

INTRODUCTION DE L'ALGÈBRE PAR LE CALCUL LITTÉRAL AU CAMEROUN

| TETSOPGUIM GUIMEYA* BRANDELLE

Résumé | La classe de 5e (élèves de 12-13 ans) est une classe stratégique pour les enseignants de mathématiques car c'est à ce niveau scolaire que prend place l'introduction formelle de l'algèbre par le calcul littéral mais également par la résolution de problèmes. Nous avons proposé des activités permettant de faciliter l'introduction de l'algèbre en 5e. Ces activités vont aussi permettre aux élèves d'identifier le statut de variable et d'inconnue de la lettre.

Mots-clés : calcul littéral, variable, inconnue, résolution de problèmes

Abstract | The 5th grade (pupils aged 12-13) is a strategic class for mathematics teachers, as it is at this level that the formal introduction of algebra through literal calculation and problem solving takes place. We proposed activities to facilitate the introduction of algebra in 5th grade. These activities will also allow students to identify the variable and unknown status of the letter.

Keywords: Literal calculation, variable, unknown, problems solving

I. INTRODUCTION ET PROBLÉMATIQUE

L'origine de l'utilisation de la lettre en mathématique est très ancienne, en effet d'après J. Bair (2016) dans l'emploi de la lettre x en mathématique, le géomètre dauphinois J. Butéon (1492-1572) a utilisé en 1559 la lettre ρ qui se lit Rho pour désigner « une chose ». Dès lors la lettre a continué à être utilisée en mathématique jusqu'à nos jours où elle est devenue incontournable surtout en algèbre dans les expressions littérales (expressions comportant à la fois des chiffres et des lettres).

Notre étude se fait au Cameroun, pays d'Afrique centrale possédant deux langues officielles à savoir le français et l'anglais. Dans le programme éducatif du sous-système francophone Camerounais, l'algèbre est introduite au collège dans la classe de 5^e (élèves de 12-13 ans) par le calcul littéral et dès cet instant le calcul littéral et les expressions littérales influencent les chapitres à venir que ce soit en algèbre, en analyse ou en géométrie. Tout ceci nous montre donc l'importance de la compréhension de ce chapitre par les élèves mais aussi du travail qui repose sur l'enseignant. Bien que l'utilisation des lettres soit devenue incontournable en mathématique, nous déplorons le fait que la lettre ne soit toujours pas considérée comme un objet de savoir (entité ou concept qui peut être étudié, analysé ou compris dans un contexte académique) mais plutôt utilisée comme outil de travail (instrument utilisé pour accomplir une tâche dans un domaine précis). Comme difficultés d'apprentissage du calcul littéral nous avons par exemple $5 + 3a = 8a$ et $a^2 = 2a$ (Grugeon-Allys et al., 2012). Ces difficultés et la non prise en compte des différents statuts de la lettre pourraient avoir des répercussions sur la compréhension des chapitres tels que les équations, les vecteurs, les fonctions, le barycentre, les nombres complexes, etc., vus dans les classes ultérieures.

Les constats faits lors de notre pratique enseignante sont :

- Les difficultés des élèves à introduire une lettre pour résoudre un problème de modélisation ;
- L'absence dans les manuels et dans les programmes mathématiques du Cameroun d'activités d'introduction de l'algèbre.

* Université de Yaoundé I – Cameroun – brandelle.tetsopguim@fse-uy1.cm

On remarque donc qu'au Cameroun les activités d'intégration de l'algèbre sont presque inexistantes contrairement au programme de mathématique du Québec, mais aussi, que l'enseignement des différents statuts de la lettre n'est pris en compte ni par les manuels ni par les enseignants et donc son apprentissage est laissé à l'élève seul. Nous nous sommes alors posé la question de savoir dans quelle mesure un dispositif d'apprentissage convoquant les différents statuts de la lettre peut amener les élèves à saisir leurs sens dans les expressions littérales et à traiter correctement ces expressions dans l'activité mathématique. De cela découlent les deux questions de recherches suivantes :

1. Quels sont les manquements présents dans le programme de mathématique camerounais sur l'introduction du calcul littéral au collège ?
2. Comment améliorer l'introduction du calcul littéral au collège par les programmes de calcul et les activités de modélisation ?

L'objectif est donc de proposer des activités permettant d'introduire l'algèbre au Cameroun.

Les hypothèses de recherche sont :

- Une étude comparative des programmes de mathématique du Cameroun et du Québec pourra nous amener à relever les manquements présents dans le programme de mathématique du Cameroun sur l'introduction de l'algèbre ;
- Proposer des activités de modélisation et les programmes de calcul pourra amener les enseignants de mathématique du Cameroun à mieux introduire la lettre au collège.

II. INTRODUIRE LE CALCUL LITTÉRAL

Une expression littérale encore appelée expression algébrique est une expression contenant une ou plusieurs lettres, ces lettres désignant des nombres (Assude et Coppé, p. 9). Comme exemple d'expressions littérales on a : $3a - b$; $2a + 4b - c$; $x + 5y$; $x^2 - 8x + 7$. La lettre utilisée ici peut avoir différents statuts : Variable (dans les fonctions $f(x) = \frac{2x+4}{x-3}$, les polynômes $P(x) = 2x^2 - 7x + 5, \dots$) ; inconnue (dans les équations $2a - 5 = 0$; les inéquations, les systèmes d'équations, ...) ; indéterminée (dans les identités remarquables $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, les propriétés, ...) et marque-place (dans l'écriture des coordonnées (x ; y), dans l'écriture des formules du périmètre et de l'aire d'une figure, ...). Nous nous intéresserons ici au statut de variable et inconnue uniquement.

Simon Daval (2018) dans son thèse intitulée « l'enseignement du calcul littéral en 4^e par les programmes de calcul » nous parle de l'introduction du calcul littéral qui est une étape importante dans le cursus scolaire de l'élève. Il pense aussi que l'introduction de la lettre ne devrait pas être automatisée par le professeur mais plutôt elle doit venir des élèves pour qu'ils comprennent l'intérêt de celle-ci. L'auteur a commencé par donner l'activité ci-dessous aux élèves :

Tableau 1 – Activité tirée de Daval (2018, p.10)

Programme 1 :	Programme 2 :	Programme 3 :
Choisis un nombre Ajoute 1 Ajoute le nombre de départ Ajoute 2	Choisis un nombre Prends son double Ajoute 3	Choisis un nombre Multiplie-le par 4 Ajoute 4 au résultat Retranche 2 au résultat Retire le double du nombre de départ

• Complète le tableau ci-dessous :

Nombre de départ	Programme 1	Programme 2	Programme 3
3			
0			
-1			

• Quelle hypothèse peux-tu faire ? Montre que cette hypothèse est vraie pour n'importe quel nombre choisi.

Les compétences visées à la fin de cette activité étaient : savoir modéliser, raisonner et calculer.

Le document « du numérique au littéral », tiré du site d'Eduscol en France (Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche[MENESR]), nous parle du travail sur les formules et du fait que c'est de là que vient l'idée de l'utilisation des lettres pour résoudre les problèmes de désignation. Il se base sur l'exemple suivant : il s'agit d'établir une formule qui permet de calculer le nombre de carreaux grisés d'une figure construite sur le modèle ci-dessous, quel que soit le nombre de carreaux sur le côté du carré.

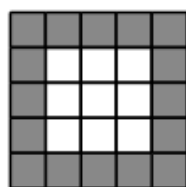


Figure 1 – Situation du carré bordé

Bien que ce problème puisse être interprété de plusieurs façons différentes, nous notons qu'à chaque interprétation l'utilisation d'une lettre est nécessaire. Ceci nous amène au fait que les expressions algébriques sont une traduction des méthodes de calculs mises en œuvre par les élèves. Le document nous montre qu'une élaboration préalable d'une méthode de calcul permet de produire une formule qui est utilisable même si la lettre est remplacée par une autre. Le travail sur les formules est un outil essentiel pour introduire le calcul littéral au collège.

Germi (1996) dans son article intitulé « Statut des lettres et notion de variable » nous parle de son expérimentation menée sur des élèves de 3^e (élèves de 13-14ans). Cette expérimentation avait pour but d'amener les élèves à travailler sur les formules ceci en associant figure géométrique et formules du cours pour obtenir une formule de base, ceci aboutira à la fin à une formule algébrique. Pour cela il a posé le problème suivant : ABCD est un carré de côté 10 cm dont une partie est hachurée comme indiqué par le dessin. On construit un carré AMNP, M étant un point du segment $[AB]$, tel que $AM=x$.

I est le milieu de $[AB]$ et J celui de $[AD]$. Exprimer l'aire A de la partie hachurée située à l'intérieur du carré AMNP quand M varie sur le segment $[AB]$.

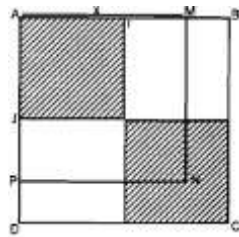


Figure 2 – Carré ABCD (tiré de Germi, 1996, p. 63)

Ensuite elle a permis de montrer le statut de variable des lettres A et x grâce aux différents tableaux de valeurs qu'ils ont remplis.

III. ÉTUDE COMPARATIVE DES PROGRAMMES OFFICIELS DE MATHÉMATIQUE DU CAMEROUN ET DU QUÉBEC SUR L'INTRODUCTION DE L'ALGÈBRE

Le Cameroun, pays d'Afrique centrale possède deux sous systèmes éducatifs à savoir : le sous système francophone et anglophone. Nous nous intéressons au programme de mathématique du sous-système francophone et nous allons faire une étude comparative avec celui du Québec. Cette étude ne se fera pas sur tout le programme mais uniquement sur la partie concernant l'introduction de l'algèbre, plus précisément sur le calcul littéral en classe de 5^e celui-ci est équivalent au 1^{er} cycle du secondaire au Québec. Il est important de préciser que tout comme le Québec, le Cameroun utilise la pédagogie de l'approche par les compétences (APC).

La classe de 5^e au Cameroun correspond à la deuxième année du 1^{er} cycle du secondaire au Québec. La charge horaire de cette classe est de 100 heures pour l'année répartie dans 4 modules qui sont les suivants : Relations et opérations fondamentales dans l'ensemble des nombres décimaux et fractions (32 heures) ; Organisation et gestion des données (11 heures) ; Configurations élémentaires du plan (46 heures) et Solides de l'espace (11 heures). L'introduction de l'algèbre par le chapitre « calcul littéral » se fait dans le module relations et opérations fondamentales dans l'ensemble des nombres décimaux et fractions ; ce chapitre est composé de trois leçons (Expression littérale à trois lettres ; Equations du type $a + x = b$ et Equations du type $ax = b$) comme nous montre le tableau 1. On constate que dès le début on parle d'expression littérale qui est considérée comme un savoir, on la définit comme une nouvelle notion, une notion à acquérir et à utiliser. Cette présentation de ce chapitre nous montre que les expressions littérales sont imposées aux élèves et il n'y a pas de processus d'acquisition par les élèves. Les exemples d'actions ne sont pas assez explicites pour que l'enseignant les utilise pour introduire l'algèbre et si l'enseignant n'est pas vigilant, ce chapitre pourrait être bâclé d'où le début des problèmes des élèves dans l'utilisation des lettres (voir tableau 1).

Tableau 2 – Extrait du programme officiel de mathématique du Cameroun p.32

CADRE DE CONTEXTUALISATION		AGIR COMPÉTENT		RESSOURCES			
Famille de situations	Exemples de situations	Catégories d'actions	Exemples d'actions	Savoirs	Savoir-faire	Savoir -être	Autres ressources
Représentation, détermination des quantités et identification des objets par des nombres.	Achat ou vente des biens de consommation, partage des biens, vérification d'une facture après paiement, comparaison des prix des objets. communication des informations comportant des nombres (numéros de téléphones, matricule, immatriculation d'un véhicule ...).	Détermination d'un nombre.	Compter des points dans une activité sportive, des objets... ; calculer des sommes mises en jeu dans une transaction ; situer un événement dans le temps, partager des biens....	III. NOMBRES DECIMAUX RELATIFS o Opposé d'un nombre décimal. o Puissance d'un nombre décimal relatif à exposant entier naturel non nul.		Développer : l'esprit critique, l'esprit de curiosité, le sens de l'ordre et de la méthode, le sens de la rigueur et de la concision.	-Documentation. -Calculatrice. -Tableurs. -Matériel expérimental -Cartes en géographie. -Thermomètres. -Altimètre
		Lecture ou écriture des renseignements comportant des chiffres, ou à caractère monétaire.	Lire et noter une recette de cuisine ; lire et écrire les prix des articles, comparer les prix des articles	IV. CALCUL LITTÉRAL o Expression littérale à trois lettres au maximum. Équations : o $a + x = b$ dans D. o $ax = b$ où a et b sont des entiers, a non nul.			
		Interaction verbale sur des informations comportant des chiffres ou à caractère monétaire.	Communiquer le numéro de téléphone d'une connaissance, donner sa date de naissance; joindre les commerces par téléphone pour comparer le prix de vente ou de location d'un article.	o Déterminer la valeur d'une expression littérale simple de variables fixées. o Résoudre des équations des formes $a + x = b$ et $ax = b$. o Résoudre des problèmes se ramenant à ces équations.			

Le programme de mathématique du Québec est divisé selon les différentes branches de la mathématique à savoir arithmétique, algèbre, probabilités, statistiques, géométrie, mathématiques discrètes et mathématiques financières. Pour chaque chapitre de chaque branche on montre le niveau scolaire où il doit être acquis. Cette façon de faire est différente de celle utilisée au Cameroun mais, a l'avantage de nous donner un document plus réduit et aussi plus détaillé de ce qui doit être enseigné dans chaque niveau. Nous nous intéressons ici à l'algèbre et son introduction au collège dans la classe de 1^{ère} année du 1^{er} cycle du secondaire. Ici il n'y a pas de charge horaire prescrite pour les enseignements. Le tableau 2 nous montre de façon détaillée comment doit se faire l'acquisition des connaissances sur les expressions algébriques et il précise aussi l'acquisition des différents statuts de la lettre à savoir inconnue, variable, paramètre et coefficient.

Cette façon de détailler les différents apprentissages a l'avantage d'éviter qu'une connaissance soit oubliée et aussi elle permet à l'enseignant de savoir exactement ce qu'il doit enseigner.

Tableau 3 – Extrait de la progression des apprentissages au secondaire du Québec (p. 14-15)

Mathématique

Algèbre

Sens et manipulation des expressions algébriques

Sens et manipulation des expressions algébriques						
→	L'élève apprend à le faire avec l'intervention de l'enseignante ou de l'enseignant.	Secondaire				
★	L'élève le fait par lui-même à la fin de l'année scolaire.					
	L'élève réutilise cette connaissance.	1 ^{er} cycle		2 ^e cycle		
A. Expressions algébriques		6 ^e	1 ^{re}	2 ^e	3 ^e	4 ^e 5 ^e
1. Décrire, dans ses mots et à l'aide du langage mathématique, des régularités numériques						
2. Décrire, dans ses mots et à l'aide du langage mathématique, des suites de nombres et famille d'opérations	★					
3. Ajouter de nouveaux termes à une suite dont au moins les trois premiers termes sont donnés	★					
4. Décrire le rôle des composantes des expressions algébriques :						
a. inconnue Note : Ce concept, a été abordé sans qu'il soit nommé comme tel, au primaire, dans le contexte de la recherche d'un terme manquant.	→	→	★			
b. variable, constante		→	★			
c. paramètre Note : Le concept de paramètre est abordé, de façon intuitive, sans qu'il soit nommé comme tel, aux trois premières années du secondaire.		→	→	→	→ ★	CST TS SN
d. coefficient, degré, terme, terme constant, termes semblables		→	★			
5. Construire une expression algébrique à partir d'un registre (mode) de représentation		→	★			

6. Interpréter une expression algébrique selon le contexte	→	★				
7. Reconnaître ou construire des expressions algébriques équivalentes	→	★				
8. Reconnaître ou construire						
a. des égalités et des équations	→	→	★			
b. des inégalités et des inéquations				★		
B. Manipulation d'expressions algébriques	6 ^e	1 ^{re}	2 ^e	3 ^e	4 ^e	5 ^e
1. Calculer la valeur numérique d'expressions algébriques	→	→	★			
2. Effectuer les opérations suivantes sur des expressions algébriques avec ou sans l'aide de matériel concret ou imagé : addition et soustraction, multiplication et division par une constante, multiplication de monômes du premier degré	→	→	★			
3. Effectuer des mises en évidence simples d'expressions numériques (distributivité de la multiplication sur l'addition ou la soustraction)	→	→	★			
4. Multiplier						
a. des expressions algébriques de degré inférieur à 3				★		

								CST
b. des expressions algébriques	*							TS
	*							SN

IV. PROPOSITION D'EXERCICES POUVANT FACILITER L'INTRODUCTION DE L'ALGÈBRE AU CAMEROUN

Comme nous l'avons expliqué plus haut, au Cameroun on note l'absence des exercices pour introduire l'algèbre. Nous proposons donc quelques exercices qui pourraient permettre d'introduire la lettre au collège en classe de 5^e.

Exercice 1 :

On donne le programme de calcul suivant :

- *Je choisis un nombre.*
- *Je retranche 3.*
- *J'ajoute 5 au résultat.*

1. *Quel est le résultat final si le nombre choisi est 8 ?*
2. *Quel est le résultat final si le nombre choisi est 11 ?*
3. *Traduis ce programme mathématiquement.*
4. *Quel doit être le nombre de départ pour que le résultat final soit 15 ?*

Ce programme de calcul a été obtenu après modification d'un programme de calcul tiré du mémoire de Simon Daval intitulé « l'enseignement du calcul littéral en 4^e par les programmes de calculs ». Cette modification est faite pour adapter l'exercice au niveau de la classe de 5^e. Les deux premières questions permettront aux élèves de tester le programme et la troisième question quant à elle a pour but d'amener les élèves à utiliser une lettre pour généraliser un problème ce qui fait de cet exercice un idéal pour introduire l'algèbre. Il permettra de mettre en évidence le statut de variable de la lettre.

Exercice 2 :

Je pense un nombre, j'en retranche 12 et j'obtiens 7,5. Quel est le nombre pensé ?

Cet exercice tiré du document « du numérique au littéral » du site Eduscol (p. 3) a été légèrement modifié pour être adapté à la classe de 5^e. C'est un exercice approprié pour introduire l'algèbre car il est sous forme de devinette et pourra piquer la curiosité de l'élève. Le but est de pousser l'élève à utiliser une lettre pour résoudre la devinette. Cet exercice permettra de mettre en évidence le statut d'inconnu de la lettre.

Exercice 3 :

Alice et Bertrand disposent chacun d'une calculatrice. Ils affichent un même nombre sur leur calculatrice. Alice multiplie le nombre affiché par 3, puis ajoute 4 au résultat obtenu. Bertrand, lui, multiplie le nombre affiché par 2, puis ajoute 7 au résultat obtenu. Quand ils ont terminé, ils s'aperçoivent que leurs calculatrices affichent exactement le même résultat. Quel nombre ont-ils affiché au départ ?

Comme le précédent, il est tiré du document « du numérique au littéral » du site Eduscol (p. 3) et peut être vu comme une devinette. Cet exercice permettra de mettre en évidence le statut inconnu de la lettre.

V. CONCLUSION

Nous avons fait une étude comparative entre le programme de mathématique du Cameroun et celui du Québec sur l'introduction de l'algèbre au secondaire. Nous avons remarqué que malgré le fait que ces deux pays utilisent l'approche par les compétences l'introduction de l'algèbre n'est pas la même dans les deux pays. Le programme du Québec est beaucoup plus détaillé et il nous montre clairement les étapes à suivre mais aussi il nomme les différents statuts de la lettre ce qui n'est pas observé dans le programme du Cameroun. En plus de cela nous avons remarqué que dans le programme du Québec les différentes branches de la mathématique sont mises en avant dès le 1^{er} cycle du secondaire ce qui familiarise les élèves avec les termes tel que : algèbre, probabilité, géométrie...etc. Au Cameroun, par contre, on note une absence de telles appellations dans le programme ce qui réduit considérablement l'impact qu'elles pourraient faire lors de leur apprentissage. Nous remarquons dans le programme du Cameroun qu'il n'y a pas mention de l'utilisation des programmes de calcul et encore moins celui des activités de modélisation qui sont pourtant les éléments phares pour introduire l'algèbre. Pour remédier à cela nous avons proposé des exercices extraits d'autres documents qui peuvent être utilisés au Cameroun pour introduire l'algèbre.

RÉFÉRENCES

- Assude, T., Coppé, S. et Pressiat, A. (2012). Tendances de l'enseignement de l'algèbre élémentaire au collège : atomisation et réduction. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 41-62.
<https://shs.hal.science/halshs-00940357v1>
- Bair, J. (2016). Sur l'emploi de la lettre x en mathématiques . *Losanges*, (33), 24-33.
https://orbi.uliege.be/bitstream/2268/206353/1/L33_Emploix.pdf
- Daval, S. (2018). *L'enseignement du calcul littéral en 4^e par les programmes de calcul* [Mémoire de Master, ESPE de Franche-Comté]. Dumas. <https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-04503173v1>
- Éduscol. (s.d.). *Du numérique au littéral*. Ministère de l'Éducation nationale de France.
- Germi, P.-E. (1996). Statut des lettres et notion de variable. *Petit x*, (45), 59-79.
- Grugeon-Allys, B., Pilet, J., Chenevotot, F. et Delozanne, E. (2012). Diagnostic et parcours différenciés d'enseignement en algèbre élémentaire. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, (numéro spécial), 133-158.
- Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport [MELS]. (2009). *Progression des apprentissages au secondaire – Mathématique*. Gouvernement du Québec. <https://cdn-contenu.quebec.ca/cdn-contenu/education/pfeq/primaire/progressions-apprentissages/PFEQ-progression-apprentissages-mathematique-primaire.pdf>
- Ministère des Enseignements Secondaires [MINESEC]. (2023). *Programme d'études – Mathématiques 6^e, 5^e, 4^e et 3^e*. <https://www.minesec.gov.cm/web/index.php/fr/systeme-educatif/programmes-officiels>