

LE RAPPORT DES ÉLÈVES À LA FONCTION AFFINE AU SECONDAIRE

| LAZRI-ABDI* SAMIA

Résumé | Enseignante en terminale (élèves 17-18 ans), j'ai constaté des difficultés récurrentes chez mes élèves en dérivation, souvent liées à la fonction affine. Cette étude se concentre sur cet obstacle et propose une situation expérimentale menée auprès d'élèves de première (élèves de 16-17 ans). Conçue par mes soins, elle vise à analyser leurs difficultés et leur interaction avec l'enseignant. L'objectif est de mieux comprendre ces enjeux d'apprentissage.

Mots-clés : fonction affine, coefficient directeur, nombre dérivée, tangente, techniques

Abstract | As a high school mathematics teacher, I have observed recurring difficulties among my students in differentiation, often related to linear functions. This study focuses on this obstacle and presents an experimental situation conducted with first-year high school students. Designed by myself, it aims to analyze their difficulties and their interaction with the teacher. The objective is to better understand these learning challenges.

Keywords: Affine function, direction coefficient, derived number, tangent, techniques

I. CONTEXTE DE L'ÉTUDE

Ma curiosité a été suscitée en classe de terminale (élèves de 17 à 18 ans) quand j'ai été confrontée aux multiples difficultés des élèves dans le chapitre dérivation :

- Les élèves ne font pas le lien entre le nombre dérivé et le coefficient directeur ;
- Ils ont de la difficulté à visualiser le concept de tangente en tant que limite des sécantes ;
- Souvent ils ne savent pas calculer le coefficient directeur et faire le tracé de la tangente en un point de la courbe ;
- Pour l'équation $y = ax + b$, certains élèves considèrent à tort que b est un point, notamment le point d'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées ; pour certains, le coefficient directeur(a) est le point d'intersection de la droite avec l'axe des abscisses ;
- Aussi, en calculant le coefficient directeur en un point A d'une courbe, ils prennent souvent le point O (l'origine) comme second point ;
- Quand deux droites ont le même coefficient directeur, ils ne savent pas que ces deux droites sont parallèles ;
- Lors du calcul du coefficient directeur, le signe de ce dernier est en contradiction avec la variation de la courbe.

Ainsi, les difficultés des élèves semblent être reliées à l'objet d'enseignement « fonction affine ». C'est au collège, en troisième (élèves de 14-15 ans) que la fonction affine est introduite. Son enseignement-apprentissage se poursuit en seconde (élèves de 15-16 ans) en s'attardant plus particulièrement à l'équation d'une droite. Par la suite, en première et en terminale (élèves de 16 à 18 ans), l'équation de la tangente est étudiée dans le chapitre dérivation. Ce chapitre repose sur une bonne compréhension de la fonction affine à travers l'étude de la tangente. Motivée par l'observation de ces difficultés que rencontrent les élèves, j'ai souhaité entamer une recherche pour mieux circonscrire cette situation problématique. Pour cela, plusieurs analyses ont été menées : les

* Lycée Alexandre Dumas Alger, Master 2 de Recherche en Didactique des Mathématiques – Algérie –
samialazri@yahoo.fr

programmes et les manuels scolaires en Algérie, des questionnaires destinés aux enseignants pour recueillir leurs observations en classe et des tests soumis à des élèves pour faire état de leurs connaissances. En outre, une situation a été expérimentée dans une classe de première, j'ai ainsi eu accès aux échanges entre le professeur et les élèves autour de la dérivée. Dans ce texte, je vais rapporter l'analyse de l'expérimentation menée autour de cette situation. Ainsi, en prenant en compte la question de la perte de sens dans l'enseignement de la notion de fonction affine, les difficultés rencontrées lors de la transposition des savoirs savants, je me pose les questions suivantes : quelles sont les praxéologies mathématiques pour qu'un professeur puisse faire comprendre, assimiler et s'approprier les notions de fonction affine à ses élèves ? Comment un enseignement qui focalise sur les conversions de différentes représentations sémiotiques permet de rendre les élèves plus compétents et autonomes dans le choix de telle ou telle représentation, pour résoudre une des tâches relatives aux traitements de la fonction affine et quelle tâche doit-on soumettre à l'élève pour qu'il s'approprie cette notion ? Je souhaite repérer, à travers l'analyse de l'expérimentation de la situation, les connaissances dont disposent les élèves des classes de première. L'objectif est de comprendre d'où viennent les difficultés que rencontrent les élèves de première. Ainsi, il faut tenter de comprendre les conditions écologiques mises à disposition dans les classes de première. À savoir, ce qui est enseigné et ce qui pourrait être enseigné. Cela consiste à analyser l'incorporation de l'apprentissage de la fonction affine, en tant que domaine et d'essayer de comprendre l'articulation entre les anciens et les nouveaux savoirs.

II. CADRE THÉORIQUE

La notion de fonction affine revêt toute son importance dans les classes de 1^{re} et terminale lors de l'enseignement et apprentissage de la dérivation. Elle est abordée en classe de seconde avec différentes représentations sémiotiques (Duval, 1988) et on s'attend à ce que les élèves soient habiles à passer d'une représentation à une autre pour répondre à une question. Pour cela, ils doivent bien comprendre les utilités de chaque représentation. Lorsque les élèves sont confrontés à des savoirs étudiés (dans notre cas la notion de fonction affine) pour aborder le chapitre de dérivation, plus précisément les tangentes en un point, ils ont construit des rapports personnels qui dépendent des organisations mathématiques mises en place par l'enseignement par rapport à ces objets. La nécessité d'analyser cette organisation mathématique m'a amené à choisir la théorie anthropologique du didactique (TAD). Ce cadre a été utilisé pour décrire les attentes institutionnelles et elles vont permettre de comprendre et d'analyser les réponses et les connaissances des élèves. La TAD repose sur quatre notions fondamentales. La première est celle d'objet. Dans le cadre de notre mémoire, l'objet est la fonction affine. La deuxième est celle de rapport personnel d'un individu x (l'individu est dans notre cas l'élève) à un objet o , que l'on désigne par le système $R(x, o)$. La troisième est liée à la personne. On obtient ainsi le couple formé par un individu x et le système de ses rapports personnels $R(x, o)$, à un moment donné de l'histoire de x . Bien entendu, au cours du temps, le système des rapports personnels de x évolue : des objets qui n'existaient pas pour lui se mettent à exister ; d'autres cessent d'exister ; pour d'autres, enfin, le rapport personnel de x change. Dans cette évolution, l'invariant est l'individu ; ce qui change est la personne. Lorsqu'un objet o (fonctions affines) existe pour une personne x qui est en position d'élève, on dit encore que x connaît o , le rapport $R(x, o)$ précisant la manière dont x connaît o . On appelle alors univers cognitif de x l'ensemble $U(x) = \{(o, R(x, o)) / R(x, o) \neq \emptyset\}$ (Chevallard 2002, 2003, 2009). Une quatrième notion fondamentale est celle d'institution, que nous limitons à la classe pour notre étude, bien que la notion soit plus large que la seule classe de mathématiques. Une institution I est un dispositif social « total », qui peut certes n'avoir qu'une extension très réduite dans l'espace social mais qui permet – et impose – à ses sujets, c'est-à-dire aux personnes x qui viennent y occuper les différentes positions p offertes dans I , la mise en jeu de manières de faire et de penser propres. En devenant sujet de I en position p , un individu x , qui est toujours déjà une personne dotée

d'un certain univers cognitif $U(x)$, s'assujettit aux rapports institutionnels $R I(p,o)$, qui vont remodeler ses rapports personnels. Si o existe pour les sujets de I en position p , le rapport personnel de x à o , $R(x, o)$, tendra à ressembler au rapport institutionnel $R I(p,o)$, (Chevallard, 2002).

L'étude d'une question en vue de créer ou de recréer une réponse nécessite l'élaboration d'une organisation praxéologique. Cette organisation se note $[T/\tau/\theta/\Theta]$. T désigne un type de tâches, une notion qui suppose un objet précis, t correspond à une tâche relevant d'un type de tâches T . On note τ une technique associée à une tâche t , c'est-à-dire une manière d'accomplir t . $[T/\tau]$ constitue un bloc nommé bloc pratico-technique qu'on peut identifier comme un savoir-faire. θ représente la technologie. Elle a pour première fonction de justifier la technique utilisée en assurant qu'elle permet bien d'accomplir le type de tâches T mais elle sert aussi à expliquer la technique, la rendre intelligible et l'éclairer ou encore à produire d'autres techniques. La théorie Θ joue ces mêmes rôles de justification, d'explication et de production vis-à-vis de la technologie. Le bloc constitue par $[\theta, \Theta]$ se nomme bloc technologico-théorique, et est identifié comme un savoir. Les différents types de tâches attendues des élèves ont été listés à partir des programmes officiels et des manuels pour les classes de 3^e, seconde et première (voir tableau 1) présentant ainsi un portrait des connaissances des élèves à ces trois niveaux.

Tableau 1 – Les tâches repérées dans les programmes officiels et dans des manuels (1^{re}, 2^{de}, 3^e)

Types de tâches en classe de 3 ^e	Types de tâches en classe de 2 ^{de}
T_1 : Déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire ou d'une fonction affine. T_2 : Représenter une fonction linéaire ou une fonction affine. T_3 : Déterminer l'image ou l'antécédent d'un nombre par une fonction affine.	T_1 : Caractériser analytiquement une droite. T_2 : Interpréter graphiquement le coefficient directeur d'une droite T_3 : Tracer une droite dans le plan repéré. T_4 : Reconnaître que deux droites sont parallèles ou sécantes T_5 : Déterminer les coordonnées du point d'intersection de deux droites sécantes.
Types de tâches pour la classe de 1 ^{re}	
T_1 : Déterminer le taux de variation. T_2 : Calculer le nombre dérivé d'une fonction en un point, comme limite du taux de variation notation $f'(a)$. T_3 : Interpréter le nombre dérivé en contexte : pente d'une tangente, vitesse instantanée, coût marginal. T_4 : Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse a . T_5 : Déterminer graphiquement un nombre dérivé par la pente de la tangente T_6 : Construire la tangente en un point à une courbe représentative connaissant le nombre dérivé.	

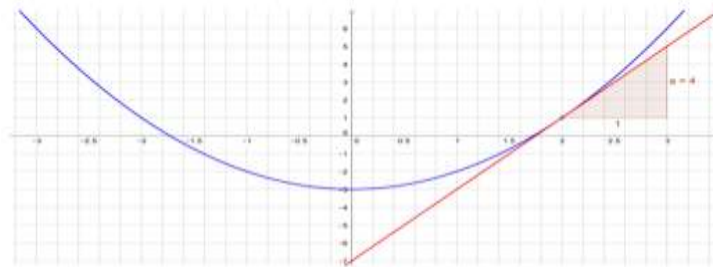
L'organisation mathématique de la classe de première, nous montre l'importance des bases que doivent maîtriser les élèves quant aux notions de la fonction affine et dans les classes antérieures (classe de 3e et de 2de), la notion de la droite dans les plans, afin d'arriver à aborder le chapitre de dérivation.

III. PRÉSENTATION DE LA SITUATION EXPÉRIMENTALE

Une activité a été proposée (figure 1) à une classe de 1^{re} afin de décrire ou d'analyser l'avancement du processus d'apprentissage. Dans cette situation, il est prévu que les connaissances des élèves évoluent grâce à la confrontation entre leurs anciennes et nouvelles connaissances. Quel était le sens construit par les élèves dans les contextes qu'ils ont rencontrés lors de leur apprentissage ? Est-ce qu'ils s peuvent ce sens dans des contextes différents, nouveaux ? Cette situation se penche sur l'équation de la tangente en un point d'une courbe, elle est purement analytique, démunie de modélisation. Nous

avons fait le choix de ne rien expliquer aux élèves, afin d'avoir accès à leurs démarches et leurs difficultés. Nous avons mis un indice sur le graphique, un triangle pour induire la lecture et le traçage du coefficient directeur. Cette activité a été créée par l'auteure de cet article, j'ai pris en considération les difficultés rencontrées par les élèves à qui j'enseigne.

Considérons la fonction $f : x \rightarrow x^2 - 3$. On note C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o; \vec{i}; \vec{j})$.



- 1- Déterminer graphiquement $f'(2)$.
- 2- Construire la tangente (T) à C_f au point d'abscisse -2.
- 3- Détermine, si ils existent, les coordonnées des points de C_f qui admettent une tangente parallèle à la droite d'équation $y = -2x$

Figure 1 – Présentation de la situation expérimentale

Les tâches repérées dans l'activité sont les suivantes :

1. T_G : Déterminer graphiquement $f'(2)$
2. T_C : Construire la tangente (T) à C_f au point d'abscisse -2.
3. T_P : Déterminer les coordonnées d'un point de la courbe qui admettent une tangente parallèle à la droite d'équation $y = -2x$.

Certaines de ces tâches invoquent un seul registre (t_1 : Calculer l'expression algébrique $f'(x)$; t_2 : Résoudre l'équation $f'(x_0) = -2$), d'autres demandent une conversion d'un registre à un autre, entre la représentation graphique et les ostensifs algébriques (t_1 : calculer le nombre dérivé $f'(-2)$). Voici l'analyse de la situation en utilisant le cadre de la TAD :

- 1) T_G : Déterminer graphiquement $f'(2)$

τ : T_1 est la tangente à la courbe C au point $A(2; 1)$, le coefficient directeur a de la droite T est égale au nombre dérivée $f'(2)$. Utiliser un indice de type angle que fait la droite avec l'axe des abscisses ou triangle rectangle des écarts pour trouver a . Avancer dans le sens de l'axe des abscisses et descendre de a . $f'(2) = a$.

τ' : Les points A et B appartiennent à la tangente, la pente de cette tangente est obtenue par :

$$a = \frac{\text{accroissement des ordonnées}}{\text{accroissement des abscisses}} \quad \text{donc} \quad a = \frac{f(x_B) - f(x_A)}{x_B - x_A}.$$

- 2) T_C : Construire la tangente (T) à C_f au point d'abscisse (-2).

- t_1 : Calculer le nombre dérivée $f'(-2)$.

$$\tau_1: \text{Calculer :} \quad * t(h) = \frac{f(-2+h) - f(-2)}{h}. \quad * f'(-2) = \lim_{h \rightarrow 0} t(h).$$

t_2 : Tracer la droite passant par le point C de coordonnées $((-2); 1)$ et de coefficient directeur

$$a = f'(-2).$$

τ_2 : * Placer le point C de coordonnées $((-2); 1)$ sur la courbe, placer le point D en avançant à partir du point C horizontalement d'une unité selon le sens des abscisses et en montant de a unités.

*Tracer la tangente à la courbe passant par les points C et D .

3) T_P : Déterminer les coordonnées d'un point de la courbe qui admettent une tangente parallèle à la droite d'équation $y = -2x$.

t_1 : Calculer l'expression algébrique $f'(x)$.

$$\tau_1: \text{Calculer : } *t(h) = \frac{f(x+h)-f(x)}{h}. \quad *f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} t(h).$$

t_2 : Résoudre l'équation $f'(x_0) = -2$.

$$\tau_2: \text{Calculer } x_0 = -\frac{b}{a}$$

t_3 : Calculer les coordonnées des points de la courbe qui admettent une tangente de coefficient Directeur (-2) .

$$\tau_3: \text{Calculer } f(x_0)$$

IV. ANALYSE DE LA SÉANCE EXPÉRIMENTALE

La situation a été expérimentée dans une classe de 20 élèves d'un niveau hétérogène. La situation a été soumise après avoir abordé le cours sur les notions de dérivée et des tangentes. La séance expérimentale s'est déroulée en quatre temps :

- 1^{er} temps : une activité est proposée aux élèves, ils doivent travailler individuellement. Le professeur passe entre les rangs et leur pose des questions sur la méthode ou la façon de procéder.
- 2^e temps : Le professeur fait un petit rappel sur le cours de seconde (l'équation réduite et l'équation cartésienne)
- 3^e temps : Correction de l'activité.
- 4^e temps : Un test sera proposé à cette classe en classe de terminale après avoir abordé le chapitre de dérivation.

Le professeur avait les mêmes intentions que nous :

Professeur : Selon votre objectif, cette activité ressort l'aspect de la dérivée en un point à travers la figure donnée graphiquement et analytiquement, ensuite ils vont tracer la tangente au point (-2) ; ce qui m'intéresse est de voir, est-ce qu'ils vont s'appuyer seulement sur le graphique ou alors est-ce qu'ils vont vérifier avec le calcul ? et je voudrais qu'à partir de cette activité découle sur une généralisation et ressortir l'équation de la tangente en utilisant bien sûr la fonction affine, sachant que l'équation de la droite est représentée par une droite, et donc une droite ils ont déjà étudié cela en classe de seconde, et nous allons voir aussi comment ils vont procéder pour prouver l'existence d'une tangente particulière.

1. Analyse du 1^{er} temps

Nous utilisons dans cette section P pour professeur et identifions certains élèves par les acronymes L, Sh, Ly et K (certaines copies sont en annexe).

T_G : Déterminer graphiquement $f'(2)$

Il ressort de l'analyse des copies que la majorité des élèves ont su répondre à la question mais la plupart ont dérivé la fonction et ont calculé le nombre dérivé en (2) analytiquement, d'autres l'ont fait graphiquement. On retrouve sur certaines copies les deux méthodes graphique et analytique. L'élève L a effectivement trouvé $f'(2) = 4$ par lecture graphique on retrouve le bon résultat sur sa copie, elle le vérifie en traçant la courbe sur la calculatrice, mais son raisonnement est faux. Nous avons mis un indice, un triangle pour induire les élèves à la lecture pour certains cela a fonctionné ils ont fait une lecture directe, pour d'autres ils ont pris les coordonnées de deux points sur la droite pour calculer le coefficient directeur.

T_C : Construire la tangente (T) à C_f au point d'abscisse (-2)

Dans cette question, on demandait de tracer la tangente à la courbe. Certains élèves n'ont fait aucun calcul, ils ont tracé une tangente passant par le point d'abscisse (2) sans tenir compte de la valeur du coefficient directeur. Pour Sh et Ly, elles ont déterminé l'équation de la tangente et trouve $y = -4x - 7$ pour In, elle calcule ensuite les coordonnées du point (-1) appartenant à la droite et trace la tangente en (-2) à partir de deux points qui sont le point calculé et l'ordonnée à l'origine ; pour Sh le tracé de la tangente s'est fait à partir du point (-2) et du point d'intersection de la tangente avec l'axe des abscisses qu'elle aura calculé. K a calculé $f'(-2)$ pour déterminer l'équation de la tangente, ensuite à partir de cette équation, il a pu déterminer le coefficient directeur, pour tracer la tangente en appliquant la méthode du triangle.

T_P : Déterminer les coordonnées d'un point de la courbe qui admettent une tangente parallèle à la droite d'équation $y = -2x$.

Pratiquement tous les élèves savent que deux droites parallèles ont le même coefficient directeur, mais le mettre en pratique c'est différent. K met $f'(x) = -2$ et il résout l'équation pour déterminer les coordonnées des éventuels points. Sh a d'abord déterminé l'équation de la tangente au point a , elle a trouvé $T_a: y = 2ax - a^2 - 3$ et elle résout l'équation $2a = -2$ puis elle détermine les coordonnées.

2. Analyse du 2^e temps

Le professeur revient à l'activité pour voir si les élèves ont compris le principe, sans hésitation les élèves ont su comment on fait une lecture graphique. Le professeur passe à la deuxième question, la tâche demandée est de construire la tangente (T) à C_f au point d'abscisse (-2). Les techniques proposées par les élèves reviennent à calculer l'équation de la tangente au point (-2) et ils trouvent $y = -4x - 7$. Ayant l'ordonnée à l'origine ils obtiennent les coordonnées du point $A(0; -7)$ et vont résoudre l'équation $y = 0$ pour trouver les coordonnées d'un point $B(x_B; 0)$, un point B appartenant à la tangente ils trouvent $B(-1,75; 0)$. Puis ils vont placer les points A et B sur le graphe et vont tracer la droite en reliant les deux points. On voit que, dans cette question, le moment d'évaluation n'est pas validé puisque les élèves font tout un détour pour le tracé de la tangente en (-2). Le professeur ne relève pas et passe à la troisième question. La tâche demandée pour la 3^e question est de déterminer les coordonnées d'un point de la courbe qui admettent une tangente parallèle à la droite d'équation $y = -2x$. Les techniques abordées par les élèves sont de calculer $f'(x) = 2x$, et de résoudre $2x = -2$. donc $x = -1$, et ils calculent $f(-1) = 2$ pour trouver les coordonnées d'un point à la courbe où sa tangente est parallèle à la droite $y = -2x$ qui est $A(-1; 2)$. Le professeur laisse l'élève finir sa résolution et l'interpelle sur la différence d'une fonction dérivée et la dérivée en un point. En analysant

les copies, on retrouve cette confusion chez certains élèves. L'élève corrige directement sa faute et met $f'(a) = -2$ donc $2a = -2$. Il semble comprendre son erreur et le professeur explique la différence.

L'activité est finie mais le professeur improvise une tâche qui est de tracer les deux droites parallèles, la droite d'équation y et la droite qui lui est parallèle et qui passe par le point de coordonnées $A(-1; 2)$, elle demande à l'élève de la tracer à main levée. Alors l'élève trace un repère orthogonal et trace la droite $y = -2x$. Le professeur lui demande comment il avait procédé pour la tracer. K lui dit que le coefficient directeur valait (-2) donc qu'il avançait de 1 et le coefficient étant négatif il descend de 2, le professeur lui fait rappeler ce qui a été dit précédemment que pour tracer une droite il fallait le coefficient directeur et... ? Ly répond l'ordonnée à l'origine et K répond que l'ordonnée était nul donc la droite passe par l'origine et en même qu'il parle il trace une droite qui passe par l'origine sans tenir compte de la valeur du coefficient directeur. Le professeur le reprend en disant oui le coefficient directeur est censé nous mener d'un point à un autre. K place un point à l'origine du repère et avance de 1 et descend de 2 puis place le 2^e point et relie les deux points par une droite, pour tracer la droite parallèle qui a pour coefficient directeur (-2) et que cette droite passe le point A. La technique utilisée par l'élève est de déterminer l'équation de la tangente à partir de la formule $T_{-2}: y = f'(-2)(x + 2) + f(2)$. Il va trouver l'équation réduite de la droite qui est $y = -2x - 4$; il va ensuite résoudre $y = 0$ et il trouve $x = -2$, il vient de déterminer le deuxième point de la droite $B(-2; 0)$; il place sur le repère les points A et B puis trace la droite qui passe par ces deux points. Les justifications de la technologie sont soit implicites, chacun des élèves étant supposé savoir que deux droites sont parallèles si elles ont le même coefficient directeur, soit par ce qui est dit oralement par le professeur « pour tracer une droite, il nous faut deux éléments nécessaires ».

V. DISCUSSION : ANALYSE DE L'ORGANISATION DIDACTIQUE DE LA SÉANCE DE TRAVAIL

Les connaissances mathématiques visées dans cette activité sont la lecture du coefficient directeur d'une droite ainsi que le traçage d'une droite. Le professeur a créé des conditions pour l'appropriation de ces connaissances, il a aidé les élèves à surmonter certains obstacles (connaissances antérieures) il les a orientés vers la représentation graphique d'une droite et du calcul du coefficient directeur par lecture graphique. Il n'y a pas de moment de première rencontre, car les élèves ont déjà rencontré toutes les tâches soit en classe de Seconde, soit en classe de Première. Le moment exploratoire apparaît principalement lors du rappel du cours de Seconde, en lien avec la constitution de l'environnement technologico-théorique. Les élèves démontrent ainsi que $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$, les techniques étant institutionnalisées par le professeur. Quant au moment de l'environnement technologique, il se manifeste lors de la formulation des équations réduites et cartésiennes.

Les élèves réalisent cette tâche sous la direction du professeur, qui les guide par des questions, tant lors du rappel du cours que pour la troisième question concernant le tracé des droites. L'utilisation de l'environnement technologique permet ici aux élèves d'accéder à une visualisation et une meilleure compréhension des équations et de leur représentation graphique, facilitant ainsi leur appropriation des notions. Le moment de travail s'étend tout au long de la séance, car les élèves élaborent des stratégies pour résoudre le problème posé. Le développement du professeur est crucial dans cette phase : à travers des questions précises, il évalue l'aptitude des élèves à analyser les caractéristiques du problème, à mobiliser leurs connaissances mathématiques pour justifier la propriété visée, et les laisse envisager différentes solutions possibles. Un moment fort d'institutionnalisation se produit lors du rappel du cours, lorsque le professeur inscrit au tableau les réponses justes des élèves. Ce moment permet également de fixer des éléments dans l'organisation mathématique, donnant aux élèves une

compréhension claire de ce qu'ils doivent savoir, par exemple comment passer d'une équation réduite à une équation cartésienne et en déduire la lecture simple du coefficient directeur.

Le moment de l'évaluation apparaît validé pour la première question, mais presque inexistant pour la troisième question relative au tracé des droites. En effet, les élèves n'ont pas tenu compte du rappel du cours de Seconde sur le tracé d'une droite, et ont emprunté un chemin détourné pour la construction des tangentes, montrant ainsi des lacunes dans l'application des techniques enseignées. Les élèves étaient dans leurs topos (les élèves occupaient leur rôle d'apprenants dans la situation didactique ; leur rôle était de chercher, proposer des réponses, expérimenter des solutions), faisant des propositions tout en restant hésitants dans leur institutionnalisation (les élèves formulent des idées, mais ils ont du mal à les transformer en savoirs établis, en connaissances validées et reconnues comme justes). Ils n'étaient pas à l'aise avec certaines techniques vues en Seconde et ont souvent réutilisé des méthodes du collège, révélant une résistance aux nouvelles notions. Le professeur, lui, est resté dans son topos, donnant des indications, corrigeant les erreurs, expliquant les fautes et validant les bonnes réponses. Ce moment alternait entre un travail individuel, où le professeur circulait dans les rangs pour fournir des explications et des guides supplémentaires, et un travail collectif de mise en commun, où il interrogeait et discutait avec les élèves pour confirmer ou infirmer leurs hypothèses.

VI. CONCLUSION

Cette étude sur le processus d'apprentissage met en lumière comment les connaissances des élèves évoluent au fil des situations d'apprentissage, en confrontant leurs anciennes connaissances à de nouvelles. Les techniques apprises au collège, telles que la lecture du coefficient directeur et le tracé d'une tangente, deviennent des automatismes qui entravent l'adoption des méthodes enseignées en Seconde. Il est donc crucial d'identifier les difficultés persistantes liées à ces concepts afin de concevoir des situations d'apprentissage efficaces pour les surmonter.

L'observation expérimentale a révélé que de nombreux élèves éprouvaient des difficultés à lire le nombre dérivé et à tracer une tangente en utilisant les coordonnées d'un point et un coefficient directeur. Bien que le professeur ait fait un rappel utile, les élèves n'ont pas toujours appliqué cette connaissance, ce qui a conduit à une institutionnalisation partielle des concepts. Une résistance notable persiste dans la transition entre le tracé d'une droite à partir de deux points et celui à partir d'un point et d'un coefficient directeur. Cela indique que les techniques enseignées au collège continuent d'influencer leur approche. De plus, un changement de cadre peut représenter un obstacle significatif pour certains élèves. Pour remédier à ces difficultés, il est recommandé d'intégrer plusieurs activités dans le cursus de Seconde, axées sur le tracé de droites à partir de divers contextes. L'analyse des séances expérimentales révèle que la maîtrise du coefficient directeur par les élèves reste incomplète. Même s'ils savent le calculer, ils peinent à établir le lien entre ce coefficient et le tracé de la droite correspondante. Leurs connaissances antérieures semblent freiner cette intégration. Cela soulève la question de la manière dont cette notion devrait être introduite en classe de 3^e. En conclusion, notre étude valide l'hypothèse selon laquelle la compréhension du coefficient directeur pourrait constituer un obstacle à l'apprentissage des fonctions affines. Cette analyse ouvre la voie à de nouvelles recherches sur la transposition didactique des fonctions affines et sur les contrats didactiques nécessaires pour aborder ces notions de manière plus constructive.

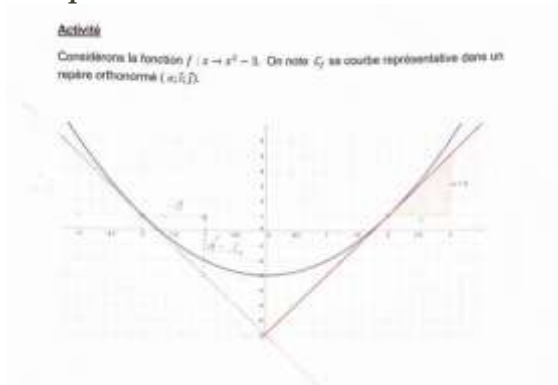
RÉFÉRENCES

- Chevallard, Y. (2002). *Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques*.
http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Approche_anthropologique_rapport_au_savoir.pdf
- Chevallard, Y (2003). *Nouveaux dispositifs didactiques au collège et au lycée : raisons d'être, fonctions et devenir*. IUFM d'Aix Marseille.
http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Nouveaux_dispositifs_didactiques_au_college_et_au_lycee.pdf
- Chevallard, Y. (2009). *Questionnement du curriculum à la lumière de la TAD : la notion d'enquête et l'avenir de l'éducation*.
- Duval, R. (1988). Graphiques et équations : l'articulation de deux registres. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 1, 235-255.

ANNEXE

QUELQUES COPIES DE LA SÉANCE EXPÉRIMENTALE

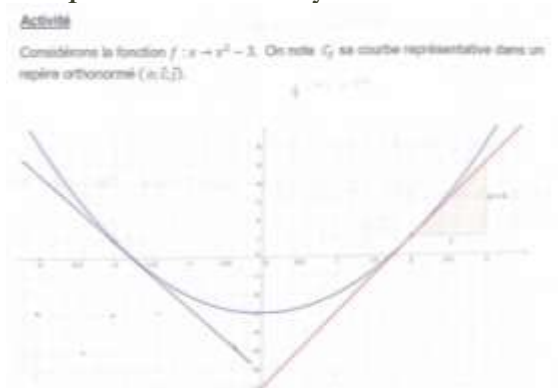
Copie de l'élève de K



1- Déterminer graphiquement $f'(2)$. $f'(2) = 4$
 2- Construire la tangente (T) à C_f au point d'abscisse -2.
 3- Déterminer, si le existent, les coordonnées des points de C_f qui admettent une tangente parallèle à la droite d'équation $y = -2x$.

2. $T_f = f'(x)(x - a) + f(a)$
 $T_y = f'(-2)(x + 2) + f(-2)$
 $T_f = -4(x + 2) + \frac{1}{4}$
 $T_f = -4x - 8 + \frac{1}{4}$
 $T_f = -4x - 7\frac{3}{4}$
 3- $f'(x) = -2$
 $f'(x) = 2x$
 $2x = -2$
 $x = -1$
 $f(-1) = 2$
 pour A(-1, 2) tangente parallèle.

Copie de l'élève de Ly



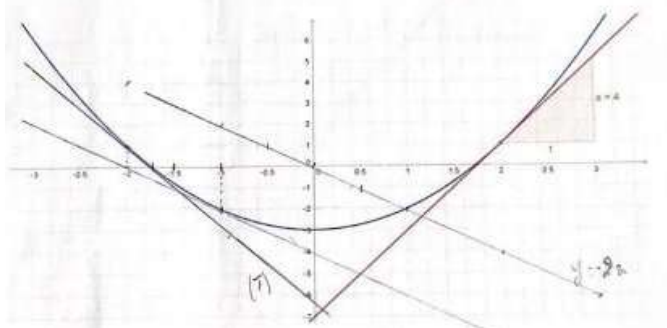
1- Déterminer graphiquement $f'(2)$. $f'(2) = 4$
 2- Construire la tangente (T) à C_f au point d'abscisse -2.
 3- Déterminer, si le existent, les coordonnées des points de C_f qui admettent une tangente parallèle à la droite d'équation $y = -2x$.

2) $y = -2x$
 Tangente parallèle a.d. même coefficient directeur de
 $y = -2x$
 $f'(x) = -2$
 $2x = -2$
 $x = -1$
 $f(-1) = 2$
 3- $2x^2 - 4x + 4 = 0$
 $\Delta = 16 - 4 \cdot 4 = 0$
 cette équation admet 1 solution
 $x_1 = \frac{4 - 0}{2} = 2$
 $x_2 = \frac{4 + 0}{2} = 2$
 2 solutions (si on prend) d'abscisses
 2 et 2.

Copie de l'élève de SH

Activité

Considérons la fonction $f : x \rightarrow x^2 - 3$. On note C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; i; j)$.



Shade 1. $f(x) = x^2 - 3$
 $f'(x) = 2x$
 $f(-2) = 4$

3. $T: y = f'(a)(x-a) + f(a)$
 $f'(a) = 2a$
 $f(a) = a^2 - 3$

$T: y = 2a(x-a) + a^2 - 3$
 $T: y = 2ax - 2a^2 + a^2 - 3$
 $T: y = 2ax - a^2 - 3$
 $T: y = a^2 + 2ax - 3$

La tangente passe par les points $A(-2, 1)$, $B(-1, 2)$, $C(-1, 25; 0)$

si la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = -2x$, alors elles ont le même coefficient directeur.

$2ax = -2x$
 $2a = -2$
 $a = -1$

$f(a) = (-1)^2 - 3$
 $f(a) = 1 - 3$
 $f(a) = -2$

Alors les points qui admettent une tangente parallèle à $y = -2x$ est $A(-1, -2)$.