

SITUATIONS ENGAGEANT UN TRAVAIL DE COMMUNICATION EN ALGÈBRE EN 2^E SECONDAIRE : DES APPORTS POUR L'ÉLÈVE COMME POUR L'ENSEIGNANT ?

| LABROSSE* PHILIPPE

Résumé | Notre recherche s'intéresse à la communication qui apparaît souvent négligée dans l'enseignement-apprentissage de l'algèbre. Une séquence de situations pour des élèves de 13-14 ans a été conçue visant à ce qu'ils développent une communication riche. Les résultats de la mise à l'essai de cette séquence, dont certains seront présentés dans cet article, montrent que le jeu sur certaines valeurs des variables didactiques retenues pour concevoir les situations apparaissent comme des leviers intéressants pour l'élève et l'enseignant.

Mots-clés : situation de communication, algèbre, secondaire, variables didactiques, positions des interlocuteurs

Abstract | Our research focuses on communication, which often appears to be neglected in the teaching-learning of algebra. A sequence of situations for 13-14 year old has been designed to help them develop rich communication skills. The results of testing this sequence, some of which will be presented in this article, show that playing with certain values of the didactic variables selected to design the situations appear to be interesting triggers for both student and teacher.

Keywords: Communication situation, algebra, secondary, didactic variables, positions of interlocutors

I. INTRODUCTION

L'importance du travail de communication pour l'apprentissage mathématique des élèves est reconnue dans les programmes d'étude de plusieurs pays, de même que par l'OCDE. Pourtant, lors de l'accompagnement d'enseignants du Québec à titre de conseiller pédagogique de mathématiques au secondaire, nous avons constaté que la compétence à communiquer ne semblait pas être exploitée à son plein potentiel rejoignant les constats de chercheurs (Cobb et Bauersfeld, 1995 ; Anderson et Piazza, 1996 ; Sierpiska, 1998 ; Bibby, 1999 ; Hufferd-Ackles et al., 2004 ; Black, 2004 ; Giroux, 2004 ; Rauscher, 2006 ; Bruce, 2005, 2007). Une séquence de situations en algèbre a été élaborée et mise à l'essai auprès d'élèves de 2^e secondaire (13-14 ans). Le choix de certaines valeurs des variables didactiques lors de la conception sont apparues, après analyse, comme porteuses pour le déploiement d'une communication riche notamment l'attribution à *l'élève de la position d'enseignant qui porte un regard sur la production d'un élève-fictif* (position de l'élève résolveur) qui *s'adresse à un élève-fictif* (interlocuteur de l'élève résolveur).

II. QUELQUES REPÈRES THÉORIQUES DE L'ÉTUDE

La communication est assurément un sujet vaste et complexe, particulièrement dans l'enseignement des mathématiques. Elle regroupe toutes les actions mises en place pour transmettre des messages de tous types (écrits, oraux, des émotions, des gestes, etc.) entre un émetteur et un récepteur. Elle n'est pas nécessairement simultanée et peut être différée. Pensons à l'enseignant qui demande à ses élèves une résolution de problème qu'il ramasse et corrige. Il remet ensuite par écrit une rétroaction à l'élève qui la reçoit et la décode. Peut alors s'enclencher un processus interactif avec l'enseignant sur la

* Université de Montréal – Canada – philippe.labrosse@umontreal.ca

correction. La communication peut être verbale ou non-verbale. Bibeau (1982) indique que « la communication verbale se fait dans quatre formes ou modes possibles : deux modes passifs (écouter et lire) ; deux modes actifs (écrire et parler) » (rapporté dans Legendre 1993, p. 219). Intimement liées à la communication, les interactions (Brousseau, 1998 ; Odier-Guedj, 2019) sont des échanges bidirectionnels non seulement lorsque deux personnes interagissent de façon courante, mais aussi lorsqu'un élève reçoit une rétroaction qui n'est pas nécessairement « humaine » en posant des actions sur un milieu. La rétroaction peut ainsi provenir de la réaction du milieu à l'action de l'élève. Dans notre recherche (Labrosse, 2020), nous avons choisi de développer une séquence de situations qui priorisent la communication écrite, tout en nous intéressant aux interactions orales qui ont eu lieu entre une enseignante et ses élèves. Les travaux de Rausher (2006) montrent que les écrits ont une place reconnue dans le processus de développement des connaissances mathématiques et qu'ils offrent des occasions de prises de conscience en cours de résolution. L'auteur mentionne que la communication écrite exige une véritable réorganisation de la pensée et une argumentation de la part de celui qui rédige. Elle est plus exigeante pour l'élève que la communication orale, puisqu'elle force la structure et la synthèse des idées. Bien souvent aussi, l'interlocuteur n'a plus accès à celui qui a écrit d'où l'importance que la communication écrite soit claire et complète.

Plusieurs auteurs ont aussi mis en évidence l'importance de l'argumentation et de la validation dans l'activité mathématique afin de convaincre. Pour travailler l'argumentation et la validation avec les élèves, la communication apparaît aussi essentielle. Devant des problèmes mathématiques, on cherchera à amener les élèves à aller au-delà de la simple narration de leurs productions (« *voici ce que j'ai fait...* »), afin de les convier à communiquer les raisons pour lesquelles ils l'ont fait, quel est leur raisonnement, d'où proviennent leurs conclusions et comment ils les valident. Le principal but de l'argumentation étant de convaincre, un élève peut argumenter sans se préoccuper du caractère de vérité de l'affirmation originale (Balacheff, 1987, 1988 ; Duval, 1991). Les arguments peuvent être vrais ou faux. Notons aussi que les arguments invoqués par un élève pour convaincre ne sont pas nécessairement appuyés mathématiquement. Ainsi, un élève qui argumente peut utiliser un argument d'autorité pour convaincre les autres. Les travaux de Balacheff montrent que la communication est un élément central qui permet d'outiller les élèves dans leur travail de validation et de preuve. En effet, c'est par la communication que les élèves peuvent fournir les arguments et les raisons qui permettent de « rendre intelligible le caractère de vérité » (Balacheff, 1988) de leur proposition, en d'autres termes, de déployer une argumentation. La Théorie anthropologique du didactique (TAD, Chevallard, 1991a, 1991b, 1998) nous a aussi permis de décliner l'argumentation d'élèves auxquels nous avons proposé des problèmes mathématiques à résoudre. Cette théorie considère que toute activité humaine consiste à accomplir une tâche d'un certain type, au moyen d'une technique, justifiée par une technologie qui permet en même temps de la penser, de la produire, et qui, à son tour, est justifiable par une théorie.

Ainsi, à la lumière des travaux de Balacheff et Chevallard, nous considérons qu'une communication riche est une communication qui met en jeu une argumentation ou, dit autrement, qui peut s'appuyer sur un discours technologique. Les arguments à l'appui n'ont toutefois pas tous la même valeur. Plus ces arguments tendent vers un haut niveau hiérarchique de preuve, plus nous avons qualifié la communication de « riche ». Une communication riche met donc en jeu une argumentation qui s'éloigne d'un discours ostensif et tend vers la mise en place d'une justification ou d'une validation qui s'appuient sur des savoirs mathématiques adéquats et partagés par la communauté.

Par ailleurs, l'organisation du discours est également un critère à considérer pour qualifier la communication. En effet, Radford et Demers (2004), se sont interrogés sur les façons de choisir des activités de communication pertinentes ainsi que sur les stratégies de gestion de classe qui favorisent le mieux les situations d'argumentation, de preuve et de discussion entre les élèves. Ils cherchent des

moyens d'opérationnaliser l'observation de la communication et ciblent ainsi des critères d'évaluation pour rendre compte du développement de la communication en classe de mathématiques. Un des critères qu'ils proposent est l'organisation du discours. Ainsi, en plus de la présence de l'argumentation s'ajoute un critère relatif à l'organisation de la communication qui repose sur l'articulation des arguments avancés et sur la clarté de ces derniers. C'est la deuxième caractéristique d'une communication riche. L'organisation relève davantage de la forme de la communication alors que l'argumentation relève du fond.

Notre objectif de recherche revenait donc à trouver une façon d'organiser un enseignement des mathématiques qui favorise une communication riche. Nous avons ainsi conçu et mis à l'essai une séquence de six situations engageant un travail de communication afin d'analyser la richesse de la communication déployée. Nous nous attardons dans ce texte sur une de ces situations appelée *l'Enseignant*.

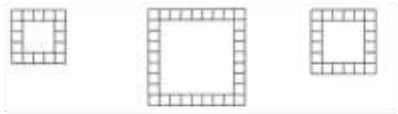
III. ÉLÉMENTS MÉTHODOLOGIQUES

Les six situations ont toutes été de type papier-crayon. La séquence a été soumise à 57 élèves de 2^e secondaire d'une école montréalaise. Ces élèves provenaient de deux classes d'une même enseignante. Nous avons conçu ou adapté les différentes situations proposées aux élèves, lesquelles se sont insérées dans l'enseignement ordinaire de la classe. Dans nos travaux, nous nous sommes notamment intéressés à deux variables didactiques : la position attribuée (à titre d'élève-résolveur) et l'interlocuteur de l'élève. Les valeurs de ces variables didactiques (voir tableau 1 en annexe) ont été mises à contribution dans la conception de situations en algèbre, notamment dans celle qui fait l'objet de cet article, *l'Enseignant* (voir figure 1). Ces variables visaient à augmenter l'exigence de communication des élèves, c'est-à-dire à solliciter une communication plus riche, donc plus axée sur les critères retenus pour définir la richesse, soit principalement l'argumentation et, dans une moindre mesure, l'organisation. Pour cette situation, ces valeurs sont *Attribuer à l'élève la position d'enseignant qui porte un regard sur la production d'un élève-fictif* (position de l'élève résolveur) qui *s'adresse à l'élève-fictif* (interlocuteur de l'élève résolveur).

Amélie et Maxime, deux de tes élèves, viennent de te remettre leur solution au problème suivant.

Un encadreur doit réaliser l'encadrement de miroirs carrés (la surface blanche sur les dessins) avec des carreaux de mosaïque. Il ne dispose que d'une seule grandeur de carreaux.

Ses clients choisissent la taille du miroir qu'ils veulent. La seule condition posée par l'encadreur est que la dimension du miroir corresponde à un nombre entier de carreaux, comme dans les modèles illustrés ci-dessous. L'encadreur dispose ses carreaux autour du miroir de manière à ne pas cacher la surface réfléchissante.



a) Peux-tu indiquer une façon qui permette à l'encadreur de trouver rapidement le nombre de carreaux nécessaires pour réaliser l'encadrement dès qu'un client lui donne la mesure du côté du miroir en unités « carreaux » ?

b) Quelle est la mesure du côté d'un miroir dont l'encadrement requiert 88 carreaux ?

Comme enseignant, tu dois :

- 1- Répondre toi-même à la question, puis faire ton corrigé.
- 2- Ensuite, ton enseignante te remettra les copies de Maxime et Amélie. Corrige les productions d'Amélie et de Maxime en inscrivant des commentaires directement sur leurs copies.
- 3- Comment pourrais-tu expliquer à la classe le fait que les deux élèves arrivent à la même quantité de carreaux à la question b) alors qu'ils n'ont pas trouvé la même règle ?
- 4- Entre les deux solutions qui te sont proposées, y en a-t-il une qui t'apparaît meilleure que l'autre ? Explique pourquoi.

Figure 1 – Énoncé de la situation de l'Enseignant¹

En le plaçant dans la peau d'un enseignant qui doit juger de productions d'élèves (voir figures 2 et 3 en annexe), cette situation exige de l'élève plusieurs habiletés en communication. En effet, la proposition d'adopter la position d'enseignant vise à amener les élèves-enseignants, entre autres, à identifier ce qu'ils considèrent important dans les productions mathématiques soumises et à en rendre

¹ Problème conçu à partir d'une activité réalisée au Groupe Didactique de la CI-IREM, Marseille, 2006.

compte explicitement. Ils expriment aussi, implicitement, de ce fait, ce qui, selon eux, relève du travail de l'enseignant. L'invitation à endosser le rôle d'enseignant cherche ainsi à solliciter de la part des élèves-enseignants des éléments de justification qui témoignent d'une communication riche. Ainsi, l'élève doit d'abord résoudre la situation pour lui-même, puis étant placé dans une position d'enseignant, il doit rédiger sa solution afin de faire le corrigé. Il doit ensuite corriger, donc décoder, les productions des élèves fictifs en inscrivant des commentaires directement sur leurs copies. On demande ainsi à l'élève de décoder et de prendre position sur la production de chacun des deux élèves-fictifs, de les valider ou les invalider et d'en rendre compte par des commentaires. Les productions sont volontairement incomplètes ou imprécises amenant ainsi l'élève-enseignant à analyser le langage mathématique utilisé, la démarche proposée, les raisonnements sous-jacents, d'autres registres (les formules, les calculs et le texte de deux élèves), à expliciter les corrections requises et, idéalement, les raisons qui les sous-tendent. L'élève-enseignant ne peut, en principe, se contenter d'être dans la narration s'il veut s'acquitter de sa tâche de commenter et expliquer à ses élèves. Il doit sentir que, dans cette partie de la situation, la stratégie ostensive (« *voilà ce qu'il faut faire* ») n'est pas suffisante.

Les traces laissées par l'élève-enseignant sont révélatrices des éléments qu'il juge importants à considérer dans la communication écrite d'une stratégie. Pour décoder, l'élève doit comprendre les registres de communication des deux élèves et analyser leurs stratégies respectives. En ce sens, la situation demande une exigence quant au décodage des registres et des raisonnements présents chez les deux élèves puisque ces derniers prennent des chemins différents : l'un travaille avec le pourtour du miroir, l'autre avec une stratégie construite à partir de l'aire de sa surface. De plus, par l'analyse des productions d'élèves demandée, l'élève-enseignant peut être amené à poser un regard critique sur sa propre production (son corrigé) tout en commentant et améliorant les productions d'autres élèves. En corrigeant des productions d'élèves, il entre dans un processus de validation et de prise de conscience face à sa propre solution. Il constate deux solutions qui arrivent à une même réponse, mais d'une manière possiblement différente de la sienne. Cela force le regard sur sa propre production et suscite le questionnement sur les liens et les relations mathématiques en jeu : « *pourquoi l'élève fait cela de cette manière ?* » ; « *pourquoi ça marche ?* » ; « *quelles propriétés ou relations entrent en jeu ici ?* ». On voit donc comment les choix faits dans cette situation visent à solliciter la richesse de la communication à soi-même dans ce cas.

Par la suite, l'élève-enseignant doit expliquer à une classe fictive le fait que les deux élèves arrivent à la même quantité de carreaux à la question b) alors qu'ils ont des stratégies très différentes. Cela appelle un travail de validation. L'élève-enseignant est placé devant deux stratégies bien distinctes : une plus classique et l'autre qui utilise les aires des miroirs. Afin d'expliquer l'équivalence des résultats obtenus, il doit dépasser le discours descriptif. Il doit valider les stratégies et les mettre en correspondance. Il est appelé à nommer les différents objets mathématiques en jeu de manière plus générale en se détachant de l'aspect opératoire sur les nombres. De ce fait, les conduites de communication de premier niveau (description des actions) deviennent caduques invitant l'élève-enseignant à aller vers des stratégies de plus haut niveau telles que la justification. Enfin, l'élève doit décider entre les deux solutions proposées celle qui semble la meilleure en expliquant son choix. À ce moment, l'élève retrouve sa position « d'élève » qui s'adresse à « son enseignante ». Ici l'élève devra s'appuyer sur des arguments qui lui permettent de discriminer, entre les deux stratégies, puis il devra formuler ces arguments afin d'expliquer son choix. La prise de position intervient donc, tant dans la correction qui est faite des deux copies, que dans la réponse à la demande de choisir quelle solution est la « meilleure ».

Lors de l'expérimentation des situations dans le cadre de notre recherche, l'enseignante a d'abord présenté la situation en précisant le temps accordé et les modalités de travail. Puis les élèves ont réalisé

le problème individuellement (20 minutes) et en dyades (pour deux des situations qui ne font pas l'objet de cet article) en laissant des traces écrites de leurs résolutions. Pendant la réalisation des situations, l'enseignante interagit avec les élèves (répond aux questions, rappelle à l'ordre certains élèves, etc.). Lors du cours suivant, l'enseignante, après avoir pris connaissance des écrits des élèves, fait un retour avec le groupe-classe sur la situation.

L'analyse a été établie sur la base des productions écrites des élèves (à partir d'une grille d'analyse²), du journal de bord tenu par l'enseignante, des séquences vidéo des retours animées par l'enseignante et auxquels nous avons assistés. Nous avons également tenu un journal de nos observations pendant les présentations et les retours de chaque situation.

IV. QUELQUES RÉSULTATS DE NOTRE RECHERCHE

Dans cette section, nous présentons les principaux résultats issus de l'analyse des conduites de communication déployées par les élèves au cours de l'activité mathématique dans la situation de l'*Enseignant*. Nous montrons en particulier que certaines valeurs de variables, notamment la position attribuée à l'élève et avec qui il devait interagir (l'interlocuteur de l'élève), ont favorisé la richesse de la communication déployée.

1. *Les positions attribuées à l'élève et son interlocuteur influencent l'argumentation et l'organisation*

C'est dans le but de favoriser l'émergence du discours technologique que le choix de varier les positions attribuées à l'élève et à l'interlocuteur de l'élève a été fait. Dans la situation de l'*Enseignant*, l'élève ne s'adresse pas uniquement à son enseignante, complice des connaissances mathématiques qu'il a construites avec elle, mais il doit aussi, en tant qu'élève-enseignant, produire un corrigé, décoder puis commenter des productions d'élèves-fictifs. Les choix de valeurs des variables semblent effectivement favoriser l'argumentation des élèves dans la situation de l'*Enseignant*. Lorsqu'ils rédigent leur « corrigé », le tiers des élèves dans notre étude se situent aux niveaux d'argumentation 3 ou 4³. Il semble que le fait de dire explicitement aux élèves qu'ils sont des enseignants les a encouragés à en assumer la responsabilité : ils sont maintenant les modèles et doivent créer un corrigé qui servira à analyser les copies d'Amélie et Maxime. En effet, il a été constaté dans notre recherche que l'élève-enseignant organise et développe son discours, car il aura à porter un jugement sur des productions et à rétroagir auprès des élèves-fictifs. Il semble alors préparer un argumentaire plus étoffé : il en va de sa « crédibilité d'enseignant ».

Par ailleurs, comme pour la réalisation de leur corrigé, les élèves-enseignants semblent percevoir la responsabilité du rôle et laissent beaucoup d'éléments de communication relatifs à l'argumentation, à l'organisation, et aux savoirs mobilisés par les élèves-fictifs lorsqu'ils commentent les productions de ces derniers. Lors de notre analyse des traces de communication laissées par les élèves-enseignants sur les copies d'Amélie et Maxime nous avons noté que l'usage de notes chiffrées est prédominant. Les notes font partie des pratiques enseignantes courantes. C'est sans doute ce qui incite les élèves à y recourir en premier lieu lors de leur rétroaction. S'il s'agit d'éléments de communication importants, ils en disent peu à celui qui les reçoit (ici les élèves-fictifs) sur son niveau de maîtrise des connaissances mathématiques.

² La démarche ayant conduit à la construction de cette grille n'est pas traitée dans le présent article. Le lecteur intéressé pourra la trouver dans Labrosse (2020).

³ Les niveaux les plus élevés sur notre grille d'analyse, 4 étant le maximum.

Toutefois, nous avons aussi constaté que les élèves-enseignants formulaient des commentaires en lien avec les raisonnements et les savoirs mathématiques des deux élèves-fictifs, témoignant ainsi d'une préoccupation pour ce qui contribue à la richesse de la communication. L'*Enseignant* étant conçu pour travailler des savoirs algébriques, les élèves-enseignants portent une attention au formalisme en jeu dans les résolutions, à la rigueur et à la précision des raisonnements, comme aurait sans doute pu le faire leur enseignante. Par exemple, un des élèves met un point « ? » en encerclant la ligne inscrite par Maxime dans l'expression « $4 \times ______$ » et lui dit de « *continuer ses parenthèses jusqu'à la fin où il y en a besoin* ». Un autre élève réagit à l'expression « $4 \times \text{côté} + 4$ » et dit qu'il faut mettre un « x » et remplacer par « $4x+4$ ». Un autre, sur la copie de Maxime, indique « *tes parenthèses sont inutiles, car la multiplication passe avant l'addition* ». Enfin, un autre encercle la section des bonds « $+4$ » d'Amélie et indique que ce n'est pas vraiment une preuve mathématique. D'ailleurs, des élèves-enseignants ont refusé la stratégie d'Amélie pour la sous-question b) disant qu'une telle stratégie n'est pas mathématique puisqu'elle est construite, selon eux, sur une série d'essais.

Les commentaires des élèves-enseignants montrent aussi qu'ils accordent de l'importance à l'argumentation et à la clarté des stratégies des élèves-fictifs. Par exemple, un sujet questionne « *d'où viennent tous ces nombres ?* ». Un autre mentionne « *je ne comprends pas la formule, tu devrais nous donner un exemple* ». Un sujet demande « *où tu l'as trouvé ?* » en encerclant tous les calculs d'Amélie liés aux aires totales. Un autre mentionne à Amélie que sa démarche n'a pas de sens et qu'il ne comprend pas « *le sens de sa démarche* ». Enfin, un élève à côté des calculs d'Amélie, lui indique de mettre des titres et lui propose même deux titres potentiels pour les calculs : « *côté 1* », « *côté 2* », etc.

Pour la dernière question de la situation de l'*Enseignant*⁴, les élèves retrouvent leur rôle habituel et ils s'adressent à leur enseignante. Cette question cherche à être encore plus exigeante au regard de l'activité de communication en demandant aux élèves de prendre position sur les deux productions et en justifiant leur choix. Puisque les deux réponses sont vraies, les élèves doivent se rabattre sur d'autres éléments pour justifier leur choix. Toutefois, nos données montrent que c'est la simplicité (ou à la complexité) de la stratégie analysée qui revient le plus souvent pour justifier le choix fait. Plusieurs élèves écrivent que la stratégie d'Amélie, à leurs yeux plus complexe, est meilleure que celle de Maxime. On peut penser que certains élèves optent pour la stratégie d'Amélie parce qu'ils ne la comprennent pas bien ou la trouvent plus « savante » que celle de Maxime. En effet, comme l'ont observé Healy et Hoyles (2000), il arrive que des élèves considèrent plus convaincante une preuve simplement parce qu'ils ont de la difficulté à en suivre le raisonnement. Le fait de ne pouvoir saisir le raisonnement montre sa complexité et suggère sa validité.

Nous avons aussi constaté des justifications appuyées sur l'argumentation, le souci du lecteur et la clarté de la production. Le fait de devoir choisir entre deux « bonnes réponses » force l'élève à appuyer sa prise de position sur d'autres d'arguments. Il est ainsi conduit à réaliser une analyse plus fine des solutions en s'intéressant, notamment, à l'argumentation. Pour convaincre son enseignante qu'il fait le bon choix, une plus grande richesse dans les arguments avancés peut être déployée.

2. Des apports didactiques liés à l'exploitation de la situation de l'*Enseignant* pour l'enseignante ayant participé à la recherche

Notre recherche se centrait également sur les interactions entre l'enseignante et ses élèves lors des phases de retours des situations. On cherchait à voir si les situations proposées donnaient lieu à des

⁴ Entre les deux solutions qui te sont proposées, y en a-t-il une qui t'apparaît meilleure que l'autre ? Explique pourquoi.

interactions utiles à l'enseignante. Notre regard se portera donc sur les interactions qui ont « nourri » l'enseignante a posteriori de la passation de la situation de l'*Enseignant*.

Un premier constat est à l'effet que les solutions des deux élèves-fictifs, volontairement imparfaites, non-canoniques⁵ et qui présentent toutes deux des productions qui arrivent au bon résultat sont des leviers intéressants pour le travail de l'enseignante. Tout d'abord, elles offrent une possibilité de confronter des raisonnements de deux élèves-fictifs et de travailler la validation avec le groupe-classe. En effet, il serait étonnant que, devant les deux solutions proposées, l'enseignante maintienne les élèves en position d'attente et propose une stratégie différente sans considérer les solutions qu'elle a sous la main. Les deux solutions d'élèves-fictifs placent les élèves en position de recherche. L'enseignante interagit avec les élèves sur les solutions proposées, forçant le regard collectif sur les raisonnements dont l'un est construit à partir du périmètre et l'autre à partir de l'aire pour trouver un terme général d'une suite désordonnée. En considérant les solutions d'élèves-fictifs, elle dévolue étroitement un espace didactique aux élèves puisqu'ils sont appelés à prendre position sur la meilleure stratégie. Dans les deux retours observés, l'enseignante place les élèves en phase de validation en ouvrant les échanges sur chacune des solutions. Pour valider les raisonnements en jeu, les élèves doivent alors se référer à leurs connaissances pour développer leur argumentaire, lequel peut porter sur la validité sémantique (la référence à ces messages), syntaxique (les messages et leurs descriptions) ou pragmatique (l'échange des assertions entre les élèves de la classe par exemple) (Brousseau, 1998).

Les solutions-fictives permettent également un retour sur des savoirs ponctuels mobilisés par les élèves-fictifs au profit de la classe. Au-delà de la réponse vraie, les raisonnements sont plus finement analysés par les élèves. Conséquemment, l'enseignante peut faire une analyse plus fine des productions proposées et interagir sur des savoirs mathématiques en jeu, et sur la qualité du discours écrit des productions.

Comme autre constat, on peut voir dans l'exploitation des solutions d'élèves-fictifs, des interactions centrées sur des éléments de communication plus généraux (e.g. l'organisation de la solution) en prenant en compte les commentaires laissés par les élèves-enseignants sur les copies de Maxime et d'Amélie. Le type de rétroaction donnée aux élèves-fictifs par les élèves-enseignants est intéressant et les commentaires sont exploités par l'enseignante. La rétroaction passe beaucoup par un pointage et certains éléments qualitatifs de communication (« Bravo ! Tu peux faire mieux ». etc.). L'enseignante, lors du retour, met en évidence le recours aux notes pour communiquer : « vous auriez enlevé combien de points ici ? ». Elle retourne ainsi les élèves vers leur responsabilité d'enseignant.

La posture d'enseignant qu'adopte l'élève lui confère un rôle d'expert et il ne peut se référer à quelqu'un d'autre pour résoudre la situation. L'élève-enseignant assume la responsabilité de la validation du résultat. Dans l'*Enseignant*, l'enseignante reçoit de la part des élèves qui assument volontiers leur rôle d'enseignant un accès renouvelé aux raisonnements portant sur ceux des autres, qu'ils formulent, sous formes de commentaires et de prises de position, ce qui constitue un levier pour ajuster son enseignement.

V. DISCUSSION ET CONCLUSION

Les différents choix des valeurs des variables faits dans l'*Enseignant* visent à éloigner l'élève de la simple narration de son action et l'invitent à invoquer des arguments. L'adoption d'une posture

⁵ Mentionnons que, dans la situation de l'*Enseignant*, les dessins sont volontairement placés dans le désordre de manière à éloigner les élèves d'une stratégie canonique (institutionnalisée par l'enseignante) lorsque des motifs sont ordonnés et qu'une règle est trouvée en fonction du rang d'un terme. La présentation des dessins, de manière désordonnée croissante dans l'*Enseignant*, rend moins visible la suite et invite à d'autres stratégies.

enseignante où l'élève-enseignant doit, par exemple, expliquer à la classe, appelle une clarté et une organisation du discours pour être compris des élèves. Il s'agit donc de contraintes qui pèsent sur le travail de communication demandé à l'élève-enseignant en vue d'en solliciter la richesse. Dans notre séquence de situations, nous avons cherché à rendre caduque la possibilité d'usage par l'élève de stratégies de communication de faible niveau hiérarchique, telles que la description ou la narration de ses actions. Notre préoccupation étant de forcer l'élève à entrer dans des stratégies de communication visant, à tout le moins, la justification et, au plus haut niveau, la validation, et ce, par un jeu sur les valeurs de plusieurs variables à la fois. Nous avons constaté que l'exploitation des situations a effectivement permis le déploiement d'un travail de communication mathématique riche pour plusieurs élèves. Nous avons aussi pu montrer l'influence du choix des valeurs des variables didactiques effectués sur cette communication.

En effet, le jeu sur les valeurs des variables *position attribuée à l'élève* et *interlocuteur de l'élève* semble influencer le type d'argumentation déployée de même que l'organisation du discours. Ce résultat est particulièrement marqué lorsque l'élève est en position « d'enseignant-explicite » qui explique à des élèves-fictifs, position qui favorise une meilleure organisation et, surtout, une argumentation plus soutenue de la stratégie personnelle de l'élève-enseignant. Il apparaît que la position « d'élève-enseignant » joue sur la responsabilité de la validation du résultat assumée par l'élève. Dans une situation où les élèves adoptent une posture d'enseignant, devant rédiger leur « corrigé » et formuler des commentaires aux élèves-fictifs, les élèves-enseignants perçoivent un réel enjeu et s'engagent ainsi à commenter les copies, tant en ce qui a trait à l'argumentation, qu'aux savoirs mobilisés ou à l'organisation des productions d'élèves-fictifs. L'étude des productions des élèves-fictifs peut aussi forcer l'élève-enseignant à relancer son propre raisonnement.

Enfin, les prises de position écrites par les élèves, notamment lorsqu'ils adoptaient une posture d'enseignant, ont donné un accès privilégié à l'enseignante aux arguments invoqués pour justifier cette prise de position. Elle a ainsi pu animer un débat dans la classe afin obtenir les différents points de vue des élèves à propos de ces arguments. Les interactions sont d'autant plus riches dans une situation comme l'*Enseignant* où les deux solutions-fictives arrivent à la bonne réponse, mais avec des stratégies différentes. Les interactions sont alors centrées sur les raisonnements plutôt que sur les réponses.

RÉFÉRENCES

- Anderson, D. S. et Piazza, J. A. (1996). Changing beliefs: Teaching and learning mathematics in constructivist preservice classrooms. *Action in Teacher Education*, 17(2), 51–62.
<https://doi.org/10.1080/01626620.1996.10462833>
- Balacheff, N. (1987). Processus de preuve et situations de validation. *Educational Studies in Mathematics*, (18), 147-176. <http://dx.doi.org/10.1007/BF00314724>
- Balacheff, N. (1988). *Une étude épistémologique du processus de preuve en mathématiques au collège* [Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier – Grenoble II]. HAL theses. <https://theses.hal.science/tel-00326426v1>
- Bibby, T. (1999). Subject knowledge, personal history and professional change. *Teacher Development*, 3(2), 219-232.
- Bibeau, G. (1982). *L'éducation bilingue en Amérique du Nord*. Guérin.

- Black, L. (2004). Teacher-pupil talk in whole class discussions and process of social positioning within the primary school classroom. *Language and Education*, 18(5), 347–360.
<https://doi.org/10.1080/09500780408666888>
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques (didactique des mathématiques 1970-1990)* (Textes rassemblés et préparés par N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland et V. Warfield). La pensée sauvage.
- Bruce, C. (2005). Teacher candidate efficacy in mathematics: Factors that facilitate increased efficacy. Dans G. A. Lloyd, S. Wilson, J. L. M. Wilkins et S. L. Behm (dir.), *Proceedings of the twenty-seventh annual meeting of the North American chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 20-23 octobre 2005, Roanoke, Virginie*.
<https://www.pmena.org/pmenaproceedings/PMENA%2027%202005%20Proceedings.pdf>
- Bruce, C. (2007). *L'interaction entre élèves dans un cours de mathématiques : compétition ou échange d'idées ?* (Monographie n° 1). Le Secrétariat de la littérature et de la numératie, Ministère de l'Éducation de l'Ontario.
https://assets.ctfassets.net/cfektv4t16rw/Zs0eY56Nqos8Vf8vYRshv/cd8e28b02f2aa0878ecffc04351d56bc/L___interaction-entre-___l___ves-dans-un-cours-de-math___matiques-Comp___tition-ou-___change-d___id___es-2.pdf
- Chevallard, Y. (1991a). *La transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné*. La pensée sauvage.
- Chevallard, Y. (1991b). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12(1), 73-112.
- Chevallard, Y. (1998, 4-11 juillet). *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique* [Cours]. Université d'été « Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques », La Rochelle.
- Cobb, P. et Bauersfeld, H. (1995). Introduction: The coordination of psychological and sociological perspectives in mathematics education. Dans P. Cobb et H. Bauersfeld (dir.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (p. 1-16). Lawrence Erlbaum Associates.
- Duval, R. (1991). Structure du raisonnement déductif et apprentissage de la démonstration. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 233-262. <https://doi.org/10.1007/BF00368340>
- Fiola, A. (2005). *Étude de l'impact d'une approche didactique invitant des élèves en difficulté d'apprentissage à jouer le rôle d'enseignant lors d'activités de mise en équation algébrique* [Mémoire de maîtrise, Université de Montréal].
- Giroux, J. (2004). Échanges langagiers et interactions de connaissances dans l'enseignement des mathématiques en classe d'adaptation scolaire. *Revue des sciences de l'éducation*, 30(2), 303-327.
- Healy, L. et Hoyles, C. (2000). A study of proof conceptions in algebra. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(4), 396-428.
- Hufferd-Ackles, K., Fuson, K. C. et Gamoran-Sherin, M. (2004). Describing levels and components of a math-talk learning community. *Journal of Research in Mathematics Education*, 35(2), 81-116.
- Labrosse, P. (2020). *Conception et mise à l'essai d'une séquence de situations engageant un travail de communication en algèbre en 2^e secondaire : des apports pour l'élève comme pour l'enseignant ?* [Thèse de doctorat, Université de Montréal]. <https://papyrus.bib.umontreal.ca/xmlui/handle/1866/24276>
- Odier-Guedj, D. (2019). *Favoriser l'interaction*. Université du Québec à Montréal.
- Radford, L. et Demers, S. (2004). *Communication et apprentissage : repères conceptuels et pratiques pour la classe de mathématiques*. Imprimeur de la Reine pour l'Ontario.

René de Cotret, S. (2014). Espaces de travail/espaces de connaissances : Peut-on imaginer une navette pour y voyager ? *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17(4-II), 401-416. <https://doi.org/10.12802/relime.13.17420>

Sierpinska, A. (1998). Three epistemologies, three views of classroom communication: Constructivism, sociocultural approaches, interactionism. Dans H. Steinbring, A. Sierpinska et M. G. Bartolini-Bussi (dir.), *Language and communication in the mathematics classroom* (p. 30-63). National Council of Teachers of Mathematics.

ANNEXE

Tableau 1 – Variables et leurs différentes valeurs

Variables	Valeurs de deux variables
Position attribuée à l'élève Position dans laquelle est placé l'élève pour effectuer la tâche en situation (liée au contrat didactique)	<i>Élève</i> : position « habituelle » <i>Co-équipier</i> : Après avoir réalisé individuellement le problème, l'élève interagit avec un autre élève pour réaliser une production écrite commune. <i>Enseignant implicite</i> : Sans être explicitement placé en position d'enseignant, l'élève est appelé à se prononcer sur la production d'un élève. Il est détourné de son rôle habituel afin de décoder et commenter des stratégies d'élèves-fictifs. <i>Enseignant explicite</i> : en adoptant une posture d'enseignant, l'élève est invité en quelque sorte à assumer la responsabilité du savoir en jeu et donc de sa validité. S'il accepte cette invitation, la position depuis laquelle il aborde le problème risque de faire appel à un autre milieu, c'est-à-dire que d'autres connaissances risquent d'être mobilisées (Fiola, 2005 ; René de Cotret, 2014). Il s'agit d'une forme de stratagème pour aider l'élève à puiser dans l'ensemble de ses connaissances et pour l'amener à justifier davantage les résultats obtenus.
Interlocuteur de l'élève À qui l'élève s'adresse, avec qui il interagit	<i>Enseignante</i> : contrat didactique « normal », l'élève voit une hiérarchie/autorité probable attribuée à l'enseignante. Des codes mathématiques sont communs, des savoirs institués sont aussi partagés. <i>Co-équipier</i> : égalité des protagonistes, pas de hiérarchie, arguments d'autorité peu probables. <i>Élèves-fictifs</i> : en position d'enseignant, l'élève s'adresse aux élèves-fictifs qui ont produit des solutions. <i>Classe-fictive</i> : en position d'enseignant, une question dans la situation invite l'élève à expliquer à la classe l'équivalence de deux stratégies. « <i>Quidam</i> » : référence au « langage » mathématique moins probable ou moins pertinent ou efficace, codes mathématiques non nécessairement communs.

Figures 2 et 3 – Solutions présentées par Maxime et Amélie à la situation de l'enseignant