L'HEXAGONE : UN OBJET D'EXPLORATION POUR CONCEVOIR DES JEUX DE TÂCHES À L'INTENTION DES ÉLÈVES DE L'ENSEIGNEMENT SPÉCIALISÉ

| VENDEIRA* CÉLINE, CANGE** CHRISTIAN, CONNE*** FRANÇOIS, FAVRE**** JEAN-MICHEL ET MONOD***** JEAN-DANIEL

Résumé | Dans ce texte, nous présentons le dispositif créé par le groupe ddmes (didactique des mathématiques dans l'enseignement spécialisé) pour aménager des expériences mathématiques aux élèves de l'enseignement spécialisé. L'objectif est de décrire les trois moments-clés du dispositif que sont : l'exploration d'un milieu, le jeu des tâches auprès des élèves et la narration, en nous appuyant sur des extraits de séances liés à une investigation en cours portant sur l'objet « hexagone[1] ».

Mots-clés : géométrie, enseignement spécialisé, exploration du milieu, jeu de tâches, narration

Abstract | In this text, we present the system developed by the ddmes group (didactics of mathematics in special education) to provide special education students with mathematical experiences. The aim is to describe the three key moments of the system: exploration of the "milieu", task play and narration, based on classroom sessions on the "hexagon" object.

Keywords: Geometry, special education, exploration of the "milieu", task play, narration

I. INTRODUCTION

L'une des questions que se pose le groupe ddmes, et qui semble récurrente dans le contexte de l'enseignement spécialisé (Es), est de savoir comment faire vivre des expériences quelque peu substantielles à propos d'objets mathématiques que les élèves de l'ES n'ont généralement pas l'occasion de rencontrer en classe. Nous considérons que le dispositif de jeu de tâches, fruit des recherches du groupe ddmes, en est une réponse possible notamment par l'intérêt qu'il présente à faire durer les échanges. Il s'agit d'un mode d'interaction original destiné prioritairement aux élèves de l'Es. Le jeu de tâches fonctionne sur la base d'un processus en trois temps : exploration du milieu - jeu de tâches avec des élèves - narration, qui se répète et s'enrichit au fur et à mesure de son développement (Favre et Vendeira, 2024). Pour être mené à bien, ce processus nécessite d'être porté par un groupe dont, idéalement, un ou deux membres bénéficient d'une formation mathématique approfondie (ce qui est généralement difficile à dénicher dans le contexte de l'Es). Ses membres officient dans chaque temps comme interlocuteur de celui qui explore, qui joue et de celui qui narre. Et ce, pour que l'exploration, le jeu effectif et la narration puissent tour à tour, c'est-à-dire sous forme de boucles récursives, se nourrir des interprétations et des réflexions des autres et que le processus s'en trouve ainsi à la fois étayé, relancé et donc dynamisé. Nous profitons de l'occasion qui nous est offerte dans le cadre du colloque emf 2025 pour décrire le dispositif du jeu de tâches conçu sur la base d'un objet mathématique spécifique : l'hexagone. À cet effet, nous avons mené deux séances en classe avec des élèves et une

* Groupe ddmes - Université de Genève – Suisse – celine.marechal@unige.ch

** Groupe ddmes – Suisse – cangechristian67@gmail.com

*** Groupe ddmes – Suisse – francois.conne@sefanet.ch

**** Groupe ddmes – CFPS du Château de Seedorf – Suisse – jmfavre@cfps-seedorf.ch

***** Groupe ddmes – Suisse – jean-daniel.monod@bluewin.ch

[1] Dans l'ensemble du texte, nous utilisons par confort le substantif « hexagone » pour désigner l'hexagone régulier.

enseignante d'une institution spécialisée vaudoise que nous remercions ici chaleureusement de s'être laissé prêter à nos jeux.

II. LE CONTEXTE DE L'ENSEIGNEMENT SPÉCIALISÉ

Il s'avère toujours malaisé de décrire un peu précisément en quoi consiste le contexte de l'Es et surtout en quoi il diffère d'un contexte d'enseignement ordinaire (Eo). Nous avons tenté à maintes reprises de le faire et de différentes manières (Conne et al., 2003) sans jamais vraiment parvenir à convaincre : on nous objecte quasiment à chaque fois qu'à nous entendre ou à nous lire le contexte de l'Es ne serait finalement pas si différent de celui de l'Eo. Et pourtant, à notre arrivée dans cette classe que nous ne connaissions pas, deux éléments caractéristiques de l'Es sont immédiatement venus confirmer que nous nous trouvions bel et bien dans ce contexte : le premier concerne les échanges que nous avons eus avec l'enseignante avant la séance et le second se rapporte à l'entrée des élèves dans la classe.

1. *Les échanges préalables avec l'enseignante*

L'enseignante nous dit qu'elle se réjouit de voir comment cela va se passer : « les élèves de cette classe disent souvent que ce qui leur est proposé est nul et que cela ne leur sert à rien ». Elle dit aussi qu'ils sont souvent absents, en raison des stages et des thérapies. Pour les maths, elle essaie de leur faire faire des choses qui leur seront utiles par la suite en s'appuyant sur des maths du quotidien. Elle profite ainsi des courses qu'ils doivent effectuer en utilisant les tickets de caisse pour leur faire faire des calculs. Elle leur a aussi demandé de réaliser diverses mesures dans leur salle de classe. (Extrait de la narration Jmf du 15.05.2024)

Dans l'Es, en l'absence d'un programme établi pour les classes de fin de scolarité désignant les savoirs à enseigner et de méthodologies qui indiquent comment s'y prendre pour le faire, c'est à l'enseignant qu'est dévolu cette part importante du processus de transposition didactique. Il est ainsi fréquent que l'enseignant propose aux élèves des mathématiques à vocation utilitaire, selon les représentations qu'il se fait des mathématiques dont tout un chacun est supposé faire usage au quotidien ou dont les élèves auront besoin plus tard dans le cadre de leur formation professionnelle (Favre, 2015). Cette invocation de l'utilité des mathématiques a pour intention, souvent vaine, d'en justifier l'importance, voire de conforter la nécessité de leur apprentissage auprès des élèves.

2. *L'entrée des élèves en classe*

Vers 10 h 30, trois élèves arrivent l'un après l'autre dans la classe : chacun s'installe à une table différente, l'un en laissant tomber ses bras et sa tête sur la table, l'autre en prenant un livre de mangas posé à côté d'un ordinateur, le troisième en s'appuyant sur le dossier de sa chaise. C'est un peu comme si nous n'existions pas et nous avons besoin de nous approcher pour entrer en contact avec eux en leur tendant la main pour les saluer. (Extrait de la narration Jmf du 15.05.2024)

À l'arrivée des trois élèves, impossible de se dire que l'on se trouve dans une classe de l'Eo : déjà parce qu'ils ne sont que trois en tout et pour tout, et ensuite parce qu'ils n'entrent pas du tout spontanément en interaction avec nous. Ce qui fait qu'immédiatement nous nous demandons bien, sans autre connaissance des raisons qui font qu'ils se retrouvent dans cette classe, comment nous allons pouvoir les amener à s'engager dans ce que nous avons prévu de leur faire faire.

III. LES MOMENTS-CLÉS DU DISPOSITIF

En préambule, il importe de préciser que si, au départ, c'est à la suite de l'exploration du milieu que le jeu de tâches prend forme, ces trois moments-clés peuvent s'articuler autrement par la suite. Nous considérons par exemple que la phase d'exploration du milieu se poursuit lors des interactions enseignants-élèves. Ces différents moments-clés du dispositif se distinguent donc surtout par leur but et non par leur temporalité.

L'ordre choisi pour les présenter dans ce texte vise essentiellement la compréhension du lecteur.

1. *L'exploration du milieu*

La conception d'un jeu de tâches débute par une phase d'« exploration du milieu » (Favre, 2008) qui se réalise à partir d'un objet mathématique spécifique, d'un matériel didactique ou encore d'une activité tirée d'un manuel scolaire. Cette phase vise à explorer, de manière approfondie, soit l'objet mathématique à partir de ses multiples manifestations empiriques, soit le matériel, soit l'activité du manuel, en le/la manipulant, le/la représentant, le/la décomposant, le/la transformant, etc., et en nous intéressant tout particulièrement aux propriétés et relations mathématiques que cette exploration nous révèle, aux surprises qu'elle nous occasionne et aux diverses tâches qu'elle nous conduit à imaginer.

Dans le cas de l'hexagone, c'est l'un des membres du groupe ddmes qui a initié cette exploration, piqué de curiosité par l'observation d'une vidéo montrant deux élèves de l'Es qui ne faisaient pas de distinction entre deux plaques Polydron[2] de forme pentagonale et hexagonale : il avait alors suffi de leur demander d'enchâsser des plaques en forme de triangle équilatéral sur chaque côté du pentagone et de l'hexagone pour que les assemblages ainsi créés - des étoiles - leur permettent de ne plus les confondre. L'exploration a permis de faire émerger plusieurs propriétés mathématiques de l'hexagone, mais aussi de nombreuses relations que l'hexagone entretient avec d'autres formes (cf. Annexe 1 pour un exemple des relations entre l'hexagone régulier et le triangle équilatéral). Elle a provoqué des surprises et permis d'imaginer un grand nombre de tâches. Notre collègue nous a ensuite invités à en réaliser quelques-unes lors de deux séances du groupe afin de nous enrôler à notre tour dans ce travail exploratoire. De là, des listes de tâches ont pu être constituées pour être ensuite jouées auprès des élèves en classe.

2. *La narration*

Au terme de chaque séance que nous menons avec des élèves de l'enseignement spécialisé, nous nous employons à en faire le récit selon les souvenirs que nous en avons conservés et sur la base des productions des élèves et du meneur de jeu que nous avons collectées. Nous avons appelé « narration » cette reconstruction dans l'après-coup des interactions qui y ont eu lieu (Favre et al., 2012, 2019). Il est évidemment important que cette narration puisse se faire à chaud, soit peu après la séance, afin que nous puissions y rapporter des événements particuliers que nous avons observés, des surprises qui nous ont été occasionnées et conserver la mémoire du déroulement général du jeu. C'est cette narration que nous employons ensuite comme support pour relater, de façon orale en général, aux membres du groupe qui n'étaient pas présents dans la classe, ce qui s'y est passé.

3. *Le jeu des tâches auprès des élèves*

Avant d'entrer dans le vif des séances, il nous importe de rappeler qu'une des idées fondamentales qui préside au jeu de tâches rompt avec la logique habituelle de l'enseignement des mathématiques quand l'enseignant cherche à donner aux élèves la responsabilité d'accomplir quelque tâche en vue de lui faire rencontrer un problème relatif à l'enseignement d'un savoir spécifique et dont il sait très bien lui-même comment s'y prendre pour le résoudre.

[2] Il s'agit d'un jeu de construction géométrique éducatif à partir de plaquettes 2D de différentes formes (triangle, carré, rectangle, pentagone, hexagone, etc.) qui une fois clipsées produisent des constructions en 3D.

Dans un jeu de tâches, lorsqu’on joue une tâche auprès d’un élève, c’est bien sûr aussi dans l’intention de l’amener à rencontrer un problème en lui laissant la responsabilité d’en proposer une réponse ou une esquisse de solution. Sauf qu’on ne connaît jamais vraiment à l’avance le problème que l’élève, en se confrontant à la tâche, va se constituer pour lui-même, ni non plus la manière dont lui ou le meneur de jeu pourrait s’y prendre pour y apporter une solution.

Demander à un élève d’accomplir une tâche donne chaque fois l’occasion d’interpréter comment il s’y prend pour le faire, en quoi cela peut constituer pour lui un problème, ce qu’il va entreprendre pour le résoudre et comment il se satisfera ou non du résultat obtenu. Ceci nous renseignera notamment sur ce qu’il sait faire ou ce qu’il a appris, nous donnera l’occasion en cours de jeu de le voir apprendre, nous étonnera aussi parfois de ce qu’il aura appris. Et, en contrepartie, cela nous permettra également d’apprendre à mieux jouer (car cela n’est jamais acquis), c’est-à-dire d’apprendre comment il est possible de rebondir, par une intervention que l’on espère appropriée, sur ce que l’élève a pu produire. En ce sens, une tâche donnée ne s’adresse pas seulement à l’élève, mais tout autant au meneur de jeu qui doit tenter à la fois de comprendre/interpréter ce que fait l’élève dans son interaction avec le milieu et piloter le jeu en fonction des tâches qu’il a gardées en réserve et de ce que sur le moment l’élève parvient à en faire (Vendeira, à paraître).

Le jeu de tâches est donc une forme de jeu avec le jeu de l’élève. Un jeu où l’on saura tantôt se laisser prendre à son jeu et où tantôt ce sera l’élève qui sera pris à quelque jeu qu’on lui aura suggéré de mener au détour d’une tâche à accomplir. Un jeu de pertes et prises de contrôles (Conne, 2003) en quelque sorte qui, pour chaque protagoniste, accorde à l’autre un espace de liberté pour agir. Un jeu où le rapport au savoir et le rapport à l’ignorance de chacun évoluent sur le même plan, même si les interprétations de ce qui s’y passe diffèrent profondément pour l’un et pour l’autre.

Épisode n° 1

L’intérêt de ce premier épisode réside dans la succession des problèmes que le tracé d’hexagones réguliers de diverses dimensions sur un réseau de triangles équilatéraux amène l’élève (Ja) à rencontrer et les moyens de contrôle qu’il va mettre en œuvre pour les résoudre.

> En distribuant à chaque élève une feuille imprimée en réseau de triangles équilatéraux, Jdm déclare : « Pour faire le plus précis possible, pour faire un hexagone le plus régulier possible, vous avez vu que dedans, on pouvait partir de triangles qu’on appelle équilatéraux, alors pour vous aider, j’aimerais que vous dessiniez un hexagone avec ce papier réseau de triangles équilatéraux. Là, vous pouvez vous appuyer dessus et c’est plus facile de faire un hexagone. » (Extraits de la vidéo avec Ja du 15.05.2024)

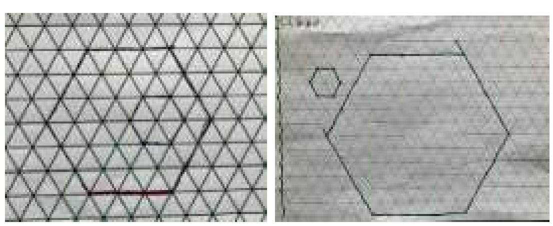


***Figure 1** – Productions de Ja*

> Ja réalise un premier hexagone régulier de côté de longueur 3 (cf. Figure 1, page de gauche) après avoir réfléchi un bon moment sur comment il pouvait s’y prendre pour le faire en plaçant et déplaçant ses doigts à l’intérieur de différents triangles du réseau de la feuille.

La manière de procéder de Ja donne à penser qu’il place ses doigts dans les triangles pour visualiser et donc contrôler la forme à laquelle il désire aboutir, tout en contrôlant en même temps la longueur des côtés pour qu’elle soit régulière : la coordination de ces deux contrôles constituant le problème qu'il s'est aménagé et qu'il doit résoudre. Cela étant fait, il peut alors s'appuyer sur le réseau pour dessiner avec assurance l'hexagone de longueur 3.

> Après avoir surligné son premier hexagone en couleur avec un plus gros stylo (sur demande de Jdm, puis de Jmf pour qu'il soit bien visible), Ja réalise dans la foulée, de façon immédiate, et sans qu'on lui ait demandé de le faire, un deuxième hexagone de côté de longueur 1.

Ici c'est un peu comme si Ja avait voulu répliquer sur une longueur réduite le tracé qu'il avait réalisé pour produire l'hexagone régulier de côté de longueur 3. Ce dernier s'avère cette fois-ci immédiat parce qu'il peut se faire sans le contrôle de la forme (car portée par le réseau), ni de la longueur des côtés (car de dimension 1).

> Jdm demande à Ja de dessiner un hexagone plus grand que les deux qu'il vient de produire, mais Ja lui répond qu'il ne peut pas, car il n'a pas la place sur sa feuille. Jmf donne à Ja une nouvelle feuille comprenant un autre réseau de triangles équilatéraux et lui demande de dessiner le plus grand hexagone possible.

> Ja dessine un premier côté de longueur 7 (cf. Figure 1, page de droite), puis vérifie d'un geste de la main qu'il est possible de tracer un autre côté de longueur 7 à partir d'une extrémité de ce premier côté tout en suivant le réseau triangulaire ; il passe à l'autre extrémité du côté et en dessine un deuxième en dénombrant le nombre de mailles du réseau sur lesquelles il passe ; il bute alors sur le bord de la feuille en parvenant à 6 mailles et revient à l'autre extrémité du premier côté pour tracer un troisième côté de l'hexagone ; il veille à raccourcir le premier côté qu'il avait dessiné en partant une maille en-dessous de son extrémité (passant de 7 à 6 mailles) et trace le troisième côté en contrôlant à nouveau le nombre de mailles (6) ; il s'attelle ensuite au tracé du quatrième côté en contrôlant que celui-ci soit parallèle et de même longueur que le troisième, ce qui lui permet de pointer avec son doigt le sommet auquel il doit aboutir ; il ne lui reste plus dès lors qu'à tracer les deux derniers côtés de l'hexagone en se laissant porter par le réseau triangulaire (avec un petit dépassement final auquel il ne porte pas attention).

Avec le tracé de ce nouvel hexagone de côté de longueur 6, on voit que le contrôle de la forme est désormais entièrement porté par le réseau. Ce que Ja doit en revanche contrôler, c'est que d'une part il est bien possible de tracer un hexagone de dimension 7 (comme il en a l'intention au départ) dans la feuille qui lui a été remise (est-elle assez grande ?) et que d'autre part les côtés de l'hexagone seront bien tous de longueur identique. Ces deux contrôles fondent un nouveau problème qu'il parvient à résoudre en utilisant successivement le dénombrement des mailles (qui l'amène à réduire la longueur des côtés de 7 à 6 quand il bute sur le bord de la feuille), puis en recourant à la propriété du parallélisme de deux côtés opposés de l'hexagone et enfin en se laissant porter par le réseau pour finaliser le tracé des deux derniers côtés.

> Jdm montre à Ja qu'il serait possible de réaliser un hexagone de côté de longueur 7 ou de longueur 8. Ja répond à Jdm que l'on pourrait aussi en tracer un de côté de longueur 9, mais sans se mettre à sa réalisation.

Ceci aurait évidemment pu constituer un nouveau problème pour Ja.

> Jdm demande à Ja de tracer le plus petit hexagone possible sur sa feuille. Ja dessine un hexagone de côté de longueur 1 en commençant par tracer un point sur chacun de ses futurs sommets, puis en reliant chacun de ses sommets par un trait.

Le tracé de l'hexagone régulier de côté de longueur 1 s'avère à nouveau immédiat - assorti néanmoins d'une variante, puisque Ja commence par le tracé des sommets, suivi du tracé des côtés - du fait qu'il n'y a nécessité ni du contrôle de la forme (car portée par le réseau), ni de la longueur des côtés (car de dimension 1), ni encore que l'hexagone puisse être tracé sans sortir de la feuille (car évident).

Épisode n° 2

L’intérêt de ce second épisode réside à la fois dans la conformité et la diversité des productions qu’une même tâche, présentée aux élèves sous forme de défi, génère. Il montre aussi comment l’interprétation de ces productions, en cours ou après la séance, fait naître dans l’esprit du meneur de jeu de nouvelles tâches qu’il aurait été possible (ou qu’il sera possible dans une séance ultérieure) de proposer aux élèves sous forme de relances pour chercher à entrer dans leur jeu.

Après avoir distribué à chaque élève une feuille A4 vierge, Cc leur annonce qu’ils vont devoir y dessiner un hexagone les yeux fermés à partir d’un premier point[3] posé les yeux ouverts.

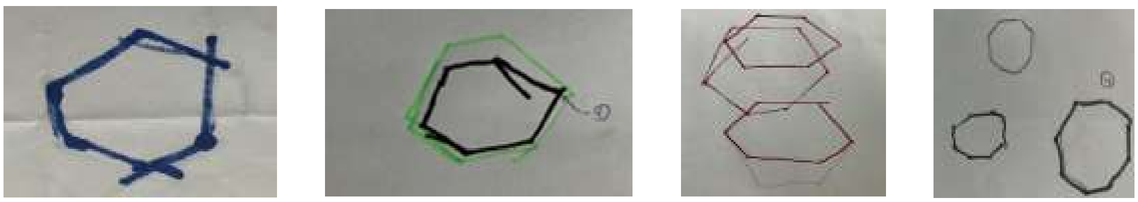


Figure 2 – *Productions (dans l’ordre) de Ra, San, Ja et Yo.*

Sitôt les yeux fermés, aucun des quatre élèves ne se précipite pour réaliser le tracé de l’hexagone. Ils le dessinent ensuite d’un seul tenant, c’est-à-dire sans lever le crayon. Et tous les quatre parviennent à refermer la forme (cf. Figure 2), au contraire de leur enseignante qui, même après plusieurs tentatives, n’y parviendra pas. (Extraits de la narration de Cc du 22.05.2024)

Le fait que les quatre élèves aient eu besoin d’un temps d’arrêt avant de débuter leur dessin de l’hexagone donne à penser qu’ils ont eu besoin de concevoir la forme dans sa totalité, d’en faire un projet, de l’envisager, avant de passer à sa réalisation. Il est probable aussi que la tâche implique un tracé en continu afin de ne pas se perdre dans la réalisation de la forme. Enfin, l’on peut imaginer que si tous sont parvenus à refermer leur forme - l’expérience montre que la chose n’est pas si simple (les essais successifs et infructueux de l’enseignante en apportent une confirmation) - il est fort possible que ce soit parce qu’ils aient quelque peu ouvert les yeux durant la dernière phase de leur tracé.

Ra et San tracent chaque côté de façon rapide au début, puis ralentissent considérablement leur geste lorsqu’ils parviennent à la fin et marquent un temps d’arrêt avant de poursuivre. Ja commence son dessin par un trait horizontal, suivi de deux traits obliques, puis d’un nouveau trait horizontal, suivi encore de deux nouveaux traits obliques. Après avoir ouvert les yeux et manifestement non-satisfait de ce qu’il a produit, il se met à dessiner, yeux fermés, un nouvel hexagone presque identique au premier. Yo aboutit quant à lui à un… octogone.

La manière de procéder de Ra et San, lorsqu’ils ralentissent leurs gestes, peut être considérée d’une part comme une façon de contrôler la bonne longueur de chaque côté, c’est-à-dire qu’elle soit à chaque fois la même (égalité des longueurs) et d’autre part de régler l’inclinaison à donner au côté suivant à tracer (égalité des angles). Dessiner un hexagone les yeux fermés les amènerait ainsi à convoquer certaines de ses propriétés pour en assurer le tracé. Dans le cas de Ja, il semble que ce soit le positionnement des côtés sur la feuille : un horizontal - deux obliques - un horizontal - deux obliques qui l’aident à en contrôler l’exécution, ce qui l’amène à produire des hexagones posés sur une base horizontale à la différence de celui de Ra qui est posé « sur une pointe ». Chez Yo (absent lors de la première séance), on voit que la propriété du nombre de côtés de l’hexagone n’est pas encore bien établie, ce qui ne l’a pas empêché d’exercer un contrôle manifeste sur les longueurs et les inclinaisons pour aboutir au tracé d’un octogone bien régulier.

[3] Sur deux des productions (San et Yo), il a été possible de situer le point de départ du tracé des élèves, (représenté par D) mais pas la direction prise ensuite.

> Après que les élèves aient ouvert les yeux, Cc leur demande de considérer leur production et d'y apporter les modifications qu'ils souhaitent afin de le rendre « plus hexagone ». Chacun d'eux se lance alors dans la tâche (cf. Figure 2). Ra n'apporte qu'une très légère modification au côté supérieur droit de son hexagone. San n'agit pas directement sur le tracé de sa première forme, mais l'« emprisonne » dans un nouvel hexagone. Ja, quant à lui, trace un troisième hexagone qui chevauche ses deux tentatives précédentes, juste avant d'étirer par trois traits de crayons supplémentaires celui du bas pour le faire ressembler à la correction qu'il vient de faire.

On observe tout d'abord que l'expression « plus hexagone » ne pose pas de difficulté particulière aux élèves. Elle semble faire consensus, alors que chaque protagoniste ne lui attribue pas forcément la même signification. On voit ensuite que les corrections ne portent pas sur les mêmes propriétés de l'hexagone : chez Ra, elles semblent se rapporter à l'inclinaison d'un côté (et donc à l'angle), chez San, c'est sur les longueurs qu'elles s'exercent, tandis que chez Ja, elles s'établissent tout à la fois sur les angles et les longueurs pour aboutir à une forme plus harmonieuse correspondant mieux à l'idée qu'il se fait sur le moment d'un hexagone.

Cette interprétation des productions des élèves relatives à leur de manière de dessiner les yeux fermés un hexagone sur une feuille blanche, puis de les corriger les yeux ouverts suscite inévitablement (après chaque séance on en vient régulièrement à se dire que l'on aurait pu proposer ceci ou cela et on regrette de ne pas l'avoir fait) chez le meneur de jeu de nouvelles idées de tâches à jouer avec les élèves (cf. Annexe 2).

Outre ces idées de tâches, issues de l'interprétation des productions d'élèves réalisée peu après le déroulement des séances, le processus va irrémédiablement se trouver relancé à l'occasion de nouvelles séances du groupe ou même parfois en solitaire, en triturant un morceau de papier ou en esquissant quelques formes qui nous reviennent en mémoire (cf. Annexe 3).

~~IV.~~ QUI MÉRITE TOUTE NOTRE ATTENTION

Les narrations des deux séances menées en classe autour de l'hexagone ont montré que le pilotage d'un jeu de tâches, qui vise à entrer en interaction directe avec le jeu de l'élève pour faire cas de ce qu'il produit et rebondir sur ce qu'il fait, est loin d'être chose aisée.

Nous avons ainsi réalisé que, dans les deux cas, les meneurs de jeu s'en étaient plus ou moins tenus à proposer aux élèves des tâches en suivant l'ordre de la liste qu'ils avaient préparée avant la séance.

> Je me rends compte que mon attention a été entièrement prise par la gestion du matériel : formes découpées, papiers réseaux, journaux et par le choix de la suite des tâches, tout cela sans disposer d'une table devant moi pour déposer les choses. (Extrait de la narration Jdm du 15.05.2024)

> En quittant la classe, mon sentiment est double. J'ai pris un certain plaisir à réaliser cette séance avec Jdm, mais je constate avec regret que l'organisation de la classe (chaque élève seul à son bureau) n'est pas aussi propice aux interactions et aux rebonds (relances) que beaucoup de séances ddmes antérieures où les élèves avaient une meilleure proximité. (Extrait de la narration Cc du 22.05.2024)

Il n'en reste pas moins que, dans chaque séance, les élèves se sont bien laissé enrôler dans la succession des tâches qui leur ont été proposées. Nous en voulons pour preuve deux nouveaux extraits des échanges que nous avons eus avec l'enseignante au terme de la première séance.

> L'enseignante nous dit combien elle a été étonnée de voir que l'activité ait pu durer si longtemps. D'habitude, elle se dit obligée de changer fréquemment d'activité (au bout de dix minutes précise-t-elle) pour maintenir l'attention des élèves : « cela fait longtemps que je ne les ai pas vus comme ça. ». (Extrait de la narration Jmf du 15.05.2024)

La fugacité des interactions que les élèves entretiennent avec le milieu que l'on cherche à leur faire explorer est un phénomène typique de l'Es. Ce qui nous amène régulièrement à dire qu'un enjeu principal du jeu de tâches est de dynamiser les interactions pour les faire durer. C'est en effet dans cette durée que l'on se donne des chances qu'au détour des tâches qu'ils accomplissent, les élèves s'aménagent des problèmes et qu'ils s'essaient à les résoudre. Le fait que cette première séance ait duré une quarantaine de minutes (la seconde durera même quelques minutes de plus) témoigne de l'implication des élèves sur la durée.

> Elle nous dit aussi que lorsqu'elle s'est rendue dans le couloir pour vérifier que les élèves se rendaient bien à leur leçon de musique, elle a vu que Ra (celui qui a demandé de quitter la classe un peu avant les autres) était un train de faire des pliages avec un morceau de papier ; alors que San s'était mis à chercher des hexagones dans les couloirs du bâtiment et qu'il avait repéré des formes qui leur ressemblaient (elle pensait que c'étaient plutôt des pentagones). (Extrait de la narration Jmf du 15.05.2024)

Ce second extrait relève d'un autre phénomène typique de l'Es. Il concerne la restitution de ce que les élèves apprennent, comprennent et mémorisent en classe. Cette restitution de la part des élèves, qui constitue un élément central du contrat didactique dans le cadre de l'Eo, fait souvent défaut dans le contexte spécialisé, ce qui conduit fréquemment l'enseignant à dire des élèves qu'ils ne retiennent pas ou peu ce qui leur a été enseigné. Or nous avons pu observer à maintes reprises que si elle fait souvent défaut dans l'échange, cette restitution n'en est pas moins présente, mais qu'elle advient souvent de manière indirecte, dans un autre lieu et dans un autre temps, comme c'est le cas ici où les deux élèves ont poursuivi à notre insu l'activité hors de la classe, ce qui constitue un nouveau témoignage[4] de leur investissement.

V. CONCLUSION

Le jeu de tâches se développe sur la base d'un processus en trois temps qui tourne en boucles récursives : l'exploration du milieu, le jeu des tâches avec les élèves et la narration. L'exploration du milieu qui l'initie se poursuit durant les deux autres temps, lors de l'interaction avec les élèves, puis à l'occasion de la restitution de la séance et l'interprétation de ce qui s'y est effectivement passé. Ce processus est porté par un groupe de recherche dont les membres prennent la fonction d'interlocuteur vis-à-vis de celui qui explore, celui qui joue et celui qui narre de façon à l'enrichir, le dynamiser et de favoriser son développement. En situation, le jeu effectif est un jeu à trois qui met en interaction des élèves, un (parfois deux) meneur de jeu et un milieu, fertile en mathématiques, à explorer. Les tâches constituent autant de propositions faites aux élèves pour amorcer et accompagner cette exploration, en escomptant qu'en cherchant à les accomplir, ils en viennent à se faire interpeller ou surprendre par le milieu et se retrouvent ainsi confrontés à des problèmes. Des problèmes qui ne peuvent être déterminés a priori et qui demanderont souvent tout un travail d'interprétation de la part du meneur de jeu, puis de ses interlocuteurs au sein du groupe, pour qu'il devienne possible de les circonscrire. Le jeu de tâches n'est donc pas un dispositif qui cherche à enseigner aux élèves un savoir spécifique. Il convie à un jeu de problèmes amenant les élèves et le meneur de jeu à échanger et partager les expériences auxquelles les tâches qu'ils réalisent les introduisent. Et il pointe en priorité les apprentissages que procurent les relations qu'entretiennent les relations du milieu auquel les élèves se confrontent : des répliques, des variations, des changements de perspectives, des contrôles,… Le jeu de tâches cherche à promouvoir une pratique des mathématiques en intelligence avec autrui ; et c'est sans doute à ce titre qu'on peut lui reconnaître une visée inclusive.

[4] Un témoignage dont nous n'aurions pas eu connaissance si l'enseignante n'était pas sortie de la classe pour vérifier que les élèves se rendaient bel et bien à leur cours de musique. Avec le groupe ddmes, nous avons créé des dispositifs susceptibles de produire ces restitutions indirectes afin de pouvoir les observer et en rendre compte.

RÉFÉRENCES

Conne, F. (2003). Interactions de connaissances et investissements de savoir dans l'enseignement des mathématiques en institutions et classes spécialisées. *Éducation et francophonie, 31*(2), 82-102.

Conne, F., Cange, C., Favre, J.-M., Del Notaro, L. Scheibler, A., Tièche Christinat, C., Bloch, I. et Salin, M.-H. (2004). L'enseignement spécialisé : un autre terrain de confrontation des théories didactiques à la contingence. Dans V. Durand-Guerrier et C. Tisseron (dir.), *Actes du séminaire ARDM2003 de didactique des mathématiques* (p. 77-185). IREM de Paris.

Dupré, F., Million-Fauré, K. et Vendeira, C. (à paraître). Trois études autour de l'accessibilité didactique dans des contextes différents. Dans *Actes de la 22e école d'été de didactique des mathématiques*, *16-22 octobre 2023, Barne-sur-Seine, France.*

Favre J.-M. (2008). Jeu de tâches : un mode d'interactions pour favoriser les explorations et les expériences mathématiques dans l'enseignement spécialisé. *Grand N,* (82), 9-30.

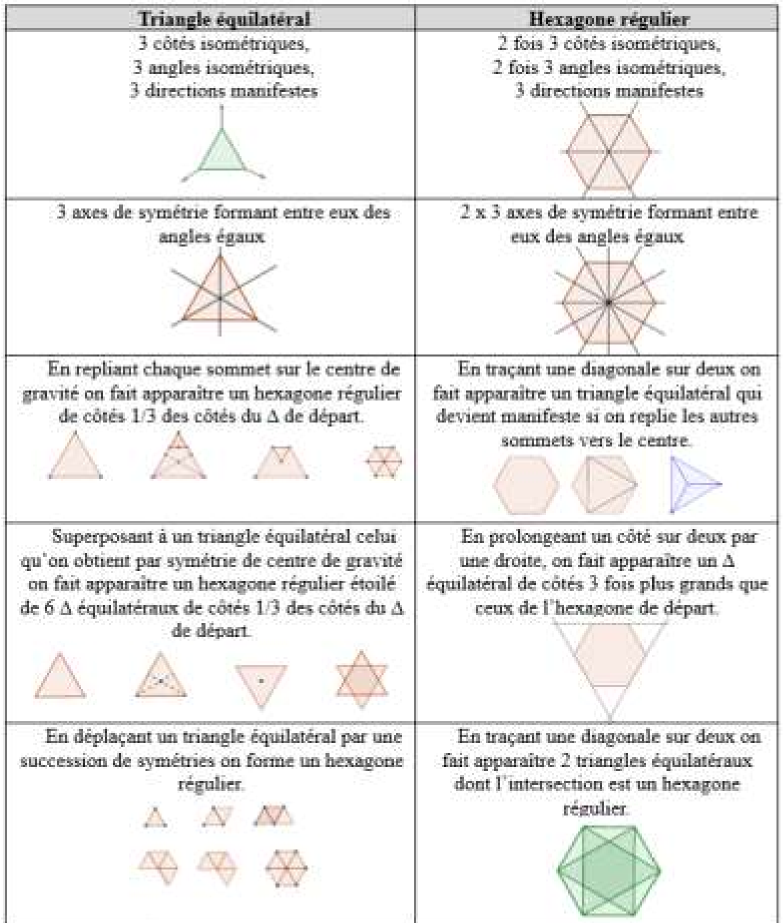
Favre, J.-M. (2015). *Investissements de savoirs et interactions de connaissances dans un centre de formation professionnelle et sociale : une contribution à l'étude des mathématiques et de leur fonctionnement dans le contexte de la formation professionnelle spécialisée* [Thèse de doctorat, Université de Genève]. Archive ouverte UNIGE. https://archive-ouverte.unige.ch/unige:76939

Favre, J.-M. (dir.). (2011). Des narrations pour partager et faire rebondir nos expériences mathématiques dans l'enseignement spécialisé. Dans *Actes des deuxièmes journées didactiques de La Chaux-d'Abel, 26-28 mai 2011.* https://hal.science/halshs-03324376v1

Favre, J.-M. (dir.) (2019). Expérience et interprétation. Faire des mathématiques avec des élèves de l'enseignement spécialisé. Dans *Actes des troisièmes journées didactiques de La Chaux-d'Abel, 3-5 mai 2019.* https://hal.science/halshs-03286007v1

Favre, J.-M. et Vendeira, C. (2024). Jouer des tâches avec les élèves : une alternative aux problèmes pour qu'ils se mettent à chercher. Dans *Actes de la COPIRELEM 2023* (p. 489-509).

ANNEXE 1
QUELQUES RELATIONS ENTRE L'HEXAGONE RÉGULIER ET LE TRIANGLE ÉQUILATÉRAL



Triangle équilatéral	Hexagone régulier
3 côtés isométriques, 3 angles isométriques, 3 directions manifestes	2 fois 3 côtés isométriques, 2 fois 3 angles isométriques, 3 directions manifestes
3 axes de symétrie formant entre eux des angles égaux	2 x 3 axes de symétrie formant entre eux des angles égaux
En repliant chaque sommet sur le centre de gravité on fait apparaître un hexagone régulier de côtés 1/3 des côtés du Δ de départ.	En traçant une diagonale sur deux on fait apparaître un triangle équilatéral qui devient manifeste si on replie les autres sommets vers le centre.
Superposant à un triangle équilatéral celui qu'on obtient par symétrie de centre de gravité on fait apparaître un hexagone régulier étoilé de 6 Δ équilatéraux de côtés 1/3 des côtés du Δ de départ.	En prolongeant un côté sur deux par une droite, on fait apparaître un Δ équilatéral de côtés 3 fois plus grands que ceux de l'hexagone de départ.
En déplaçant un triangle équilatéral par une succession de symétries on forme un hexagone régulier.	En traçant une diagonale sur deux on fait apparaître 2 triangles équilatéraux dont l'intersection est un hexagone régulier.

Quelques relations entre l'hexagone régulier et le triangle équilatéral

ANNEXE 2
QUELQUES IDÉES DE TÂCHES ISSUES DE L'INTERPRÉTATION DES PRODUCTIONS DE L'ÉPISODE 2

Il aurait ainsi été possible de demander :

- à Ja qui a dessiné un hexagone posé sur un côté horizontal d'en tracer un autre posé sur une pointe ; et à Ra de faire l'inverse ;
- à San, de dessiner d'autres hexagones de plus en plus grands qui englobent (à l'image des poupées russes) à chaque fois les précédents ; puis d'autres de plus en plus petits qui s'y insèrent les uns dans les autres ;
- à Yo de compter le nombre de côtés de chacune des formes qu'il a dessinées, puis d'en tracer d'autres comportant six, cinq, neuf ou encore dix côtés ;
- à chacun, partant des corrections effectuées sur leur premier essai, de tenter un nouveau tracé les yeux fermés ;
- à chacun, en échangeant les productions, demander d'intervenir sur l'essai réalisé par un autre élève en suggérant/réalisant des propositions de modifications ;
- à chacun, en partant d'un hexagone dont deux côtés non-consécutifs ont été tracés, de compléter les quatre côtés manquants.

ANNEXE 3
QUELQUES RÉFLEXIONS CONCERNANT DE NOUVELLES EXPÉRIMENTATIONS À MENER EN CLASSE

La technique du pliage est rarement utilisée en leçon de mathématiques. On remarque ainsi chez les élèves une certaine gêne à plier, replier, déplier et observer ce que cela donne : de fait les imprécisions sont nombreuses (cf. Figure 3) masquant partiellement les surprises (en termes de formes, de symétries, etc.) que les pliages seraient susceptibles de provoquer.

Figure 3 – *Pliage réalisé par Ra*

Proposer des tâches en s'appuyant sur cette technique s'avère donc délicat, ce d'autant que lorsqu'une surprise est supposée surgir, elle peut laisser les élèves dubitatifs, voire sans réaction comme après un tour de magie. Et pourtant la technique du pliage appliquée à l'hexagone constitue un milieu très riche pour établir des relations mathématiques entre différents objets. Un hexagone en papier étant donné, le plier et le replier selon ses diagonales fait ressurgir des formes courantes du travail scolaire comme, le rectangle, le trapèze, le losange ou le triangle équilatéral. Ainsi de nombreux constats pourraient être établis par les élèves, par exemple lors d'une exposition de toutes les formes possibles que révèlent les pliages d'un hexagone selon ses diagonales ou ses médianes.

Avec les tâches de tracés sur des feuilles tramées triangulaires ou hexagonales, les manifestations de certaines propriétés de l'hexagone repérées lors des pliages sont également facilitées. Il est en outre facile d'enchaîner des tâches demandant de tracer des hexagones plus grands ou plus petits, puis de trouver et dessiner le plus grand hexagone ou le plus petit possible. Ainsi avec l'usage de trames hexagonales, le dessin d'un hexagone de longueur 1 est immédiat puisque c'est le treillis qui contrôle la forme lorsqu'on surligne le contour d'une cellule de base. En cherchant à « faire plus grand » les élèves seront guidés par des lignes du réseau, mais il leur faudra veiller au contrôle de la longueur des côtés par exemple en dénombrant le nombre de cellules traversées. Et lorsqu'on cherche à faire « le plus grand possible », c'est la coordination entre les longueurs de côtés et les dimensions de la feuille qui demandera d'être contrôlée. On observe par ailleurs (cf. Figure 4) que lorsqu'il s'agit de « tracer un hexagone plus petit » que l'hexagone de la cellule de base, ce sont d'abord les milieux des côtés de cette cellule qui peuvent être utilisés comme contrôle. Et que pour « encore plus petit », c'est le parallélisme avec les bords de la cellule qui précède qui peut être privilégié, même si dans le cas particulier, ce contrôle atteint ses limites en produisant un… pentagone.

Figure 4 – *Tracés d'hexagones de plus en plus petits réalisés par San*