REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DES FONCTIONS : ANALYSE DES DIFFICULTÉS COURANTES DES ÉLÈVES DE LA TERMINALE D AU BURKINA FASO

| SIMBRE* ALASSANE

Résumé | Au Burkina Faso, les fonctions sont essentielles dans l'enseignement des mathématiques en terminale D. Cependant, les élèves rencontrent des difficultés dans leur traitement dans le registre graphique. Ce travail vise à identifier ces difficultés et à les analyser afin de proposer des stratégies de remédiations. Il a été montré sur la base des travaux de Duval (1993) et Vergnaud (1990), que la principale difficulté des élèves est la conversion entre les registres des fonctions.

Mots clés : représentations graphiques, fonctions numériques, changement de registres, apprentissage

Abstract | In Burkina Faso, functions are essential in mathematics teaching in the terminal D class. However, students encounter difficulties in their graphic register. This work aims to identify these difficulties and analyse them in order to propose remediation strategies. He showed, on the basis of the work of Duval (1993) and Vergnaud (1990), that the main difficulty for pupils is conversion between registers of functions.

Keywords : Graphical representations, numerical functions, register change, learning

I. INTRODUCTION

Les mathématiques occupent une place importante dans le développement d'une société. Au cœur de cette discipline, le concept de fonction occupe une place importante à travers l'histoire, car les fonctions selon Leonhard Euler (1748, cité par Montoya, 2019) sont à la base du développement plus moderne des mathématiques. Comme les autres notions mathématiques, les fonctions sont un outil pour résoudre des problèmes (Bonneval, 2006). En ce sens, Eisenberg (1992, cité par Hitt, 1998) ajoute que : « Développer chez les étudiants une sensibilité aux fonctions devrait être un objectif principal des curriculums de l'enseignement secondaire et universitaire ». Le concept de fonction étant étudié dans plusieurs registres, pour mieux l'appréhender, il est nécessaire selon Duval (1993) de pouvoir travailler dans chacun de ces registres et de passer d'un registre à un autre. Cependant, on note que les élèves ont des difficultés à convertir le registre algébrique dans un autre registre (Baudot, 2020, p. 24). Selon le même auteur, les apprenants ont des difficultés à passer du registre algébrique au registre graphique et à comprendre la procédure de conversion (qui sert de justification). D'une façon générale, nous pensons que si nous parvenons à identifier les erreurs que font les élèves, alors nous serons en mesure de les aider à surmonter ces difficultés. Pour ce faire, la présente recherche se propose d'analyser les difficultés courantes des élèves de la Terminale D au Burkina Faso lors de la représentation graphique des fonctions.

II. PROBLÉMATIQUE

Au Burkina Faso, la notion de fonction est découverte dans l'enseignement général dès la classe de sixième (septième année de scolarité), après celle de la relation. Elle s'approfondit au fur et à mesure que les apprenants évoluent dans leur cursus scolaire. En classe de terminale D (treizième année de

* École Normale Supérieure – Burkina Faso – alassanesimbre97@gmail.com

scolarité, série « Mathématiques et SVT »), les fonctions sont fondamentales dans l'enseignement des mathématiques. En effet, à ce niveau d'étude, toute évaluation de mathématiques comprend généralement un exercice sur les fonctions qui représente au moins $50\,\%$ de la note totale. La compréhension du concept de fonction implique l'articulation cohérente de plusieurs registres sémiotiques (Duval, 1993, p. 41). Toutefois, notre expérience dans l'enseignement des mathématiques a montré que les apprenants rencontrent beaucoup de difficultés dans la représentation graphique des fonctions. Cela se traduit par les mauvaises performances chez les élèves au cours des évaluations. De même, lorsque nous étions élèves, nous avons éprouvé, au même titre que nos camarades de classe, des difficultés à travailler avec les fonctions dans le registre graphique. Notre travail consistera à identifier ces difficultés, à en faire une analyse afin de proposer des solutions pour leur dépassement. L'hypothèse qui sous-tend notre travail est que l'enseignement des fonctions doit se faire en s'appuyant sur des changements de registres de représentations (Duval, 1993).

III. CADRE THÉORIQUE

Dans ce paragraphe consacré aux aspects théoriques de notre étude, nous définirons le concept de fonction et de difficulté, puis nous aborderons les registres de représentation des fonctions.

1. *Le concept « fonction »*

Le concept de fonction est un concept largement universel qui se rencontre pratiquement dans toutes les disciplines scientifiques : mathématiques, physique, biologie, technologie, mais également en sciences humaines, etc… En mathématiques, la définition la plus courante dans les manuels scolaires est la suivante : « Une fonction est une relation pour laquelle tout élément de l'ensemble de départ est associé à au plus un élément de l'ensemble d'arrivée » (Boucher *et al.,* 2010), cité par Montoya, 2019). La notation fonctionnelle sert à définir une fonction en précisant ses ensembles de départ et d'arrivée ainsi que sa règle de correspondance telle que la Figure 1 le présente.

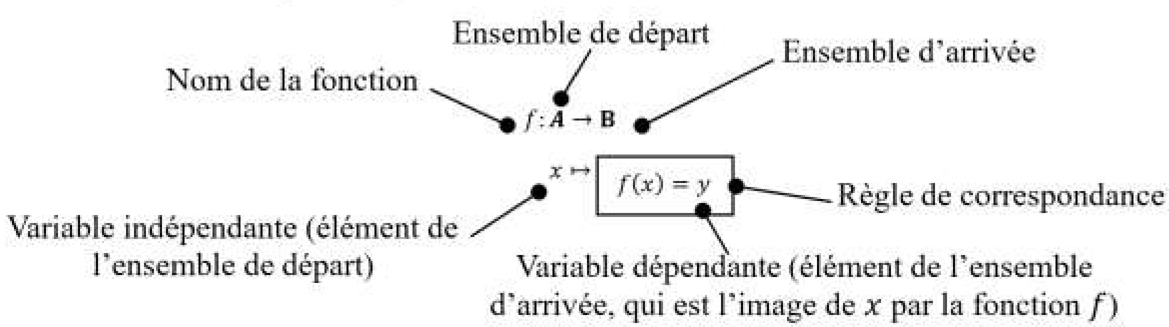

Figure 1 – *Schéma notation fonctionnelle*

Ce schéma représente une : « Fonction f de $\mathbf{A}$ vers $\mathbf{B}$ qui, à un élément x appartenant à $\mathbf{A}$, fait correspondre un élément appartenant à $\mathbf{B}$ qu'on note $f(x)$. » Lorsque $\boldsymbol{A}$ et $\boldsymbol{B}$ sont des parties de $\mathbb{R}$, la fonction *f* est dite fonction numérique d'une variable réelle. Cette définition est très largement inspirée du courant des mathématiques modernes basé sur une vision ensembliste. Autrement, « une fonction est une relation qui fait correspondre à chaque valeur de la variable indépendante une ou aucune valeur de la variable dépendante. » (Scénarios 436 Tome 1, 1996, p. 6, cité par Passaro, 2007). Cette deuxième définition met l'accent sur l'idée de variable et de dépendance. Outre les idées d'ensemble, de variable et de dépendance, les deux définitions apportent l'idée de l'existence d'une relation de correspondance. Il convient donc de distinguer la notion de la simple relation à celle fonctionnelle. En effet, une relation est dite fonctionnelle à condition qu'à un élément de l'ensemble de départ, il corresponde au plus un élément de l'ensemble d'arrivée. Dans le cadre de ce travail, nous ferons usage de la première définition.

2. *Le concept « difficulté »*

Dans différents domaines, plusieurs recherches ([Astolfi, 1997 ; Auriac et Fiard, 2005 ; Bachelard, 1983], cité par Alibi et Boilevin, 2021) ont abordé les difficultés comme concept clé et primordial dans le processus d'enseignement-apprentissage ainsi que les stratégies de remédiation. La notion de difficulté est une notion récurrente dans l'enseignement des mathématiques. Elle est définie selon Brousseau (2003, p. 1, cité par Alibi et Boilevin, 2021), comme « un caractère d'une situation qui accroît de façon significative la probabilité de non-réponse ou de réponse erronée des sujets actants impliqués dans cette situation ». Le sujet actant peut être un élève, mais aussi le professeur qui éprouve souvent des difficultés à obtenir les apprentissages qu'il projette. La difficulté peut être observée à travers la répétition des actions d'un même élève dans une situation donnée ou à travers un ensemble de réponses simultanées de groupes d'élèves considérés comme suffisamment comparables et soumis aux variantes de la situation. En mathématiques, les difficultés qualifient une situation d'inaptitude, chronique ou non, à construire la solution d'un problème mathématique[1].

3. *Les registres de représentation associés aux fonctions*

Les objets mathématiques ne sont pas directement accessibles par la perception, il faut donc pouvoir les représenter. Dans les situations d'apprentissage, les problèmes étudiés sont exprimés dans différents registres. Il y a des représentations plus appropriées pour la recherche de certaines informations. L'ensemble des représentations d'un objet mathématique en donne une vue globale et donne ainsi plusieurs informations nécessaires à la compréhension de cette notion. Nous adhérons ainsi à l'idée de Duval (1993) selon laquelle un concept est acquis dès que l'élève sait manipuler le concept dans les différents registres, connaît les traitements propres à chacun d'eux, sait passer de l'un à l'autre dans des tâches de conversion ou d'association entre deux registres et arrive à choisir le registre le mieux adapté à son problème. D'après Vergnaud (1990), un concept n'est acquis qu'après que l'élève ait une compréhension du signifié, une maîtrise du signifiant et des savoir-faire associés au concept, un affranchissement des obstacles liés au concept et une maîtrise de la résolution des problèmes utilisant le concept.

En ce qui concerne les fonctions, les principales représentations selon Duval (1993) sont :

- - les représentations par des formules (registre algébrique) : c'est une formule qui permet de calculer l'image $f(x)$ pour tout x dans le domaine de définition ;
- - les représentations en tableau de valeurs (registre numérique) : la loi fonctionnelle est ici réduite à une description discrète : à tout élément de l'ensemble de départ est associé sur la ligne (ou la colonne) suivante, la valeur de son image ;
- - la représentation en tableau de variations : toutes les informations relatives aux variations de la fonction y sont contenues ;
- - les représentations en courbes (registre graphique) : c'est un ensemble de points du plan. Pour une fonction f, sa courbe se définit comme 1' ensemble des points $M(x; y)$ tels que $x \in D_f$ (D_f étant l'ensemble de définition de f) et $f(x) = y$;
- - le registre verbal : la loi fonctionnelle est exprimée en langage naturel.

[1] Source : Difficultés en mathématiques — Wikipédia (wikipedia.org) consulté le 26/08/2024.

Il importe de signaler que la typologie propose ici des représentations que peut prendre la fonction. Cela ne signifie pas que tout tableau de valeurs, toute formule, tout graphique ou tout mot représente une fonction. Pour notre travail, nous nous nous intéresserons au processus de conversion du registre tableaux et algébrique respectivement vers le registre graphique.

IV. MÉTHODOLOGIE DE RECHERCHE

Le but de notre étude est d'analyser les difficultés des élèves de la classe de Terminale D dans la représentation graphique des fonctions au Burkina Faso. Pour cela, nous avons opté pour la méthode mixte dans notre méthodologie de recherche. En effet, nous effectuons une analyse statistique des données recueillies qui nous permet de situer l'ampleur des difficultés rencontrées par les élèves, et une analyse qualitative des informations collectées, notamment sur les erreurs, qui nous permettra de clarifier les difficultés des élèves et de proposer des pistes de solutions. Nous avons retenu pour notre collecte des données un test administré aux élèves de la classe de terminale D, les échanges avec ces élèves lors des séances de correction et un « questionnaire-enseignant » adressé aux enseignants de mathématiques tenants ou ayant tenu la classe de la terminale D.

Cent-vingt élèves choisis de façon aléatoire ont pris part au test (Annexe 1) d'une durée d'une heure trente minutes (1 h 30 min). En général, en classe de terminale, nous rencontrons trois types de problèmes : une fonction exprimée sous la forme algébrique à étudier, le tableau de variations d'une fonction qu'il faut étudier pour en déduire sa représentation graphique ou la courbe d'une fonction à étudier. Les deux premiers étant les plus récurrents dans les sujets d'examen au baccalauréat, nous avons donc choisi de proposer deux exercices de ces types dans le test. Les élèves soumis au test avaient tous fait le cours sur les fonctions numériques prévu dans le programme scolaire de la classe de la terminale D. En effet, l'administration du test s'est faite à quelques semaines de l'examen du baccalauréat (entre mi-mai 2024 et 4 juin 2024). Ces apprenants sont supposés posséder les acquis nécessaires pour réussir à ce type de test.

Quant aux enseignants, ils sont 20 à avoir rempli le questionnaire. Ils sont issus des établissements scolaires de la région du centre.

V. ANALYSE ET INTERPRÉTATIONS DES RÉSULTATS DE LA RECHERCHE

Les résultats des apprenants au test sont résumés dans l'annexe 2. Les taux de ce tableau confirment que les élèves ont de réelles difficultés dans la réalisation de certaines tâches liées à la représentation graphique des fonctions. En effet, seulement 13,54 % (13/96) des élèves ont réussi à tracer (C_f) contre 2,08 % (2/96) pour (C_h) (Annexe 2). Aussi, sur 20 enseignants soumis au questionnaire, 75 % pensent que les élèves rencontrent de grosses difficultés à faire la représentation graphique de fonctions (30 % pensent qu'ils ont un niveau très faible et 45 % un niveau faible) et seulement 5 (25 %) pensent que leur niveau de difficulté est moyen. De ces résultats, nous convenons donc que les difficultés des élèves sont bien réelles en matière de représentation graphique des fonctions.

L'analyse des erreurs récurrentes dans les productions de ces élèves au test, nos échanges lors des séances de correction en classe et les réponses des enseignants au questionnaire nous ont permis d'identifier quelques-unes des difficultés des élèves de la terminale D lors de la représentation graphique des fonctions. Ces difficultés se manifestent de plusieurs manières.

4. *Une difficulté de conversion du tableau de variations à la représentation graphique (monotonie de la fonction dans les intervalles, le signe de la fonction, les bornes de la fonction) et du registre algébrique au graphique (limites aux bornes, les asymptotes, les tangentes)*

Premièrement, en partant du tableau de variations à la représentation graphique, nos échanges lors des séances de corrections ont montré que les difficultés des élèves viennent de la méconnaissance des codes et des codages utilisés dans le tableau de variations ; de l'établissement de la correspondance entre les éléments dans un tableau de variations et la courbe représentative dans le plan euclidien. Par exemple, l'allure de la courbe (variations), l'ensemble de définition, les images, les antécédents et extrema de la fonction ne sont pas perçus par des apprenants à travers le tableau de variations. Nous présentons en Figure 2 l'extrait n° 1 de la production de deux élèves.

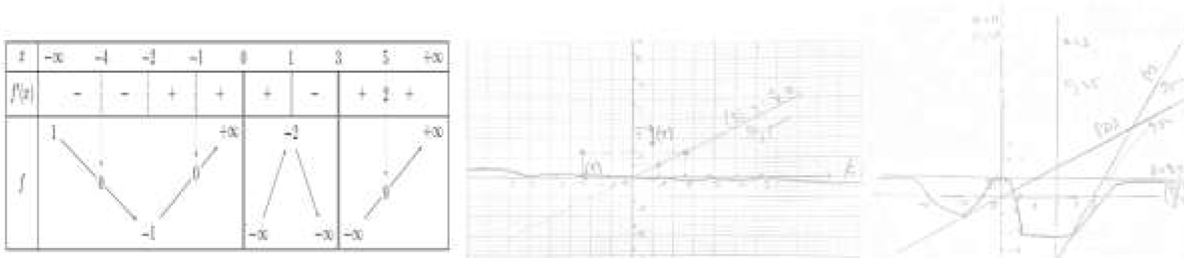

Figure 2 – *Extrait n° 1 de la production de deux élèves au test.*

Dans cet extrait, nous voyons que dans les deux graphiques, l'ensemble de définition n'est pas respecté. Dans le premier, l'allure de la courbe donnée dans le tableau de variations n'a pas servi de guide et les extrema sont non identifiés. Dans le deuxième, le maximum n'a pas été identifié. Nous voyons donc que les apprenants ont une difficulté de conversion des éléments du tableau de variations en lien avec les objets du registre graphique.

Deuxièmement, en partant du registre algébrique au registre graphique, les élèves rencontrent deux types de difficulté notamment les difficultés de transformation et de traitement dans le registre algébrique. Les difficultés de traitement sont les plus récurrentes (voir capture 3).

Nous présentons en Figure 3 l'extrait n° 2 de la production de deux élèves.

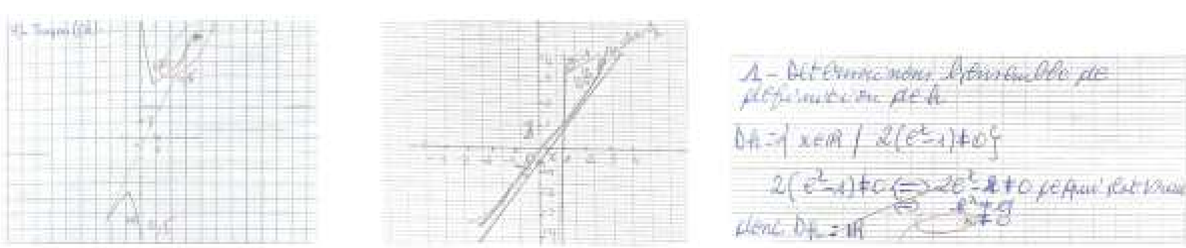

Figure 3 – *Extrait n° 2 de la production de deux élèves au test.*

Le premier élève n'a pas pu identifier l'asymptote oblique en $+\infty$, ce qui l'a induit en erreur sur $]0\,;+\infty[$. Le deuxième élève n'a pas pu déterminer l'ensemble de définition, la parité de la fonction, la position relative (Δ) par rapport à (C_h) et la dérivée de h. Il a donc faussé le tableau de variations et le tracé graphique. Les calculs erronés sont plus récurrents car dans l'exercice 2 (Annexe 2), 51,04 % (49/96) ont pu déterminer l'ensemble de définition, 73,96 % (71/96) ont faussé le calcul des limites et l'étude de la position relatives et 62,5 % (60/96) ont faussé la dérivée. Cela a entraîné un échec de

91,67 % (88/96) dans l'établissement du tableau de variations et de 97,92 % (94/96) dans la représentation graphique de la fonction (Annexe 2).

5. *L'apparition de règles-en-acte (Vergnaud) : « la courbe ne traverse pas les asymptotes ». Définie comme « une droite que la fonction va longer » ou « une droite vers laquelle la fonction tend », la notion d'asymptote est mal comprise par les élèves*

Nous présentons ci-dessous l'extrait n° 3 de la production de deux élèves.

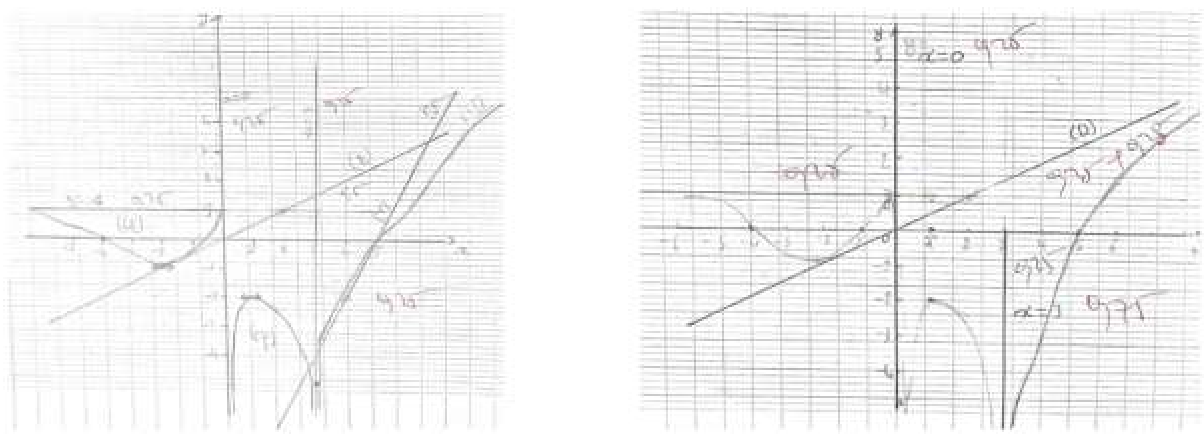

Figure 4 – *Extrait n° 3 de la production de deux élèves au test.*

De ces deux tracés, nous voyons que ces deux élèves mettent en œuvre la règle en acte « la courbe ne traverse par l'asymptote » sur l'intervalle $]-\infty\,;\,0[$.

6. *Les connaissances sont prédicatives mais ne sont pas opératoires (détermination de la limite et identification correcte des asymptotes mais cela ne se matérialise pas sur la courbe)*

En effet, sur le plan graphique, les concepts de « limite, asymptote, tangente, parité et périodicité » (référent, signifié, signifiant) au sens de (Vergnaud, 1990) ne sont pas clairs pour certains élèves. Ces notions servent d'outils de vérifications ou de construction de la courbe représentative d'une fonction. Toutefois, elles sont mal traduites ou ignorées sur le plan graphique par beaucoup d'apprenants. Par exemple, la production du premier élève de l'extrait n° 2 montre que cet élève n'a pas tenu compte de l'implication géométrique de la parité qu'il a mise en évidence (symétrie) lors de sa construction. Aussi, Le graphique 2 de l'extrait n° 1, illustre la difficulté chez l'élève de donner sens à l'asymptote et à la tangente sur le plan graphique. Sur ce graphique, nous voyons que les asymptotes verticales $x = 0$, $x = 3$ et l'asymptote oblique $y = \frac{1}{2}x$ n'ont pas servi de guide. De plus, pour l'exercice 1 (Annexe 2), 89,58 % (57/96) des élèves ont réussi à donner les limites aux bornes de D_f, 45,83 % (44/96) ont réussi à donner les asymptotes (57,29 %pour l'asymptote oblique), 55,21 % (53/96) ont pu donner l'équation de la tangente (43,75 % ont pu étudier la dérivabilité en 1 et interpréter) et 43,75 % (42/96) ont pu tracer les asymptotes et tangentes, mais seulement 13,54 % (13/96) ont réussi à tracer correctement la courbe représentative de la fonction. Ces pourcentages décroissants sont aussi observés dans l'exercices 2 (Annexe 2).

VI. CONCLUSION

En somme, notre étude montre que la plupart des élèves de la terminale D au Burkina Faso n'arrivent pas à tracer correctement la courbe représentative d'une fonction à partir de son registre algébrique ou tableau de variations. Elle nous a permis de constater que les difficultés des élèves relèvent de la conversion entre les registres. Il s'agit notamment de la difficulté de conversion du tableau de variations au graphique et de l'algébrique au graphique, de la conception erronées de certaines notions (asymptote) et la difficulté de représentation ou d'usage graphique (signifiants) de certains concepts (limite, asymptote, tangente, parité et périodicité). Au vu de nos analyses, ces difficultés soulignent l'importance d'une approche pédagogique qui met l'accent sur l'apprentissage spécifique pour le tableau de variations tant pour le côté syntaxique (technique de construction et apprentissage des codes) que pour le côté conversion en lien avec les objets du registre graphique. Aussi, il est nécessaire d'insister sur le côté conversion de l'étude de fonction dans le registre algébrique en lien avec les objets du registre graphique. Enfin, il est important de bien noter le tracé de la courbe représentative de la fonction dans les évaluations et d'initier une pratique régulière de cette tâche en faisant beaucoup d'exercices avec les élèves. Dans la même logique d'aider les élèves à surmonter ces difficultés, une perspective de recherche serait d'approfondir cette étude pour identifier les origines de ces difficultés. Cette perspective sera la seconde étape de notre étude.

RÉFÉRENCES

Alibi, I. et Boilevin, J. M. (2021). Typologie des difficultés d'apprentissage de l'accélération dans l'enseignement supérieur. *Mediterranean Journal of Education*, *1*(2), 158-169.

Baudot, M. (2020). Importance du changement de registre en mathématiques : changements de registre dans le cadre des fonctions [Mémoire de master, INSPE de Nantes]. HAL open science. https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-02612074v1/file/Nantes_BAUDOT_Manon_Mathe%CC%81matiques_2020.pdf

Boisvert, J., Dulong, M., Fortin, J. et Lefebvre, D. (2009). *Zénith : français, langue d'enseignement : 3e année du 2e cycle du secondaire* [Manuel de l'élève]. ERPI.

Bonneval, L. M. (2006). Pour des fonctions qui fonctionnent. *Dossier de l'APMEP*, (462), 88-104. https://www.apmep.fr/IMG/pdf/AAA06007.pdf

Dupont, J. (2010) Les canetons. *Revue canophile, 13*(1), 14-26.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, *5*, 37-65.

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport [MELS]. (2006). *Programme de formation de l'école québécoise éducation préscolaire, enseignement secondaire*. Gouvernement du Québec.

Hitt, F. (1998). Systèmes sémiotiques de représentation liés au concept de fonction. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, *6*, 7-26.

Jeannotte, D. (2015). *Raisonnement mathématique : proposition d'un modèle conceptuel pour l'apprentissage et l'enseignement au primaire et au secondaire* [Thèse de doctorat, Université du Québec à Montréal]. Archipel. https://archipel.uqam.ca/8129/

Montoya, A. B. (1996). *Les interprétations et représentations de la notion de fonction chez les futurs enseignants de mathématiques au secondaire* [Mémoire de maîtrise, Université du Québec à Montréal]. Archipel. https://archipel.uqam.ca/12801/1/M16093.pdf

Passaro, V. (2007). *Étude expérimentale sur le développement du concept de covariation entre deux grandeurs révélées par une analyse des représentations spontanées d'élèves du premier cycle du secondaire* [Mémoire de maîtrise, Université du Québec à Montréal].

Surréalisme. (2003). Dans M.-É. de Villers (dir.), *Multidictionnaire de la langue française* (p. 1395). Québec Amérique.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, *10*, 135-169.

ANNEXE 1
TEST SOUMIS AUX ÉLÈVES DE LA TERMINALE D DANS LES VILLES DE OUAGADOUGOU.

BURKINA FASO	Année scolaire : 2023-2024
Classe : T^{le}D	Date : ··· / ··· /2024
Enseignant : M. SIMBRE	Durée ⊙ : 01 heure 30mn

ÉVALUATION DE MATHÉMATIQUES

⚠ Le sujet comporte 02 pages

EXERCICE N°1 ***(09 points)***

Soit une fonction f d'ensemble de définition D_f et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J). On considère son tableau de variation ci-dessous.

x	$-\infty$		-4		-2		-1		0		1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$-$		$+$		$+$	‖	$+$		$-$	‖	$+$	2	$+$	
f	1		0		-1		0		$+\infty$ ‖ $-\infty$		-2		$-\infty$ ‖ $-\infty$		0		$+\infty$

1. Déterminer l'ensemble de définition D_f de f. ***(0,25 pt)***
2. (a) Déterminer les limites suivantes :
   $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to0^-} f(x)$; $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to3} f(x)$. ***(1,5 pts)***
   (b) En déduire les asymptotes éventuelles à la courbe (C_f) de f. ***(0,75 pt)***
3. Déterminer les images des intervalles suivants : $]-4;-1[$; $[-2;-1]$ et $]3;+\infty[$. ***(0,75 pt)***
4. (a) Déterminer les solutions de l'équation $(E) : x \in D_f, f(x) = 0$. ***(0,75 pt)***
   (b) Déterminer les solutions des inéquations :
   $(I_1) : x \in D_f, f(x) < 0$ ***(0,5 pt)*** $\qquad (I_2) : x \in D_f, f(x) > 0$ ***(0,5 pt)***
   (c) Déduire le signe de f sur D_f. ***(0,25 pt)***
5. Déterminer une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 5. ***(0,25 pt)***
6. On donne $f'_g(1) = \frac{1}{3}$ et $f'_d(1) = -2$
   (a) f est-elle dérivable en 1 ? Justifier votre réponse. ***(0,25 pt)***
   (b) Donner une interprétation géométrique de la dérivabilité en 1. ***(0,25 pt)***
7. On considère la droite (D) d'équation $y = \frac{1}{3}x$ telle que $\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x) - y) = 0$.
   En déduire la nature de la droite (D) par rapport à la courbe (C_f). ***(0,25 pt)***
8. Construire (D), (T), les asymptotes et la courbe (C_f). ***(2,75 pts)***
   Unité graphique : 1 cm

1

EXERCICE N°2 ***(11 points)***

Soit la fonction numérique h définie par : $h(x) = 2x + \frac{e^x + 1}{2(e^x - 1)}$.

On désigne par (C_h) sa courbe représentative dans un repère othonormal $\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

Unité graphique : 1 cm.

Partie A

1. Déterminer l'ensemble de définition D de h et étudier la parité de h. ***(1,25 pts)***
2. Montrer que pour tout x de D, on a :
$$h(x) = 2x + \frac{1}{2} + \frac{1}{e^x - 1} \text{ (0,25 pt)}$$
3. Calculer les limites de h aux bornes de D. ***(1,5 pts)***
4. (a) Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = 2x - \frac{1}{2}$ est asymptote à la courbe (C_h) de h en $-\infty$. ***(0,5 pt)***
   (b) Etudier la position relative de (C_h) par rapport à (Δ). ***(0,5 pt)***
   (c) Déterminer les autres asymptotes à la courbe (C_h). ***(1 pt)***

Partie B

1. Résoudre dans R l'inéquation :
$$2e^{2x} - 5e^x + 2 > 0 \text{ (0,75 pt)}$$
2. Déterminer la fonction dérivée de h et dresser son tableau de variation. ***(3 pts)***
3. Tracer (C_h) ainsi que ses asymptotes dans le repère $\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$. ***(2,25 pts)***

On donne : $\ln(2) \approx 0{,}69$

Bonne inspiration !

2

ANNEXE 2
RÉSULTATS DES PRODUCTIONS DES ÉLÈVES AU TEST.

Exercice 1			Exercice 2		
Questions	Réponses correctes	Réponses fausses	Questions	Réponses correctes	Réponses fausses
Ensemble de définition de f	57 (59,38%)	39 (40,62%)	Ensemble de définition de h	49 (51,04%)	47 (48,96%)
Limites de f aux bornes de D_f	86 (89,58%)	10 (10,42%)	Parité de h	11 (11,46%)	85 (88,54%)
Asymptotes à la courbe (C_f)	44 (45,83%)	52 (54,17%)	Limites de f aux bornes de D	25 (26,04%)	71 (73,96%)
Solutions de l'équation $(E): f(x) = 0$	45 (46,88%)	51 (53,12%)	Asymptote oblique à la courbe (C_f)	65 (67,71%)	31 (32,29%)
Signe de f sur D_f	21 (21,88%)	75 (78,12%)	Position relative de (C_h) par rapport à (Δ)	25 (26,04%)	71 (73,96%)
Equation de la tangente (T) à (Cf) au point d'abscisse 5	53 (55,21%)	43 (44,79%)	Autres asymptotes à la courbe (C_h)	2 (2,08%)	94 (97,92%)
Dérivabilité en 1 et interprétation	42 (43,75%)	54 (56,25%)	Dérivée de h	36 (37,50%)	60 (62,50%)
Asymptote oblique à (C_f)	55 (57,29%)	41 (42,71%)	Tableau de variation	8 (8,33%)	88 (91,67%)
Construction des droites	42 (43,75%)	54 (56,25)	Construction des droites	2 (2,08%)	94 (97,92%)
Construction de (C_f)	13 (13,54%)	83 (86,46)	Construction de (C_f)	2 (2,08%)	94 (97,92%)

(Source : Notre enquête de terrain/Résultats des productions des élèves au test)