

APPORTS DE MODÈLES DIDACTIQUES POUR CONCEVOIR DES PARCOURS ADAPTATIFS DANS UN ENVIRONNEMENT NUMÉRIQUE

| GRUGEON-ALLYS* BRIGITTE, LESNES** ELANN, JOLIVET*** SÉBASTIEN ET
VANDEBROUCK**** FABRICE

Résumé | Nous présentons un projet associant chercheurs en didactique, en informatique et entreprises. MindMath est une plateforme numérique d'entraînement en algèbre et en géométrie proposant aux élèves de collège des parcours d'exercices adaptatifs et des rétroactions pertinentes au regard de leur activité. Nous expliciterons la place de la didactique des mathématiques dans la conception d'une telle plateforme et plus précisément comment elle permet de prendre en compte les enjeux épistémologiques, curriculaires et cognitifs pour l'apprentissage des contenus en jeu.

Mots-clés : EIAH, modèles didactiques, algèbre, géométrie

Abstract | We present a project that brings together researchers in education, IT and companies. MindMath is a digital training platform for algebra and geometry that offers secondary school students adaptive exercise paths and feedback relevant to their activity. We will explain the role of mathematics didactics in the design of such a platform and, more specifically, how it enables epistemological, curricular and cognitive issues to be taken into account when learning the content involved.

Keywords: Digital learning environment, didactic models, algebra, geometry

I. INTRODUCTION

Cette communication vise à présenter le travail de conception qui a eu lieu dans le cadre du projet MindMath associant des chercheurs en didactique et en informatique et des entreprises. Au travers de notre cas d'étude Mindmath, nous explorons divers aspects liés à la conception d'une plateforme numérique d'entraînement aux mathématiques, ici en algèbre et en géométrie au collège (ce qui correspond aux *grades* 6 à 9).

À l'entrée au collège, des élèves se retrouvent parfois en difficultés en mathématiques et les enseignants doivent gérer une grande hétérogénéité des apprentissages. L'environnement numérique MindMath, fondé sur les apports cumulés de la didactique et de l'informatique, dont l'intelligence artificielle, vise la régulation des apprentissages des élèves et n'a pas pour but premier l'introduction de nouveaux savoirs. La conception de la plateforme MindMath se situe ainsi dans la continuité des recherches menées autour du logiciel de diagnostic *Pépète* en algèbre (Grugeon, 1997 ; Grugeon-Allys *et al.*, 2012 ; Grugeon-Allys *et al.*, 2023). L'enjeu de ces recherches est de proposer des exercices adaptés en fonction des besoins d'apprentissage d'élèves à un niveau scolaire donné du collège. La plateforme MindMath s'appuie donc sur des fondements didactiques. Ceux-ci sont à l'origine des modèles didactiques qui permettent de concevoir des exercices, de les organiser en parcours d'apprentissage et de prévoir le contenu et la décision de rétroactions adaptatives. Ce sont ces modèles didactiques, implémentables dans la plateforme numérique, que nous allons définir et décrire dans cette communication. Nous aborderons seulement en conclusion la façon dont ces modèles peuvent être

* LDAR, Univ Paris Est Creteil, F-94010 Creteil – France – brigitte.grugeon-allys@u-pec.fr

** LDAR, Univ Rouen Normandie, F-76000 Rouen – France – elann.lesnes@univ-rouen.fr

*** IUFE et TECFA, Université de Genève – Suisse – sebastien.jolivet@unige.ch

**** LDAR, Université Paris Cité, F-75013 Paris – France – vandebro@u-paris.fr

exploités par l'IA pour adapter les rétroactions et les parcours d'apprentissages aux besoins d'apprentissages des élèves.

II. ÉLÉMENTS THÉORIQUES

Nous nous plaçons dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1999) dans lequel toute activité humaine peut être décrite à partir de tâches t qui relèvent de types de tâches T et qui sont résolues par au moins une technique τ , justifiée par un discours rationnel appuyé sur des savoirs et des justifications, appelé technologie θ , lui-même justifié par une théorie Θ . Ces éléments forment une praxéologie $[T; \tau; \theta; \Theta]$ dite ponctuelle. Dans l'enseignement, les praxéologies ponctuelles (OMP) ne vivent pas seules, elles s'agrègent autour d'une même technologie pour former une praxéologie locale (OML). Ces praxéologies locales peuvent à leur tour s'agréger autour d'une même théorie pour former une praxéologie régionale (OMR). Enfin, les praxéologies régionales peuvent s'agréger en une praxéologie globale (OMG), par exemple l'algèbre ou la géométrie. L'ensemble des praxéologies globales forment une discipline, ici, les mathématiques.

Dans la réalité de la classe, du point de vue cognitif, l'élève est confronté à des tâches t et de son point de vue d'élève, reconnaître qu'une tâche t relève de tel type de tâche T ou se résout en convoquant telle ou telle technique τ est crucial. Ainsi, nous enrichissons les modèles construits dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique afin de pouvoir articuler les aspects institutionnels et épistémologiques avec les aspects cognitifs des domaines de l'algèbre et de la géométrie au cycle 4 (correspondant aux *grades* 7 à 9).

1. *Modélisation didactique du savoir*

Un élève apprend dans une institution dont les programmes fixent l'activité mathématique attendue qui peut être décrite avec la théorie anthropologique du didactique en termes de praxéologies, en particulier de savoirs et de techniques et technologies visés. De plus, un élève de collège a étudié dans plusieurs classes avec différents enseignants et a développé une activité mathématique relativement aux programmes rencontrés. Pour situer l'activité mathématique d'un élève par rapport à celle attendue à un niveau scolaire donné, dans une institution donnée, nous prenons appui sur une praxéologie de référence (Bosch et Gascón, 2005). C'est ce que nous désignerons comme un Modèle Praxéologique de Référence (MPR).

Un MPR décrit les aspects épistémologiques des objets de savoir d'un domaine mathématique et les praxéologies associées à un rapport idoine au savoir visé relativement aux institutions considérées. Dans notre recherche, nous construisons un MPR pour chacun des domaines pris en compte dans la plateforme MindMath (algèbre et géométrie pour les différents niveaux scolaires du cycle 4) mais nous enrichissons les aspects curriculaire et épistémologiques des objets de savoir à partir de résultats de travaux issus d'approches cognitive et sémiotique.

Pour ce faire, nous commençons par décomposer un domaine de savoir en praxéologies régionales et locales. Pour l'algèbre, nous nous appuyons en particulier sur le processus d'algébrisation défini par Munzón (2010). En collège, le domaine algébrique est structuré à partir de deux praxéologies régionales relatives aux expressions algébriques (Pilet, 2015) et aux équations (Sirejacob, 2017). Chaque praxéologie régionale est structurée en quatre praxéologies locales, appelées *Modélisation*, *Représentation*, *Preuve* et *Calcul*, chacune comprenant une ou plusieurs praxéologies ponctuelles (voir figure 1 pour un MPR du domaine algébrique).

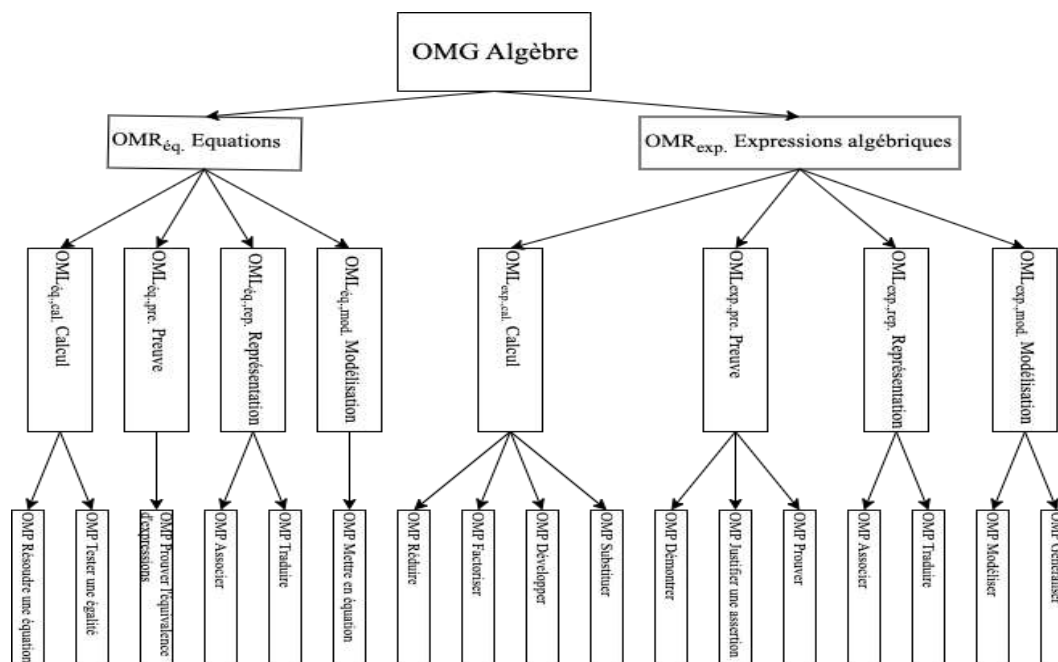


Figure 1 – Modélisation du savoir du domaine algébrique au moyen d'un Modèle Praxéologique de Référence

2. Modélisation didactique de l'élève

Dans une institution donnée, à un temps donné, l'élève peut être confronté à un décalage entre son activité mathématique réelle et celle attendue dans cette institution. Nous définissons ainsi les besoins d'apprentissage comme « ce qui est nécessaire de travailler pour faire évoluer son rapport personnel actuel vers un rapport personnel idoine au regard des attendus de l'institution » (Jolivet, *et al.*, 2021, p. 125). Les besoins d'apprentissage rendent compte du différentiel entre l'état des connaissances de l'élève et les savoirs attendus dans l'institution. Ce qui est à travailler renvoie à des tâches du domaine qui permettent à l'élève de faire évoluer son activité mathématique.

Pour caractériser les tâches du point de vue de l'élève et de ses connaissances nous convoquons des outils cognitifs développés par Robert (2008), notamment en terme de disponibilité des connaissances et de complexité des tâches : entre tâches qui mettent uniquement en jeu des applications directes de connaissances disponibles chez les élèves, peu complexes, à des tâches qui nécessitent des reconnaissances, de l'organisation, et en particulier le convocation d'autres types de tâches pour leur résolution (Castela, 2008).

Reprenant le travail de Grugeon-Allys (2016) sur les modes technologico-théoriques, nous définissons la notion de mode de justification. Un mode de justification est une façon de caractériser l'état des connaissances disponibles de l'élève à un moment donné de son parcours. Pour le déterminer, nous nous appuyons sur les savoirs et les raisonnements mis en œuvre de façon dominante par l'élève (et donc qui justifient ses démarches) dans la résolution des tâches relevant d'une praxéologie locale ou régionale donnée. Nous définissons ainsi des modes de justification *a priori* pour une praxéologie donnée et à un niveau scolaire donné : un mode ancien, un mode en cours de construction et un mode attendu.

En algèbre, nous prenons spécifiquement en compte la double rupture épistémologique entre arithmétique et algèbre, à la fois du point de vue des objets en jeu mais aussi des raisonnements attendus (Vergnaud, 1990). Nous définissons les trois modes de justification que nous caractérisons dans le Tableau 1.

Tableau 1 – Modes de justification en algèbre à la fin du cycle 4

Mode de justification	Mode ancien (arithmétique)	Mode en construction (algébrique de base)	Mode attendu (algébrique)
Repère scolaire	Cycle 3 (<i>grades</i> 4-6)	Début cycle 4 (<i>grades</i> 7 - 8)	Fin cycle 4 (<i>grades</i> 8 - 9)
Praxéologie Modélisation	Démarche arithmétique Lettres comme étiquettes, signe « égal » comme annonce de résultat	Lettres évaluées, variables dans expressions générales élémentaires	Modélisation via expressions, formules (variables), mise en équations (inconnues) Signe « égal » relation d'équivalence
Praxéologie Preuve	Preuve par l'exemple	Généralisation, Programmes de calcul	Preuve algébrique
Praxéologie Représentation	Incohérence entre l'énoncé et la représentation proposée par l'élève (graphique ou écritures numériques abréviatives)	Cohérence entre énoncé et écritures algébriques avec congruence sémiotique	Cohérence entre énoncé et écritures algébriques avec ou même sans congruence sémiotique
Praxéologie Calcul	Calcul arithmétique (erreur : concaténation)	Substitution, distributivité simple pour développer (application directe)	Équivalence d'expressions, Distributivité simple, pour développer, factoriser, distributivité double

Dans la plateforme MindMath, le modèle didactique de l'élève est ainsi constitué d'un n-uplets de modes de justification : un mode pour chacune des praxéologies locales définies pour un domaine de savoir. Par exemple, considérons le profil des élèves avec le quadruplet de modes de justification [Modélisation ; Preuve ; Représentation ; Calcul] et l'énoncé suivant :

« un élève affirme à un autre élève : “Tu trouveras toujours le même résultat si tu prends un nombre, tu ajoutes 4 à ce nombre, tu multiplies le résultat par 3, tu soustrais le triple du nombre de départ et enfin, tu divises le résultat par 2”. Cette affirmation est-elle vraie pour n'importe quel nombre ? Justifie ta réponse. »

Voici trois réponses d'élèves et les profils associés :

Tableau 2 – Réponses d'élèves et profil algébrique associé

Élève	Réponse	Profil algébrique
E1	$\frac{(x+4) \times 3 - 3x}{2} = \frac{3x + 12 - 3x}{2} = \frac{12}{2} = 6$	[attendu ; attendu ; attendu ; attendu]
E2	$x + 4 \times 3 - 3x = 4x + 12$ (preuve algébrique mais écriture linéaire globale non parenthésée)	[attendu ; en construction ; ancien ; en construction]
E3	Avec 3, $3 + 4 = 7 \times 3 = 21$; $21 - 3 \times 3 = 12$; $\frac{12}{2} = 6$ (écriture pas à pas séparée)	[ancien ; ancien ; ancien ; ancien]

III. QUESTION DE RECHERCHE ET HYPOTHÈSE

Nous nous demandons en quoi les modèles didactiques du savoir et de l'élève, que nous venons de présenter, permettent de définir des parcours d'exercices adaptés aux besoins d'apprentissage d'élèves

en algèbre et en géométrie à un niveau scolaire donné et de les implémenter dans un environnement numérique.

Nous faisons l'hypothèse qu'à partir des modèles du savoir et de l'élève et en prenant en compte différentes approches (épistémologique, institutionnelle et cognitive), nous pourrions définir des conditions didactiques pour concevoir les modèles didactiques des tâches et des parcours d'apprentissage. Ceux-ci permettront de générer informatiquement les rétroactions locales sur les exercices et les parcours d'exercices en lien avec les besoins d'apprentissage des élèves.

IV. MODÈLES DIDACTIQUES CONSTRUITS POUR LA PLATEFORME MINDMATH

1. *Modélisation didactique des tâches*

Nous avons défini les modèles didactiques du savoir et de l'élève, or sur la plateforme, les élèves résolvent des tâches, organisées en parcours, dans lesquelles sont mis en jeu les savoirs. Pour aller plus loin dans la modélisation et l'implémentation sur la plateforme nous avons maintenant besoin de modèles didactiques de tâches et de modèles didactiques de parcours.

Adoptant une approche multidimensionnelle comme plus haut, Grapin et Grugeon-Allys (2018) caractérisent didactiquement une tâche par : les savoirs en jeu, sa conformité au curriculum, sa complexité, la ou les technique(s) permettant de la réaliser ainsi que les justifications associées, en particulier celles attendues à un niveau institutionnel donné. Une telle caractérisation permet, en appui sur les modèles didactiques du savoir et de l'élève, de positionner les tâches les unes par rapport aux autres au regard des programmes et d'identifier a priori les justifications erronées ainsi que les classes d'erreurs.

Rappelons que le modèle didactique du domaine de savoir défini plus haut est structuré en praxéologies régionales et locales. Afin d'implémenter dans la plateforme le modèle didactique des tâches, nous nous plaçons dans le cadre développé par Chaachoua (2018) puis Chaachoua *et al.* (2019) et qui étend le cadre de la TAD : T4TEL.

Nous utilisons en particulier la notion de générateur de types de tâches définis par $GT=[\text{Verbe d'action, Complément fixe ; Système de variables}]$. Par exemple, $GT1=[\text{résoudre, une équation du 1}^{\text{er}} \text{ degré ; } VT1, VT2]$ avec $VT1$ la structure de l'équation et $VT2$ le nombre de solutions de l'équation (aucune, une, une infinité). Chacune des praxéologies locales est donc décomposée en générateurs de types de tâches. Nous définissons ensuite des types de tâches en affectant des valeurs aux variables de type de tâches (VT), ce qui rend compte de l'agrégation de différentes technologies dans les praxéologies locales et régionales. Dans le cas présenté, les structures d'équations du premier degré travaillées au collège sont les suivantes : équations de la forme $ax + b = c$ ($a \neq 0$) ou de la forme $ax + b = cx + d$ ($a - c \neq 0$), équation de la forme $P(x) = Q(x)$ (avec $P(x)$ et $Q(x)$ expressions du premier degré) se ramenant à $ax + b = cx + d$, équations de la forme $P(x) = Q(x)$ (avec $P(x)$ et $Q(x)$ expressions du second degré et $\text{degré}(P - Q) = 1$).

Pour construire et caractériser des tâches à partir de ces types de tâches, nous faisons évoluer le modèle T4TEL en introduisant des variables de tâches (Jolivet et al., 2021). Les variables de tâches et leurs valeurs ont ainsi une double fonction : caractériser la portée de certaines techniques (VtP) et caractériser la complexité des tâches (VtC). En instanciant les variables de tâches VtP et VtC , nous définissons des familles de tâches. Une famille de tâches est un ensemble de tâches défini par le choix

des valeurs des variables, ces tâches étant considérées comme semblables à l'aléatoire de génération près. C'est le niveau de granularité le plus fin.

En reprenant le générateur de types de tâches GT1 déjà défini, nous construisons plusieurs familles de tâches. Pour ceci, nousinstancions la variable VtP « nature des solutions » (entière, décimale, rationnelle) et les variables $VtC1$ « nature des coefficients » (N ; $\mathbb{Z}$; D ; $\mathbb{Q}$) et $VtC2$ « complexité de la réécriture » (aucune réécriture, développement, réduction, factorisation).

A partir du générateur GT1=[résoudre, une équation du 1^{er} degré ; VT1 : $ax + b = cx + d$, VT2 : 1 solution ($a - c \neq 0$)], nous définissons différentes familles de tâches, par exemple :

- Famille de tâches $Ft_1 = \{ \text{forme de l'équation } P(x) = Q(x) \text{ avec } d^{\circ}(P), d^{\circ}(Q) < 2, \text{ forme réduite } ax + b = cx + d \text{ et } a - c \neq 0 ; \text{ nombre de solutions : } 1 ; \text{ nature des solutions : } \mathbb{Q} \setminus D ; \text{ nature des coefficients : } \mathbb{Z} ; \text{ complexité de la réécriture : réécriture nécessaire} \}$
- Famille de tâches $Ft_2 = \{ \text{forme de l'équation } P(x) = Q(x) \text{ avec } d^{\circ}(P) = d^{\circ}(Q) = 2 \text{ et } d^{\circ}(P - Q) = 1 ; \text{ nombre de solutions : } 1 ; \text{ nature des solutions : } \mathbb{Q} \setminus D ; \text{ nature des coefficients : } \mathbb{Z} ; \text{ complexité de la réécriture : développement et réduction seulement} \}$

2. Modélisation didactique des parcours

Pour répondre à un objectif d'apprentissage donné, nous définissons un parcours d'apprentissage comme une suite organisée de tâches prenant en compte les modes de justification des élèves. Nous caractérisons des exercices adaptés à cet objectif et aux besoins d'apprentissage des élèves en jouant sur les valeurs de variables de types de tâches et de tâches.

Afin de créer des parcours d'apprentissage, nous définissons d'abord des tâches cibles correspondant aux objectifs des programmes et dont la réussite est visée. Le reste du parcours s'adapte au mode de justification de l'élève relativement à la ou les praxéologie(s) locale(s) en jeu dans le parcours. Ainsi, si le mode de justification de l'élève relève du mode ancien, on pourra lui proposer des tâches pouvant d'abord être résolues par une technique ancienne avant de lui proposer des tâches « pivot » pour négocier la rupture vers les techniques attendues à son niveau scolaire, puis les tâches cibles. Pour un élève dont le mode de justification relèverait déjà de ce qui est attendu, il est possible de proposer directement les tâches cibles puis des tâches plus complexes, faisant intervenir d'autres praxéologies par exemple.

V. ADAPTATION À LA GÉOMÉTRIE

Comme nous l'avons vu, la plateforme MindMath propose aussi un entraînement en géométrie. Or, au cours du cycle 3, les programmes scolaires déclarent vouloir faire passer les élèves d'une géométrie « instrumentée » orientée par la perception ou les instruments à une géométrie « raisonnée » guidée par le raisonnement sur les propriétés. Les propriétés et objets géométriques changent alors de statut au collège sans que ce changement soit forcément explicité (Lesnes-Cuisiniez, 2021). Comme en algèbre, la non prise en compte de cette double rupture épistémologique (liée aux propriétés et aux objets géométriques mobilisés) entre une géométrie « instrumentée » et une géométrie « raisonnée », peut amener des élèves à construire des rapports à la géométrie différents de ceux attendus.

Dans le cadre du projet MindMath, nous avons donc également développé les modèles présentés auparavant en géométrie. Ainsi, pour le modèle du savoir, le MPR de la géométrie est, lui aussi, décomposé en praxéologies régionales : l'une relative aux figures géométriques, l'autre relative aux solides géométriques. Celles-ci sont décomposées en praxéologies locales. Pour l'OMR relative aux

figures géométriques, on obtient : *Construire une figure, Prouver une propriété relative à des figures, Représenter par une figure, Calculer une grandeur géométrique, Modéliser par une figure* (Lesnes-Cuisiniez, 2021).

Pour le modèle de l'élève, nous nous sommes en particulier intéressés à la praxéologie locale de construction de figures, dans le contexte d'un logiciel de géométrie dynamique puisque MindMath est une plateforme numérique. À partir de travaux en didactique des mathématiques, nous avons construit des indicateurs à repérer dans les productions des élèves pour déterminer le mode de justification dont ils relèvent lorsqu'ils résolvent une tâche de cette praxéologie locale (Tableau 2).

Tableau 2 – Modes de justification en géométrie à la fin du cycle 4 pour la praxéologie locale « construire une figure »

Critère	Mode ancien	Mode incomplet en construction	Mode attendu
Repère scolaire	Cycle 3 (grades 4-6)	6 ^e –5 ^e (grades 6-7)	Fin cycle 4 (grades 8-9)
Type de construction	Au jugé	Construction molle (Laborde, 2005)	Construction robuste
Outils utilisés pour la construction	Outils de dessin	Utilisation combinatoire d'outils de construction	Utilisation réfléchie d'outils de construction
Schéma codé			Utilisation d'un schéma codé
Présence et nature du raisonnement	Pas de raisonnement construit	Raisonnement construit pour valider uniquement	Raisonnement préalable
Validation de la construction	Pas de validation, validation perceptive ou par les instruments de tracé	Validation par le déplacement	Validation par les propriétés
Propriétés mobilisées	Pas de propriétés ou propriétés spatio-graphiques	Propriétés erronées ou utilisées hors de leur domaine de validité	Propriétés géométriques bien utilisées
Structure déductive du raisonnement	Argumentation incorrecte ou par juxtaposition	Argumentation incomplète (îlots deductifs)	Raisonnement deductif correct, démonstration

Pour le modèle des tâches, nous avons décomposé la praxéologie locale de construction de figures en générateurs de types de tâches. Ceux-ci ont été identifiés de manière à couvrir les constructions possibles au collège. Par exemple, nous avons défini le générateur de types de tâches GT2=[construire, un triangle ; VT1, VT2] avec VT1 la nature du triangle à construire et VT2 les données de l'énoncé (deux côtés et un angle, un côté et deux angles, etc.). Une fois les types de tâches produits, comme en algèbre, nous définissons des variables de tâches VtP (VtP1 : éléments de la figure déjà construits, VtP2 : instruments à disposition dans le milieu) et VtC (VtC1 : nombre de propriétés minimum à mobiliser dans la résolution, VtC2 : registre de représentation de l'énoncé et désignation du triangle).

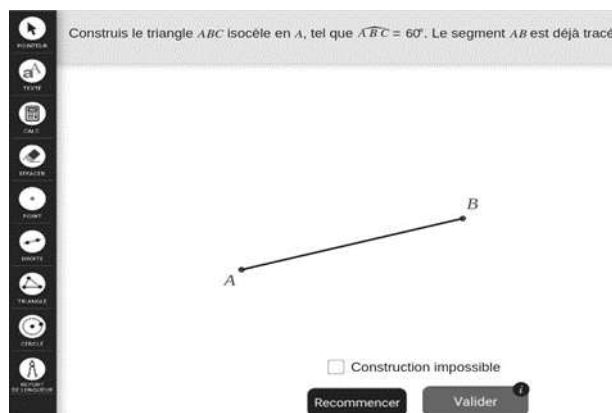


Figure 2 – Exercice « construis le triangle ABC »

Ainsi, nous pouvons produire des familles de tâches en instanciant les variables VtP et VtC, et, à partir de ces familles de tâches, générer des tâches. Par exemple, la tâche présentée sur la figure 2 a été générée à partir du générateur GT2 par les valeurs de variables {VT1 : triangle équilatéral ; VT2 : un côté et un angle sur ce côté ; VtP1 : un côté non-base ; VtP2 : report de longueur (pas de rapporteur) ; VtC1 : 4 ; VtC2 : langage naturel, triangle désigné comme « isocèle »}.

Enfin, les parcours d'apprentissage sont construits de la même façon qu'en algèbre en jouant sur les variables de types de tâches et de tâches pour s'adapter au mode de justification de l'élève.

VI. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Dans notre travail de conception et notre approche multidimensionnelle, nous avons introduit, au-delà des variables de type de tâches de T4TEL, les variables de tâches, VtP et VtC, pour respectivement faire évoluer les justifications en jeu en lien avec la portée de la technique et enrichir les techniques et technologies mobilisées en lien avec la complexité de la tâche.

Notre travail a permis de rendre compte de la pertinence de l'approche multidimensionnelle pour modéliser et calculer les parcours d'apprentissage sur MindMath en prenant en compte le rapport des élèves au savoir. Dans le cadre d'une plateforme d'apprentissage, l'exploitation des modèles basés sur l'expertise didactique soulève plusieurs défis. Tout d'abord comme toute modélisation de la réalité, ils donnent nécessairement lieu à des simplifications, et d'autre part, même dans le cadre d'une approche multidimensionnelle, ils ne peuvent embrasser pleinement la complexité de l'activité mise en œuvre par un apprenant. Ils ne sont pas donc pas pleinement prescriptifs sur les décisions à prendre dans une situation donnée, et aussi ils sont coûteux à produire. D'un autre côté des solutions d'IA sont de plus en plus déployées pour proposer des solutions d'adaptive learning et elles peuvent prendre en compte un grand nombre de paramètres, faire émerger des phénomènes non anticipés ou décrits par les modèles didactiques (Emprin et Richard, 2023). Mais elles rencontrent aussi diverses difficultés, notamment le problème de l'initialisation des algorithmes qui nécessitent un grand nombre de données.

Une piste, qui a été explorée dans le cadre du projet est de faire travailler en complémentarité l'expertise humaine et les modèles didactiques avec les potentialités de l'IA en exploitant une IA symbolique qui intègre les modèles didactiques, notamment pour initialiser les algorithmes, et d'autre part une IA numérique qui va être en mesure d'apprendre au fur et à mesure que les données sont produites.

Dans le projet MindMath cette approche s'est concrétisée autour de la décision des rétroactions à proposer aux élèves. Un modèle de description des rétroactions, reprenant les modèles et cadres

didactiques, a été développé en collaboration entre informaticiens et didacticiens. En complément, quelques hypothèses ont été formulées sur l'adéquation de différents types de rétroactions, décrites par le modèle, avec des situations prototypiques basées notamment sur le mode de justification de l'apprenant. On obtient ainsi un écosystème cohérent entre les exercices, les rétroactions et l'apprenant, qui sont décrits à l'aide de moyens communs. Ces éléments, issus de l'expertise humaine, servent à alimenter et faciliter l'initialisation d'un algorithme de décision des rétroactions dans la plateforme. Plusieurs éléments relatifs à cette approche sont développés dans (Jolivet *et al.*, 2022). L'étape suivante du travail est de pouvoir mettre en œuvre à grande échelle ces éléments, de manière à identifier les résultats produits par l'algorithme d'IA et à les analyser par le prisme des modèles didactiques.

RÉFÉRENCES

- Bosch, M. et Gascón, J. (2005). La praxéologie comme unité d'analyse des processus didactiques. Dans A. Mercier et C. Margolinas (dir.), *Balises pour la didactique des mathématiques. Cours de la 12^e école d'été de didactique des mathématiques CORPS (ISERE), 20-29 août 2003* (p. 107-122). La pensée sauvage.
- Castela, C. (2008). Travailler avec, travailler sur la notion de praxéologie mathématique pour décrire les besoins d'apprentissage ignorés par les institutions d'enseignement. *Recherche en didactique des mathématiques*, 28(2), 135-182.
- Chaachoua, H. (2018). T4TEL, un cadre de référence didactique pour la conception des EIAH. Dans J. Pilet et C. Vendeira (dir.), *Actes du séminaire de didactique des mathématiques 2018, Université Paris Diderot* (p. 8-25). IREM de Paris.
- Chaachoua, H., Bessot, A., Romo, A. et Castela, C. (2019). Developments and functionalities in the praxeological model. Dans M. Bosch, Y. Chevallard, F. Javier Garcia et J. Monaghan (dir.), *Working with the anthropological theory of the didactic: A comprehensive casebook* (p. 41-60). Routledge.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-265.
- Emprin, F. et Richard, P. R. (2023). Intelligence artificielle et didactique des mathématiques : état des lieux et questionnements. *Annales de Didactique et de sciences cognitives*, (28), 131-181.
<https://doi.org/10.4000/adsc.3286>
- Grapin, N. et Grugeon-Allys, B. (2018). Approches psychométrique et didactique de la validité d'une évaluation externe en mathématiques : quelles complémentarités et quelles divergences ? *Mesure et évaluation en éducation*, 41(2), 37-66. <https://doi.org/10.7202/1059172ar>
- Grugeon, B. (1997). Conception et exploitation d'une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 17(2), 167-209.
- Grugeon-Allys, B. (2016). Modéliser le profil diagnostique des élèves dans un domaine mathématique et l'exploiter pour gérer l'hétérogénéité des apprentissages en classe : une approche didactique multidimensionnelle. *e-JIREF*, 2(2), 63-88.
- Grugeon-Allys, B., Chenevotot-Quentin, F. et Pilet, J. (2023). Apports de modèles didactiques pour concevoir des parcours adaptatifs dans un environnement numérique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 43(3), 285-325.

- Grugeon-Allys, B., Pilet, J., Chenevotot-Quentin, F. et Delozanne, E. (2012). Diagnostic et parcours différenciés d'enseignement en algèbre élémentaire. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, (Numéro spécial), 137-162.
- Jolivet, S, Lesnes-Cuisiniez, E. et Grugeon-Allys, B. (2021). Conception d'une plateforme d'apprentissage en ligne en algèbre et en géométrie : prise en compte et apports de modèles didactiques. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, (26), 117-156.
<https://doi.org/10.4000/adsc.1060>
- Jolivet, S., Yessad, A., Muratet, M., Lesnes, E., Grugeon-Allys, B. et Luengo, V. (2022). Rétroactions dans un environnement numérique d'apprentissage : Modèle de description et décision. *Sticef*, 29(2), 87-123. <https://doi.org/10.23709/STICEF.29.2.4>
- Laborde, C. (2005). Robust and soft constructions : two sides of the use of dynamic geometry environments. Dans *Proceedings of the 10th Asian technology conference in mathematics*, 12-16 décembre 2005, Cheong-Ju, Corée du Sud (p. 22–36). ATCM.
- Lesnes-Cuisiniez, E. (2021). *Modélisation didactique de parcours d'apprentissage dans un ELAH pour l'entrée dans le raisonnement géométrique au cycle 4, en appui sur les problèmes de construction de figures planes* [Thèse de doctorat, Université de Paris].
- Munzón, N. R. (2010). *La introducción del álgebra elemental y su desarrollo hacia la modelización funcional* [Dissertation doctorale, Universitat Autònoma de Barcelona].
- Pilet, J. (2015). Réguler l'enseignement en algèbre élémentaire par des parcours d'enseignement différencié. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 35(3), 271-312.
- Robert, A. (2008). La double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques. Dans F. Vandebrouck (dir.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (p. 45-52). Octarès.
- Sirejacob, S. (2017). *Le rôle de l'enseignant dans l'organisation de l'étude personnelle hors la classe de collégiens : le cas des équations du premier degré à une inconnue* [Thèse de doctorat, Université Paris-Diderot].
- Vandebrouck, F. (2008). *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*. Octarès.
- Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(2.3), 133-170. https://www.gerard-vergnaud.org/texts/gvergnaud_1990_theorie-champs-conceptuels_recherche-didactique-mathematiques-10-2-3.pdf