nous avions imaginées n'étaient en réalité pas totalement conformes et « identiques » à l'énoncé initial. En effet, nous avons rencontré des difficultés à trouver d'autres objets ou éléments qui suggéraient le nombre 2 ou le nombre 3 comme peuvent le faire les vélos et les tricycles avec leur nombre de roues. Nous devions alors, à chaque fois, choisir un objet ou un élément et préciser que ce dernier était associé au nombre 2 ou au nombre 3. Toutefois, préciser cette information-là enlève une partie de l'enjeu de l'énoncé car dans l'énoncé initial, il revient à la charge de l'élève d'associer le nombre 2 au nombre de roues d'un vélo et le nombre 3 au nombre de roues d'un tricycle alors que dans nos propositions d'énoncés, l'information est directement indiquée et accessible pour l'élève. Finalement, la seule alternative qui nous a été suggérée est celle d'un contexte mettant en jeu des jumeaux et des triplés. Par exemple, une réunion de jumeaux et de triplés à laquelle 7 fratries se présentent, ce qui donnerait alors 16 enfants en tout. Les élèves seraient amenés à trouver le nombre de jumeaux et le nombre de triplés en gardant en tête qu'il y a un total de 16 enfants.

Nous sommes également conscientes que l'analyse préalable et a posteriori que nous avons effectuées concernant les 4 problèmes mathématiques sur lesquels repose notre travail ne peuvent être réalisées à chaque fois. Il en est de même pour l'utilisation de la multireprésentation. En effet, même si le résultat en vaut la peine, l'investissement est conséquent et demande du temps avant, pendant et après l'activité. Il serait difficilement imaginable d'effectuer cette démarche pour chaque enseignement concernant la résolution de problèmes en mathématique. Nous avons d'ailleurs été confrontées à de nombreux questionnements lorsque nous cherchions à définir la problématique de notre travail. Toutefois, bien que ces derniers aient été riches et variés, nous réalisons qu'il semble complexe de prendre en compte la totalité des préoccupations impliquées dans l'enseignement de la résolution de problèmes et d'apporter des réponses à chacun d'entre eux.

Cependant, nous pensons qu'il est indispensable d'au moins prendre connaissance du problème avant de l'enseigner afin de réfléchir un minimum en amont aux difficultés potentielles que peuvent rencontrer les élèves. De plus, après l'activité, il est tout à fait possible de laisser quelques notes sur les difficultés que nous avons identifiées afin de pouvoir s'en rappeler une prochaine fois. Nous supposons également qu'avec l'acquisition d'une certaine expérience d'enseignement, il devient ensuite possible de mieux anticiper l'enseignement de certains problèmes « typiques », souvent rencontrés dans les évaluations de fin d'année, afin d'apporter une aide plus ciblée aux élèves sur ces sujets.

Pour conclure ce texte, nous souhaitons souligner que nous nous sommes concentrées sur le lancement de la tâche ainsi que sur les difficultés rencontrées par les élèves. Cependant, nous sommes bien conscientes que la résolution de problèmes ne se limite pas à ces deux aspects. Bien que souvent discutée en raison des divers défis qu'elle pose aux élèves, la résolution de problèmes ne doit pas être envisagée uniquement sous cet angle.

## RÉFÉRENCES

Boccalari, C. et Maréchal, F. (2024). *« Problèmes-Mathiques » : l'art problématique d'enseigner la résolution de problèmes en mathématiques* [Travail d'intégration de fin d'études en sciences de l'éducation, Université de Genève].

Brousseau, G. (1990). Le contrat didactique et le concept de milieu : dévolution. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *9*(3), 309-336.

Bruner, J. S. (1983). *Le développement de l'enfant : savoir faire, savoir dire.* PUF.

Butlen, D. et Masselot, P. (2018). De la recherche à la formation : enrichir les pratiques des enseignants pour favoriser les apprentissages des élèves en mathématiques. *Recherche et formation,* (87), 61-75. https://doi.org/10.4000/rechercheformation.3502

Conférence intercantonale instruction publique et culture Suisse romande et Tessin [CIIP]. (2018). *ESPER CIIP.* https://www.ciip-esper.ch/

Conférence intercantonale instruction publique et culture Suisse romande et Tessin [CIIP]. (2013). *Les moyens d'enseignement romands* (MER). https://portail.ciip.ch/mer/teaching-mediums

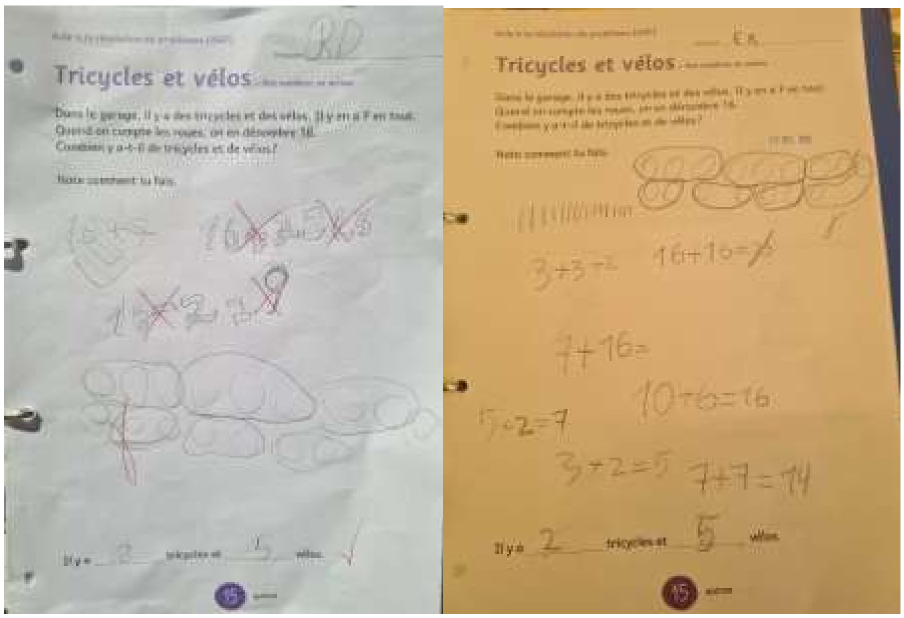
Fagnant, A. (2019). Des illustrations qui accompagnent les problèmes à la construction de représentations schématiques par les élèves : quels enjeux face aux problèmes standards et problématiques ? Dans J. Pilet et C. Vendeira (dir.), *Actes du séminaire de didactique des mathématiques de l'ARDM, 2-3 février 2018, Lyon, France* (p. 94-113). IREM de Paris ; Université Paris Diderot ; LDAR.

Fagnant, A. (2008). Des outils didactiques pour développer la résolution de problèmes dans l'enseignement fondamental. Aperçu des fondements théoriques et entrée au cœur de quelques activités. *Cahiers des Sciences de l'Éducation,* (27-28), 51-94.

Favier, S. (2022). *Étude des processus de résolution de problèmes par essais et ajustements en classe de mathématiques à Genève* [Thèse de doctorat en sciences de l'éducation, Université de Genève]. https://doi.org/10.13097/archive-ouverte/unige:159466

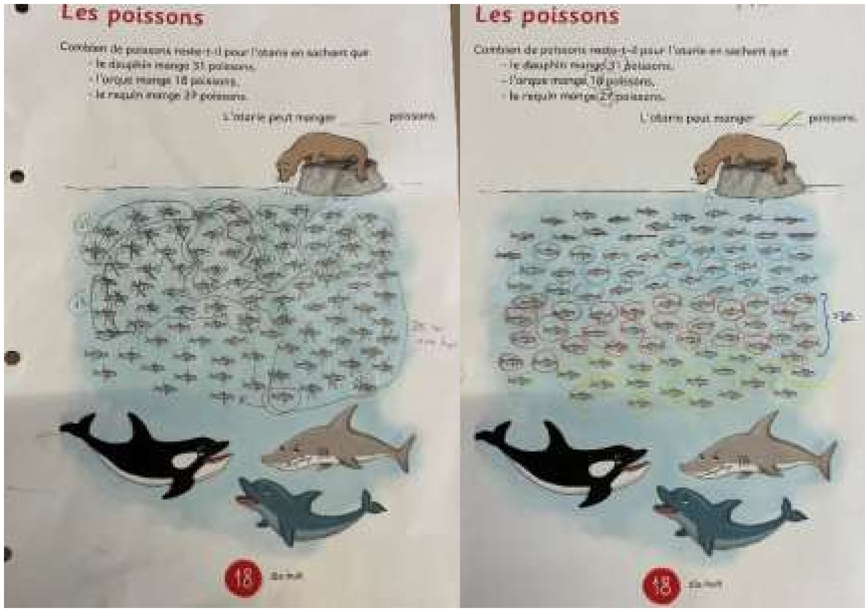
Julo, J. (1995). *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques : un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement.* Presses universitaires de Rennes.

## ANNEXE 1
## DEUX PRODUCTIONS D'ÉLÈVES DE LA CLASSE DE 4P




Les deux élèves ayant réalisé ces travaux semblent suivre les règles du contrat didactique et essaient d'utiliser les nombres qui apparaissent dans la consigne en effectuant des opérations qu'ils connaissent. Ils semblent rencontrer alors des difficultés à construire un modèle de représentation.

## ANNEXE 2
## DEUX PRODUCTIONS D'ÉLÈVES DE LA CLASSE DE 3P




Sur ces deux productions, nous constatons que les élèves ont fait le choix de barrer et/ou d'entourer les poissons lorsqu'ils les comptaient. Cela laisse alors supposer que ces élèves ont pris en compte l'importance de l'énumération en usant d'une stratégie leur permettant de se repérer quant à ce qui avait été comptabilisé et ce qu'il restait encore à comptabiliser. Néanmoins, les deux élèves ont effectué des erreurs lors du comptage et ne sont pas parvenus au résultat final correct.