

MISE À L'ÉPREUVE DE PISTES VISANT À SOUTENIR LES PRATIQUES D'ÉVALUATION FORMATIVE DANS LE CADRE D'UN ENSEIGNEMENT CENTRE SUR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES EN MATHÉMATIQUES

| CHANUDET* MAUD ET FAVIER** STÉPHANE

Résumé | La recherche en cours présentée ici, de type collaboratif avec cinq enseignant·es genevois·es de mathématiques du secondaire I, porte sur un enseignement centré sur la résolution de problèmes et sur les moyens de soutenir l'activité et les apprentissages des élèves associés. Nous cibons en particulier la résolution de problèmes comme objet d'enseignement et d'apprentissage et l'étude des processus de dévolution et d'institutionnalisation dont les recherches ont montré qu'ils étaient sources de difficultés. Dans cette communication, nous nous centrons sur les sources potentielles de régulations de l'activité des élèves mises en œuvre par l'enseignant, et à leurs effets, et ce dans une perspective d'évaluation formative.

Mots-clefs : régulations, résolution de problèmes, pratiques enseignantes, heuristiques, représentation

Abstract | The current research presented here, a collaborative project involving five Geneva secondary I mathematics teachers, focuses on teaching problem solving and on ways of supporting the associated activity and learning of pupils. We focus on problem solving as a teaching and learning object and on the study of devolution and institutionalization processes, which research has shown to be sources of difficulties. In this paper, we look at the potential sources of regulation of student activity, and their effects, from a formative assessment perspective.

Keywords: Regulation, problem solving, teaching practices, heuristics, representation

I. INTRODUCTION

Le travail que nous présentons ici s'inscrit dans le cadre d'un projet de recherche collaborative soutenu par le Fonds national suisse pour la recherche¹, et cible le volet enseignement secondaire de ce projet. De manière globale, cette recherche s'intéresse à la question du soutien à l'activité des élèves et à leurs apprentissages dans le cadre d'un enseignement centré sur la résolution de problèmes en mathématiques, et à l'étude des processus de dévolution et d'institutionnalisation associés.

La résolution de problèmes, en particulier dans sa dimension objet d'enseignement et d'apprentissage (dans la perspective des « problèmes ouverts » (Arsac et Mante, 2007), des activités de recherche et de preuve entre pairs (Georget, 2009) ou encore des problèmes pour apprendre à chercher (Houdement, 2009)), est donc au centre de cette recherche. Si sa place, notamment dans le plan d'études romand qui régit les attentes institutionnelles pour la scolarité obligatoire en Suisse romande, et donc à Genève qui constitue notre terrain d'étude, est explicite dans de nombreux curricula, il n'en demeure pas moins que des freins persistent quant à son implémentation effective en classe de mathématiques (Chanudet, 2019). Des recherches ont notamment identifié des difficultés associées au processus d'institutionnalisation (Allard, 2018 ; Coulange, 2012 ; Margolinas et Laparra, 2011), notamment en résolution de problèmes (Choquet-Pineau, 2014), et, bien que dans une moindre

* Université de Genève – Suisse – maud.chanudet@unige.ch

** Université de Genève – Suisse – stephane.favier@unige.ch

¹ Subside n° 100019_212761, projet « Étude des processus de dévolution et d'institutionnalisation dans le cadre d'un enseignement de la résolution de problèmes en mathématiques. Approche collaborative et élaboration d'une ressource pour les enseignants », de 2023 à 2027, co-requérant·es : Jean-Luc Dorier et Maud Chanudet.

mesure, au processus de dévolution notamment relié au processus de mathématisation c'est-à-dire de « la dévolution du choix des outils qui pourront être utilisés pour avancer dans la résolution des problèmes » (Aldon et al., 2014, p. 146). Un des aspects de notre recherche repose donc sur l'étude de ces processus dans le contexte de l'enseignement de la résolution de problèmes et sur les moyens de les favoriser.

Pour cela, nous collaborons depuis septembre 2023 avec cinq enseignant·es de mathématiques du secondaire I genevois. De manière très synthétique, et pour situer le contexte de cette recherche, après une phase de co-situation (Desgagné, 1997) visant à clarifier les attentes de chaque participant·es et les objets communs visés, nous sommes actuellement dans la phase de coopération. Cela nous amène à préparer collectivement des séances de résolution de problèmes puis à les expérimenter dans certain·es classes des enseignant·es impliqué·es. S'en suivent alors des séances collectives d'analyse a posteriori des expérimentations menées, à l'appui notamment des enregistrements audiovisuels des séances de classes, avec le double objectif d'investiguer nos questions communes et d'élaborer une ressource à destination des enseignant·es du canton en vue de les soutenir dans la mise en œuvre d'un enseignement de/par la résolution de problèmes. Même si elles mériteraient peut-être d'être discutées, nous ne revenons pas plus en détails sur la nature collaborative de cette recherche et la manière dont elle prend forme, car notre intérêt porte ici sur l'étude du rôle joué par les processus de représentation en résolution de problèmes et les heuristiques dans l'activité des élèves.

Le cadre théorique général qui structure cette recherche s'articule donc autour du concept de régulation des apprentissages, qui s'inscrit lui-même plus largement dans le cadre de l'évaluation formative. Nous revenons sur ces repères théoriques dans les parties suivantes.

II. L'ÉVALUATION FORMATIVE ET LE RÔLE DES RÉGULATIONS

À partir de la vision initiale du concept d'évaluation formative, attribué à Scriven (1967) dans le cadre de l'évaluation des programmes de formation, ensuite repris et élargi par Bloom (Bloom et al., 1971 ; Bloom, 1968) au contexte des apprentissages des élèves, de nombreuses recherches ont porté sur cette fonction de l'évaluation et ont permis son évolution. La synthèse établie par Allal et Mottier Lopez (2005) précise en quoi les travaux francophones sur l'évaluation ont permis d'élargir la conception de l'évaluation formative par rapport à celle initiée par Bloom et ses collaborateurs. Elles soulignent notamment que, outre l'intégration de l'évaluation formative dans toutes les situations d'apprentissage, la personne enseignante peut s'appuyer sur différents moyens et outils pour recueillir des informations quant à l'activité, aux difficultés, erreurs ou conceptions des élèves. Par ailleurs, le concept de régulation joue un rôle central dans cette acception plus large de l'évaluation formative. En effet, comme le rappelle Perrenoud,

Entre Piaget et Vygotsky, les approches constructivistes de l'apprentissage et les apports des didactiques des disciplines ont poussé les chercheurs francophones à développer des modèles plus sophistiqués et systémiques de l'enseignement et de l'apprentissage. Ils les ont conduits, depuis près de vingt ans, à placer au centre du champ conceptuel la notion de régulation des processus d'apprentissage (Cardinet, 1986a, 1986b ; Allal, 1988). L'évaluation formative devient une source de régulation. (Perrenoud, 1997, p. 2)

Les régulations interactives qui ont lieu lors des activités quotidiennes d'enseignement et qui se construisent grâce aux interactions de l'élève avec la tâche (Allal, 2020 ; Allal et Mottier Lopez, 2005) semblent particulièrement intéressantes à investiguer. Allal (2020) précise de plus que ces régulations peuvent être associées à différents éléments : la structure de la situation d'apprentissage (tâches proposées aux élèves, choix des valeurs des variables didactiques, articulation des tâches dans le temps, etc.) ; les interactions entre les élèves ; et les interventions de l'enseignant·e dans la situation

d'apprentissage et ses interactions avec les élèves. Allal précise de plus que, dans ce dernier cas, les interventions verbales directes de l'enseignant·e auprès des élèves sont une « puissante source de régulation potentielle des processus d'apprentissage » (Allal, 2007, p. 17). Au-delà du fait de faire passer des tests écrits aux élèves en cours ou en fin du chapitre, il est donc aussi possible de recueillir des informations de façon informelle, lors de discussions en classe (Shavelson et al., 2008), que nous appelons dans la suite *discussions évaluatives*. En lien avec le courant de l'assessment for learning (Earl, 2003), ces discussions évaluatives peuvent ainsi se produire lorsque l'enseignant·e saisit une opportunité, non planifiée, pour recueillir des informations sur « où en est l'élève dans son apprentissage ? » (Ruiz-Primo et Furtak, 2004, p. 2).

Nous nous intéressons donc à ces discussions évaluatives, à ce sur quoi elles portent et à leurs effets sur l'activité des élèves. Pour cela, nous identifions tout particulièrement les éléments en lien avec la représentation mentale que les élèves se font du problème et les heuristiques qui sont suggérées par l'enseignant·e. Cela constitue, selon nous, des pistes intéressantes pour soutenir l'activité et les apprentissages des élèves en résolution de problèmes.

III. LE RÔLE DE LA REPRÉSENTATION EN RÉOLUTION DE PROBLÈMES

Dans le modèle bien connu en quatre étapes de Pólya (1945), la première étape de la résolution d'un problème mathématique est la compréhension du problème. Même si différents chercheurs (Favier, 2022 ; Rott, 2012 ; Schoenfeld, 1985) ont depuis montré que le processus de résolution d'un problème n'est pas aussi linéaire et direct, la compréhension du problème, ou plus précisément la construction d'une bonne représentation mentale de celui-ci, est bien considérée comme une condition nécessaire à sa résolution (Goulet-Lyle et al., 2020).

Traitant des problèmes de transformation d'état (par exemple les tours de Hanoi²), Richard (1990) met en évidence le concept de représentation du problème, défini comme le résultat de l'interprétation du problème, qui comprend l'interprétation de la situation initiale, du but, et des actions permises par le problème. Ce qui semble intéressant pour mieux comprendre l'activité de résolution de problèmes des élèves est la différence qu'il souligne entre espace effectif et espace sémantique : si l'élève interprète correctement les données des problèmes, il évolue dans l'espace effectif, mais si l'espace dans lequel il investit n'est pas basé sur les contraintes réelles du problème, Poitreneau (1998) parle d'espace sémantique. Dans le contexte de la résolution de problèmes mathématiques, Favier et Dorier caractérisent l'espace sémantique comme « *a certain state of the representation that a problem solver constructs for himself of the problem he is solving.* » (2024, p. 410).

Pour aller plus loin, nous nous appuyons sur les travaux de Julo (1995), consacrés aux problèmes mathématiques. Ce dernier identifie deux aspects dans les processus psychologiques impliqués dans une activité complexe telle que la résolution de problèmes : la représentation et l'action. Il souligne en particulier l'importance du premier aspect, la représentation mentale lors de la résolution de problèmes, caractérisée comme le résultat d'une activité mentale impliquant toute une série de processus responsables du traitement de l'information : la sélection et l'interprétation des informations, la structuration et l'opérationnalisation. Dorier et Favier y voient un lien avec la notion d'espace sémantique au sens où il est « *dynamical and evolves according to what the problem solver is doing* » (2024, p. 410). En outre, Julo (1995, 2002) souligne que les difficultés que les élèves rencontrent lors de la résolution de problèmes sont principalement liées à la représentation. Malheureusement, il est généralement plus

² https://fr.wikipedia.org/wiki/Tours_de_Hano%C3%AF pour une explication du jeu.

facile d'aider un·e élève à résoudre un problème en lui fournissant des aides orientées vers l'action que des aides orientées vers la représentation. Nous rejoignons l'hypothèse de Julo selon laquelle aider les élèves sur le processus de représentation est, même si plus difficile, plus efficace et plus pertinent que de leur donner des indications orientées vers des actions.

IV. LES HEURISTIQUES COMME MOYEN DE RELANCER LA RECHERCHE

La vaste revue de la littérature menée par Favier sur le concept d'heuristique (Favier, 2022 ; Favier et Dorier, 2024) à l'appui de la définition de Rott (2014), met l'accent sur ses divers aspects : une opération mentale, une règle générale, une stratégie, une tactique, une connaissance spécifique à la résolution de problèmes ; et sur ses diverses caractéristiques, telles que son utilité, l'absence de garanties quant au fait de trouver la solution, le domaine d'application ou encore sa dimension métacognitive. Ainsi, Favier (2022) a identifié et caractérisé, à partir de la littérature et de ses propres analyses, de nombreuses heuristiques, telles que l'organisation des données et le test d'un cas particulier, la réduction d'un problème à un problème plus simple, le fait de simuler/jouer l'action du problème ou encore de faire le lien avec un outil mathématique (propriété, théorème,...).

L'étude du travail des élèves dans un contexte de classe ordinaire et son analyse en termes d'épisodes (planification, exploration,...) tel que développé par Schoenfeld (1985) vient confirmer les résultats obtenus par ce dernier. Il ressort (Favier, 2022) que les heuristiques sont surtout utilisées dans les épisodes qui sont au cœur de la recherche, et qu'elles mettent fin à un épisode pour en ouvrir un autre de nature différente, correspondant presque toujours aux épisodes de mise en œuvre ou d'exploration. Notre idée n'est pas, comme cela a déjà été testé avec des effets limités sur les performances des élèves (Schoenfeld, 1985), d'enseigner explicitement aux élèves les heuristiques pour elles-mêmes, mais de permettre aux enseignant·es de suggérer, en articulation avec l'activité des élèves, certaines heuristiques qu'ils et elles peuvent utiliser pour tenter d'avancer dans la résolution du problème.

V. QUESTIONS DE RECHERCHE ET MÉTHODOLOGIE

Nous cherchons donc, dans ce étude, à déterminer sur quoi portent les interventions de l'enseignant·e lors de ses discussions évaluatives avec les élèves et quelles régulations ces discussions pourraient entraîner chez les élèves (autrement dit quel est leur potentiel de régulation pour l'activité de l'élève). Cela nous amène à questionner en quoi le recours à des heuristiques et la prise en compte des processus de représentation mobilisés par les élèves peuvent être des moyens pour les enseignant·es de relancer l'activité et la recherche des élèves en résolution de problèmes.

Nous menons pour cela une analyse qualitative de nature compréhensive, centrée sur une étude de cas. En conséquence, cela signifie que nous n'avons pas mené d'étude systématique des interactions entre élèves et enseignant pour l'ensemble des séances observées. Nous avons profité de notre présence dans la classe lors de ces séances, pour identifier un moment clé visant à nous permettre d'investiguer nos questions de recherche.

Pour mener nos analyses, nous nous appuyons sur deux types de données, recueillies lors des expérimentations menées en classe. Ces séances de résolution de problèmes impliquent un premier temps de recherche en individuel, suivi d'un temps de recherche en groupe. Le premier type de données recueillies consiste en des vidéos de séances de résolution de problèmes en classe, ciblant l'activité de l'enseignant·e. Une caméra est donc dédiée au suivi des gestes de l'enseignant·e et à ses discussions évaluatives avec les élèves, qu'ils et elles soient seul·es, en groupe ou que cela concerne tout le groupe classe. Le second type de données cible l'activité des élèves. Pour cela, un·e élève de chaque groupe

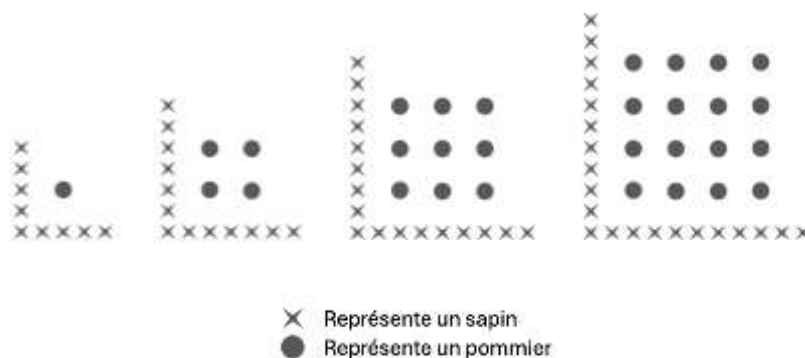
est équipé·e d'une caméra d'action qui permet de suivre l'ensemble de ce qui se dit, de ce que l'élève écrit, efface, montre ou a dans son champ de vision. Cela nous permet notamment aussi de suivre l'activité des élèves après les interventions de l'enseignant·e.

Afin de répondre à nos questions de recherche, nous étudions les discussions évaluatives qui s'établissent entre élèves et enseignant·e, l'utilisation que fait l'enseignant·e de l'information recueillie, et identifions en particulier la place accordée aux représentations mentales et aux heuristiques. Nous nous appuyons pour cela sur la liste d'heuristiques élaborée par Favier (2022).

VI. ANALYSES ET RÉSULTATS

Nous illustrons nos analyses à partir de l'expérimentation du problème « Pommes en carré » dont l'énoncé est présenté ci-après et qui vise à conduire les élèves à mobiliser une démarche de type expérimental (Favier et Chanudet, 2021) :

Un fermier plante des pommiers en carré. Afin de protéger ses arbres contre les vents dominants, il plante des sapins sur deux côtés de sa plantation selon le nombre de rangées de pommiers.



- 1°) Dessiner la plantation avec 5 rangées de pommiers.
- 2°) Combien de sapins faudra-t-il pour protéger de la même manière 100 pommiers ? 900 pommiers ?
- 3°) Le fermier a une autre plantation avec des pommiers plantés en carré mais il ne se souvient plus du nombre de rangées. Comment lui expliquer le nombre de sapins qu'il doit acheter pour les protéger ?
- 4°) Combien de pommiers au maximum peut-on protéger ainsi avec 205 sapins ?

Après avoir décidé collectivement (les cinq enseignant·es impliqués et les deux auteur·es de ce texte) de la formulation de l'énoncé, du choix des questions, des valeurs des variables didactiques, des modalités de travail ainsi que des objectifs des phases de mises en commun, ce problème a été expérimenté par deux enseignant·es participant à la recherche, dans leur classe respective de 9^e (grade 7, élèves de 13 ans). Les élèves ont travaillé pendant 2 périodes consécutives de 45 minutes chacune, un premier temps individuellement puis par groupe de 2, 3 ou 4 élèves.

Nous ciblons ce qui s'est passé dans la classe de Charles, un enseignant expérimenté, avec un groupe de deux élèves, Lena et Téa. Précisons que l'algèbre a été brièvement introduite dans cette classe dans les séances précédant la passation de ce problème, mais que le chapitre traité durant la période au cours de laquelle s'est déroulée l'expérimentation traitait d'autres notions mathématiques.

Nous présentons en annexe (Annexe 1) une transcription d'un extrait de discussion évaluative entre Charles et le groupe de Lena et Téo pour illustrer nos analyses.

Les deux élèves, à l'instar de nombre d'élèves de la classe, semblent se construire une représentation du problème associée à un certain schéma de problème au sens de Julo (1995) (ceux relevant de la proportionnalité). Les élèves ne semblent toutefois pas conscient·es de leur recours à ce modèle mathématique, et presque aucun·e n'interroge la pertinence de recourir à ce modèle au vu de la situation étudiée. Charles, l'enseignant identifie l'heuristique à laquelle les élèves se réfèrent, à savoir « faire le lien avec un outil mathématique (la proportionnalité) ». Pour les conduire à la rejeter, il recourt à une autre heuristique « explorer des cas particuliers » qui met, selon lui, en défaut leur procédure. Dans un premier temps, il exploite la propriété multiplicative de la linéarité entre 1 et 4 (L6-L10). Il choisit ensuite de s'appuyer sur le coefficient de proportionnalité entre les deux grandeurs (nombre de pommiers et nombre de sapins) : si la situation est proportionnelle, alors comme pour passer de 1 pommier à 9 sapins on multiplie par 9, alors il doit en être de même pour passer de 4 pommiers à 13 sapins, or cela ne fonctionne pas (L23-L27). Charles s'appuie, de manière implicite, sur la contraposée de la proposition suivante : si une situation est proportionnelle alors les propriétés de la proportionnalité s'appliquent. Dans cet échange, il montre aux élèves à deux reprises que les propriétés de la proportionnalité ne s'appliquent pas sur les nombres donnés dans l'énoncé mais la conclusion de son raisonnement (L27) ne précise pas que cette situation n'est pas proportionnelle. Cela semble produire un malentendu entre l'enseignant et les élèves pour lesquelles l'erreur concernerait leurs calculs et non la remise en question du caractère proportionnel de la situation. Ainsi, les élèves ne semblent pas considérer cet exemple comme un contre-exemple mettant en défaut leur procédure. Elles soulignent que leur méthode est différente puisqu'elle ne s'appuie pas sur la mise en correspondance des mêmes duos de nombres. En effet, elles utilisent une relation entre les nombres de pommiers (pour passer de 1 à 100 pommiers on fait fois 100), qui va être ensuite appliquée au nombre de sapins (donc pour avoir le nombre de sapins correspondant à 100 pommiers, on multiplie le nombre de sapins nécessaires pour protéger 1 pommier par 100). Elles se réfèrent donc à une autre propriété de la proportionnalité, celle de la linéarité multiplicative, ce qui semble pouvoir expliquer qu'elles ne sont pas convaincues par le contre-exemple mis en avant par l'enseignant. La suite des enregistrements vidéo montre que ces deux élèves réitèrent ce raisonnement à l'appui de la propriété de linéarité multiplicative, sans sembler comprendre pourquoi cela ne fonctionne pas non plus. Elles restent, tout au long de leur recherche, dans le même espace sémantique.

Pour déclencher le doute sur le caractère non proportionnel de cette situation, une autre source potentielle de régulation serait de s'appuyer sur l'illustration qu'un raisonnement identique au leur, mais basé sur deux autres relations entre deux valeurs de pommiers, conduit à des résultats différents. Par exemple, pour protéger 4 pommiers il faut 13 sapins, et comme pour passer de 4 à 100 pommiers, on multiplie par 25, alors pour protéger 100 pommiers il faudrait 13 fois 25 sapins. Par ailleurs, le même raisonnement mené sur le passage de 1 à 100 pommiers conduit à 900 sapins.

Du point de vue des processus impliqués dans l'activité de résolution de problèmes, il apparaît que la proportionnalité est à la fois un moyen d'action, permettant de trouver une valeur qui ne peut pas être obtenue par dénombrement, mais aussi une manière de se représenter le problème, avec l'idée d'une forme de croissance régulière. Les deux volets, action et représentation, mis en avant par Julo (1995) dans les processus de résolution de problèmes, semblent ici articulés l'un à l'autre. D'ailleurs, dans cette situation, le volet représentation semble prendre le pas sur le volet action dans la mesure où, tant que cette représentation subsiste, l'espace sémantique au sein duquel les élèves évoluent ne s'élargit pas, et qu'ils et elles se limitent à mobiliser cet outil. Cela illustre l'idée de Julo selon laquelle une intervention sur le volet représentation est à privilégier. Néanmoins, la question demeure de savoir

comment l'enseignant peut amener les élèves à réguler ces deux dimensions impliquées dans leur démarche de résolution.

VII. CONCLUSION

Au vu de nos analyses dans les deux classes dans lesquelles ce problème a été proposé, la proportionnalité apparaît clairement comme la méthode privilégiée par les élèves pour le résoudre. En effet, la quasi-totalité des élèves a eu recours, a minima dans un premier temps, à des procédures basées sur l'application du modèle proportionnel. Dans la deuxième classe pourtant, un travail consistant avait été proposé aux élèves sur ce concept, avec la confrontation à des situations non proportionnelles et des discussions portant sur la pertinence de se référer à ce modèle. Mais cela ne semble pas avoir suffi pour que les élèves se questionnent d'eux et d'elles-mêmes lors de leur application en vue de la résolution d'un problème, en dehors du chapitre associé. Une question que se pose alors est de savoir si les élèves l'utilisent consciemment. En effet, nous n'avons identifié que deux groupes d'élèves sur l'ensemble des deux classes qui ont explicitement verbalisé y recourir, au moment de leur mise en défaut.

Les régulations proposées par l'enseignant dans le groupe étudié montrent que celles-ci ont davantage porté sur le volet action des processus impliqués lors de la résolution de problèmes que sur le volet représentation. En effet, l'enseignant a cherché à amener les élèves à invalider leur recours à la proportionnalité sur la base de l'étude de cas particuliers et de contre-exemples, mais sans revenir explicitement sur leur représentation du problème. Il apparaît ainsi que les régulations proposées par l'enseignant n'ont eu que peu d'effet sur les processus de résolution de problèmes erronés mis en œuvre par les élèves, et que leurs représentations mentales liées au problème ne semblent pas avoir changé. Pourtant, c'est bien sur cette dimension qu'il nous semble nécessaire d'intervenir, lors des discussions évaluatives avec les élèves, en ciblant leurs représentations mentales afin de permettre une remise en question des procédures erronées. Par ailleurs, sur le problème étudié ici, des difficultés liées aux différents types de variables en jeu (confusion entre le nombre total de pommiers et le nombre de rangées, et entre le nombre total de sapins et le nombre de sapins par côté) sont apparues. Nous faisons l'hypothèse qu'une intervention de l'enseignant en collectif et portant sur la structure de la situation d'apprentissage (la proposition d'un travail direct sur le nombre de rangées de pommiers plutôt que le nombre de pommiers au total) aurait pu faciliter la recherche des élèves.

VIII. PERSPECTIVES

Il nous semble intéressant de proposer à nouveau ce problème, avec une formulation modifiée, ne faisant intervenir explicitement que le nombre de pommiers et non plus aussi le nombre de rangées, afin de voir l'effet possible sur les représentations et sur les stratégies de résolution mobilisées par les élèves, et notamment sur le recours à la proportionnalité. C'est ce qui va être fait prochainement dans d'autres classes et qui donnera lieu à de nouvelles analyses complémentaires.

Enfin, les difficultés rencontrées face à ce problème par les élèves de ces deux classes nous amènent à faire l'hypothèse que la recherche d'un pattern, d'une régularité dans un schéma n'est pas simple pour les élèves. Elle constitue une sorte de savoir transparent qui pourrait faire l'objet d'un travail et d'un apprentissage en lien avec le processus de recherche de similitudes et de différences identifié par Jeannotte (2015). La nature de la recherche menée ici, à savoir collaborative avec des enseignant·es, nous semble être un contexte favorable pour investiguer en profondeur ces questions.

RÉFÉRENCES

- Aldon, G., Durand-Guerrier, V. et Ray, B. (2014). Des problèmes pour favoriser la dévolution du processus de mathématisation. Un exemple en théorie des nombres et une fiction réaliste. Dans G. Aldon (dir.), *Actes de la 66e CIEAEM "Mathematics and realities"* (p. 146-150).
<https://www.researchgate.net/publication/273461308>
- Allal, L. (1988). Vers un élargissement de la pédagogie de maîtrise : processus de régulation interactive, rétroactive et proactive. Dans M. Huberman (dir.), *Assurer la réussite des apprentissages scolaires. Les propositions de la pédagogie de maîtrise* (p. 86-126). Delachaux et Niestlé.
- Allal, L. (2007). Régulations des apprentissages : orientations conceptuelles pour la recherche et la pratique en éducation. Dans L. Allal et L. Mottier Lopez (dir.), *Régulation des apprentissages en situation scolaire et en formation* (p. 7-23). De Boeck.
- Allal, L. (2020). Assessment and the co-regulation of learning in the classroom. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, 27(4), 332-349. <https://doi.org/10.1080/0969594X.2019.1609411>
- Allal, L. et Mottier Lopez, L. (2005). L'évaluation formative de l'apprentissage : revue de publications en langue française. Dans *L'évaluation formative : pour un meilleur apprentissage dans les classes secondaires* (p. 265-290). OCDE. https://www.oecd.org/content/dam/oecd/fr/publications/reports/2005/01/formative-assessment_g1gh4c28/9789264007420-fr.pdf
- Allard, C. (2018). Étude du processus d'institutionnalisation dans les pratiques effectives en fin d'école primaire : Le cas de l'enseignement des fractions. Dans J. Pilet et C. Vendeira (dir.), *Actes du séminaire de didactique des mathématiques de l'ARDM* (p. 192-209). IREM de Paris.
- Arsac, G. et Mante, M. (2007). *Les pratiques du problème ouvert*. Scéren.
- Bloom, B. S., Hastings, J. T. et Madaus, G. (1971). *Handbook on formative and summative evaluation of student learning*. Mc Graw-Hill. <http://eric.ed.gov/?id=ED049304>
- Bloom, B.-S. (1968). Learning for mastery. *Evaluation Comment*, 1(2), 1-12.
- Cardinet, J. (1986a). *Pour apprécier le travail des élèves*. De Boeck.
- Cardinet, J. (1986b). *Évaluation scolaire et pratique*. De Boeck.
- Chanudet, M. (2019). *Étude des pratiques évaluatives des enseignants dans le cadre d'un enseignement centré sur la résolution de problèmes en mathématiques* [Thèse de doctorat, Université de Genève]. Archive ouverte UNIGE. <https://doi.org/10.13097/archive-ouverte/unige:125833>
- Choquet-Pineau, C. (2014). *Une caractérisation des pratiques de professeurs des écoles lors de séances de mathématiques dédiées à l'étude de problèmes ouverts au cycle 3* [Thèse de doctorat, Université de Nantes]. HAL theses. <https://theses.hal.science/tel-01185671/file/CHOQUET%20Christine%20Th%C3%A8se%20oct2014.pdf>
- Coulange, L. (2012). *L'ordinaire dans l'enseignement des mathématiques. Les pratiques enseignantes et leurs effets sur les apprentissages des élèves* [Habilitation à diriger des recherches, Université Paris-Diderot]. HAL theses. <https://theses.hal.science/tel-00801863v1>
- Desgagné, S. (1997). Le concept de recherche collaborative : L'idée d'un rapprochement entre chercheurs universitaires et praticiens enseignants. *Revue des sciences de l'éducation*, 23(2), 371-393.
<https://doi.org/10.7202/031921ar>

- Earl, L. M. (2003). *Assessment as learning: Using classroom assessment to maximize student learning*. Corwin Press.
- Favier, S. (2022). *Étude des processus de résolution de problèmes par essais et ajustements en classe de mathématiques à Genève* [Thèse de doctorat, Université de Genève]. Archive ouverte UNIGE. <https://archive-ouverte.unige.ch/unige:159466>
- Favier, S. et Chanudet, M. (2021). Les modes de raisonnement et de preuve comme apprentissages possibles de la résolution de problèmes en mathématiques. Dans *Acte du XXVII^e Colloque CORFEM pour les professeurs et formateurs de mathématiques, 15-17 juin 2021, Grenoble* (p. 50-63).
- Favier, S. et Dorier, J.-L. (2024). Heuristics and semantic spaces for the analysis of students' work in mathematical problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 115, 407-431. <https://doi.org/10.1007/s10649-023-10297-y>
- Georget, J.-P. (2009). *Activités de recherche et de preuve entre pairs à l'école élémentaire : Perspectives ouvertes par les communautés de pratique d'enseignants* [Thèse de doctorat, Université Paris Diderot]. HAL theses. <https://theses.hal.science/tel-00426603v1>
- Goulet-Lyle, M.-P., Voyer, D. et Verschaffel, L. (2020). How does imposing a step-by-step solution method impact students' approach to mathematical word problem solving? *ZDM*, 52, 139-149. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01098-w>
- Houdement, C. (2009). Une place pour les problèmes pour chercher. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 14, 31-59.
- Jeannotte, D. (2015). *Raisonnement mathématique : proposition d'un modèle conceptuel pour l'apprentissage et l'enseignement au primaire et au secondaire* [Thèse de doctorat, Université du Québec à Montréal]. Archipel. <https://archipel.uqam.ca/8129/>
- Julo, J. (1995). *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques : un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement*. Presses universitaires de Rennes.
- Julo, J. (2002). Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ? *Grand N*, (69), 31-52.
- Margolinas, C. et Laparra, M. (2011). Des savoirs transparents dans le travail des professeurs à l'école primaire. Dans J.-Y. Rochex et Y. Crinon (dir.), *La construction des inégalités scolaires* (p. 19-32). Presses universitaires de Rennes
- Perrenoud, P. (1997). *De l'évaluation formative à la régulation maîtrisée des processus d'apprentissage. Vers un élargissement du champ conceptuel*. http://www.unige.ch/fapse/SSE/teachers/perrenoud/php_main/php_1997/1997_11.html
- Poitrenaud, S. (1998). *La représentation des procédures chez l'opérateur. Description et mise en œuvre des savoir-faire* [Thèse de doctorat inédite]. Université de Paris 8.
- Pólya, G. (1945). *How to solve It*. Princeton University Press.
- Richard, J.-F. (1990). *Les activités mentales*. Armand Colin.
- Rott, B. (2012). Models of the problem solving process. A discussion referring to the processes of fifth graders. Dans T. Bergqvist (dir.), *Proceedings of the 13th ProMath conference "Problem solving in the mathematics education: Learning problem solving and learning through problem solving", 2-4 septembre 2011, Umeå, Suède* (p. 95-109). Umeå Mathematic Education Centre.

- Rott, B. (2014). Rethinking heuristics: Characterizations and examples. Dans A. Ambrus et E. Vasarhelyi (dir.), *Proceedings of the 15th ProMath Conference "Problem solving in mathematics education"*, 30 août-1er septembre 2013, Eger, Budapest (p. 176-192). Eötvös Loránd University, Mathematics Teaching and Education Center.
- Ruiz-Primo, M. A. et Furtak, E. M. (2004, août). *Informal formative assessment of students' understanding of scientific inquiry* [Rapport] (CSE n° 639). <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED483406.pdf>
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press Inc.
- Scriven, M. (1967). The methodology of evaluation. Dans R. Mills Gagné, R. W. Tyler et M. Scriven (dir.), *Perspectives of curriculum evaluation* (p. 39-83). Rand Mc Nally.
- Shavelson, R. J., Young, D. B., Ayala, C. C., Brandon, P. R., Furtak, E. M., Ruiz-Primo, M. A., Tomita, M. K. et Yin, Y. (2008). On the role and impact of formative assessment on science inquiry teaching and learning. *Applied Measurement in Education*, 21(4), 295-314.

ANNEXE 1

TRANSCRIPTION D'UN ÉCHANGE ENTRE ÉLÈVES ET ENSEIGNANT

L1	Lena	Moi je pense que 100 et 1, c'est un peu la même chose parce que 100 sans les 0 c'est 1.
L2	Ens	Ouais.
L3	Téa	Non monsieur, moi j'ai une autre explication.
L4	Ens	Attends, laisse-la expliquer.
L5	Lena	1 fois 100 pour arriver à 100, il faut faire 9 fois 100 pour avoir les sapins, donc 900.
L6	Ens	Ok. Pour aller de 1 à 4 tu dois faire combien ?
L7	Téa	Fois...
L8	Ens	Fois 4. Et 9 fois 4, ça fait ?
L9	Téa	36.
L10	Ens	Est ce qu'on a 36 ici (<i>montre le dessin du cas 4 pommiers, avec 13 sapins</i>) ?
L11	Téa	Non. Tu vois (<i>à Lena</i>), je te l'avais dit. Regardez mon hypothèse, je disais là tu as 1 (<i>montre le cas 1 pommier</i>) fois combien ça fait 100 ? Voilà déjà là t'as un truc qui nous facilite (<i>montre le cas 9 pommiers</i>) parce que t'as 9 du coup 9*100 ça fait 900 et ici tu dois faire juste la même chose et du coup vu que ça fait 900 (<i>montre toujours le cas 9 pommiers</i>) ici ça va faire 1700 (<i>montre le 17 écrit au niveau des sapins du cas 9 pommiers</i>).
L12	Ens	Mais alors cela devrait marcher pour tout. C'est la même chose que ce que dit Lena, c'est de la proportionnalité.
L13	Téa	Ben oui.
L14	Lena	En fait moi ce que j'ai dit c'est pour la 1e question, elle, elle a dit pour la 2e question.
L15	Ens	Oui j'ai bien compris, mais déjà j'aimerais avoir la réponse pour la première question.
L16	Téa	900 sapins. (...)
L17	Ens	Mais tu imagines 900 ?
L18	Téa	Parce que pour 1 (<i>montre le dessin du cas 1 pommier</i>)...
L19	Ens	Ça j'ai compris.
L20	Téa	Et pour 9 (<i>montre les sapins pour le cas 9 pommiers</i>), ça fois 100 c'est 900.
L21	Ens	Toi tu dis, c'est fois 9 en fait ?
L22	Téa	Non c'est fois 100.

L23	Ens	Non mais tu dis pour passer de là (<i>nombre de pommiers sur le cas 1 pommier</i>) à là (<i>nombre de sapins sur le cas 1 pommier</i>) il y en a 9 fois plus donc je ferai 100 fois 9.
L24	Téa	Oui.
L25	Ens	Ok. Est-ce que là (<i>montre le dessin du cas 4 pommiers</i>) pour passer de 4 à 13 j'ai fait fois 9 ?
L26	Téa	Humm.
L27	Ens	Tu es d'accord que ça ne marche pas ?
L28	Téa	Non parce que là vous dites quelque chose d'autre.
L29	Ens	Ah non je dis comme toi, c'est toi qui me l'as dit.
L30	Lena	Non elle a dit de là (<i>montre le cas 1 pommier</i>), pas de là (<i>montre le dessin du cas 4 pommiers</i>).
L31	Ens	Oui mais il faut que ça marche pour tous les cas votre méthode.
L32	Téa et Lena	Non !
L33	Ens	On ne peut pas avoir une méthode qui marche là, qui ne marche pas là, qui ne marche pas là et qui remarche là.
L34	Téa	Ça c'est un nombre, ça c'est un autre, ça c'est différent (<i>elle montre successivement les dessins globaux des cas 1, 4, 9 pommiers</i>). Donc une méthode c'est quelque chose qui est différent là, qui est différent là (<i>elle remontre successivement les dessins globaux des cas 1, 4, 9 pommiers</i>).
L35	Ens	Ah non, nous on veut une méthode qui marche pour tous les cas. Donc réfléchissez à ça.