L'IA DANS L'ÉVALUATION EN MATHÉMATIQUES : DÉFIS ET PERSPECTIVES DANS L'ANALYSE DES ERREURS

MOUSSITOU* RONALD R.

Résumé | Cet article explore les apports et les défis de l'intelligence artificielle (IA) dans l'analyse des erreurs en mathématiques. L'IA permet une analyse rapide et précise des erreurs, fournissant des feedbacks immédiats et personnalisés, tout en identifiant les patterns récurrents. Toutefois, des défis subsistent, notamment en matière de formation des enseignants et de potentiels biais algorithmiques. L'étude propose une approche hybride, combinant l'expertise humaine et les capacités de l'IA, pour améliorer l'enseignement.

Mots-clés : intelligence artificielle (IA), analyse des erreurs, enseignement des mathématiques, feedback personnalisé, approche hybride

Abstract | This article explores the contributions and challenges of artificial intelligence (AI) in analyzing errors in mathematics. AI enables rapid and precise error analysis, providing immediate and personalized feedback while identifying recurring patterns. However, challenges remain, particularly in teacher training and potential algorithmic biases. The study proposes a hybrid approach, combining human expertise and AI capabilities to improve teaching.

Keywords: Artificial intelligence (AI), error analysis, mathematics education, personalized feedback, hybrid approach

I. INTRODUCTION ET CONTEXTE

L'évaluation en mathématiques joue un rôle crucial dans le processus éducatif, non seulement en mesurant les compétences des élèves mais aussi en guidant les pratiques enseignantes. Pourtant, les défis associés à l'évaluation sont nombreux et complexes. Les enseignants doivent non seulement identifier les erreurs et les lacunes dans les connaissances des élèves, mais aussi interpréter ces informations pour adapter leur enseignement de manière efficace. Cette tâche devient d'autant plus ardue dans des classes de grande taille où les erreurs peuvent être variées et fréquentes.

Dans ce contexte, l'IA émerge comme un outil prometteur pour transformer l'évaluation en mathématiques. Emprin et Richard (2023) suggèrent que l'IA pourrait transformer l'évaluation en facilitant l'automatisation de la correction des réponses, en offrant des feedbacks rapides et précis, et en permettant une analyse systématique des erreurs. Ces auteurs mettent en avant le potentiel de l'IA pour identifier les obstacles rencontrés par les élèves et pour ajuster les enseignements afin de mieux répondre à leurs besoins spécifiques.

L'IA ne se limite pas à la correction des erreurs; certaines études montrent qu'elle peut potentiellement analyser le raisonnement des élèves ainsi que les preuves instrumentales qu'ils mobilisent lors de la résolution de problèmes. Par exemple, l'IA comme ALEKS (Falmagne et al., 2013) a été utilisés pour identifier les étapes intermédiaires d'un raisonnement mathématique et adapter le feedback en conséquence. Toutefois, son efficacité varie selon les domaines mathématiques et les types d'erreurs, ce qui nécessite des recherches complémentaires. D'après le ministère de l'Éducation du Québec (2022), l'erreur en mathématiques au secondaire peut être un véritable levier pour l'apprentissage lorsqu'elle est analysée correctement et utilisée pour guider l'enseignement.

-

^{*} Université du Québec à Chicoutimi (UQAC) – Canada – rrmoussito@etu.uqac.ca

L'objectif de cette étude est de discuter des défis et des perspectives de l'utilisation de l'IA dans l'analyse des erreurs en mathématiques. En explorant ces aspects, nous visons à montrer comment l'IA peut devenir un atout majeur pour les enseignants de mathématiques, améliorant à la fois l'efficacité de l'évaluation et la qualité de l'enseignement.

Définition des concepts clés

Afin de clarifier les notions abordées dans cette étude, il est essentiel de définir certains concepts fondamentaux liés à l'évaluation des erreurs en mathématiques et à l'usage de l'intelligence artificielle (IA) dans ce domaine.

- Evaluation : L'évaluation est un processus permettant de mesurer la progression des élèves, d'identifier leurs difficultés et d'adapter l'enseignement en conséquence (Black et Wiliam, 1998). Elle peut être formative, lorsqu'elle vise à guider l'apprentissage, ou sommative, lorsqu'elle sert à mesurer les acquis à un moment donné.
- Erreur en mathématiques: L'erreur ne se limite pas à une réponse incorrecte; elle constitue un indicateur du raisonnement de l'élève (Brousseau, 2001). Son analyse permet de mieux comprendre les conceptions sous-jacentes et d'orienter les interventions pédagogiques pour corriger les incompréhensions.
- Intelligence artificielle (IA) en éducation : L'IA désigne l'ensemble des technologies capables de traiter et d'analyser des données pour prendre des décisions automatisées (Luckin et al., 2016). En éducation, elle est utilisée pour détecter les erreurs des élèves, adapter le contenu d'apprentissage et proposer un retour personnalisé.
- Personnalisation de l'apprentissage : Contrairement à la différenciation, qui ajuste l'enseignement en fonction des groupes d'élèves, la personnalisation, facilitée par l'IA, vise une adaptation individualisée du contenu en fonction des erreurs et du rythme d'apprentissage de chaque élève (Tomlinson, 2001).

Cette précision terminologique établit un cadre conceptuel clair, évitant toute ambiguïté dans l'analyse à venir.

PRATIQUES DE L'ÉVALUATION DU POINT DE VUE DE LA II. DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

L'évaluation est envisagée ici comme un levier pour favoriser l'apprentissage et améliorer les pratiques enseignantes en mathématiques (Sayac, 2017). Elle ne se limite pas à mesurer les performances : elle sert aussi à comprendre les difficultés des élèves et à guider les ajustements pédagogiques nécessaires.

1. L'évaluation pour améliorer les pratiques enseignantes

Selon Roditi (2011), un enseignant anticipe, dès la préparation de son cours, non seulement la transmission des savoirs mais aussi leur évaluation. Les résultats obtenus, notamment à travers l'analyse des erreurs, l'aident à repenser ses méthodes, adapter ses contenus, et à mieux répondre aux besoins des élèves.

L'évaluation joue ainsi un rôle de régulation didactique. Elle permet aux enseignants de réfléchir à l'efficacité de leur enseignement et d'ajuster leurs pratiques. En ce sens, elle devient un instrument de développement professionnel, contribuant à améliorer la qualité de l'enseignement et à soutenir les apprentissages en mathématiques (Borasi, 2018).

2. L'évaluation comme levier pour l'apprentissage en mathématiques

Selon De Ketele (1989), l'évaluation est le processus qui consiste à recueillir un ensemble d'informations pertinentes, valides et fiables, puis à examiner le degré d'adéquation entre cet ensemble d'informations et un ensemble de critères choisis adéquatement en vue de fonder la prise de décision. De ce fait, une orchestration adéquate de l'enseignement par l'enseignant est donc nécessaire pour transformer les données recueillies à travers l'évaluation en un levier pour l'apprentissage des élèves en mathématiques. Le terme « orchestration » emprunté à Trouche (2009), fait ici référence à la manière dont l'enseignant traite et convertit les informations obtenues pour personnaliser son approche pédagogique en fonction des difficultés et des déficits des élèves. Nous nommerons « orchestration transformative » cette démarche dans notre étude. Ce concept va au-delà de la simple application de remédiations; il implique une transformation active des pratiques enseignantes basées sur une compréhension profonde des erreurs et des besoins des élèves. L'orchestration transformative vise à convertir les données recueillies à travers l'évaluation en actions pédagogiques concrètes et ciblées, ce qui pourrait permettre à l'enseignant d'optimiser l'apprentissage des élèves. Elle est composée de :

- Collecte et Analyse des Données : Utilisation de diverses méthodes d'évaluation pour recueillir des informations détaillées sur les performances des élèves.
- Identification des Erreurs et des Besoins : Analyse des erreurs pour identifier les difficultés spécifiques et les besoins individuels des élèves.
- Adaptation des Pratiques enseignantes : Modification et personnalisation des méthodes d'enseignement en fonction des données analysées.
- Mise en Œuvre des Interventions : Application de stratégies d'enseignement spécifiques pour remédier aux erreurs et soutenir l'apprentissage.
- Suivi et Réévaluation : Évaluation continue de l'impact des interventions et ajustement des pratiques en conséquence.

III. L'ANALYSE DES ERREURS EN MATHÉMATIQUES

L'analyse des erreurs en mathématiques est un outil essentiel en didactique, car elle éclaire les mécanismes d'apprentissage des élèves et oriente les choix pédagogiques. Selon Brousseau (2011), les erreurs sont des indices révélateurs de la construction des savoirs. En abordant cette analyse, nous nous appuyons sur plusieurs théories et recherches pour éclairer la complexité de ce phénomène et proposer différentes méthodologies pour le traiter.

1. Nature et typologie des erreurs

Les erreurs en mathématiques peuvent être liées à une tâche particulière, et leur nature varie selon plusieurs facteurs. Selon la théorie des Situations Didactiques, les erreurs peuvent être classifiées de différentes manières, telles que les erreurs systématiques, les erreurs liées aux conceptions erronées, et les erreurs épisodiques ou persistantes (Brousseau, 2001). Cette classification aide à structurer l'approche pédagogique et à identifier les erreurs qui méritent une attention particulière.

Erreurs systématiques et conceptions erronées

Exemple typique (Brousseau, 2001) : L'élève qui écrit $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = a - b$ peut le faire pour diverses raisons :

• Il pense réellement que $(a - b)^2 = a^2 - b^2$ en raison d'une simplification excessive ou d'une confusion avec une autre identité mathématique.

- La difficulté de la substitution d'une racine carrée l'a conduit à oublier les termes croisés.
- Un résultat simple semble conforme à ceux que le professeur attend d'habitude.

Erreurs Ontogénétiques et Épistémologiques

Les erreurs ontogénétiques résultent du développement cognitif de l'élève et de ses conceptions intuitives, tandis que les erreurs épistémologiques sont liées aux obstacles rencontrés dans l'histoire de la construction des savoirs mathématiques (Brousseau, 2001). Ces erreurs sont souvent liées à des conceptions correctes dans un contexte mais qui deviennent inappropriées dans un autre. Par exemple, la multiplication vue comme une addition répétée est correcte pour les nombres naturels, mais elle pose problème lorsqu'on aborde les nombres décimaux.

2. Analyse et remédiation

L'analyse des erreurs vise à identifier les conceptions implicites mobilisées par les élèves. Brousseau (2001) propose trois niveaux d'erreurs :

- **Technique** : erreur dans la mise en œuvre d'une procédure.
- Technologique : choix inadapté d'une méthode.
- Théorique: méconnaissance des concepts sous-jacents.

Différencier les erreurs individuelles des erreurs récurrentes permet de construire des interventions pédagogiques ciblées.

Méthodes d'analyse des erreurs

La didactique des mathématiques mobilise une diversité de méthodes pour comprendre la nature des erreurs:

Analyses Factorielles

Les analyses factorielles permettent de regrouper les erreurs selon des structures communes. Cette méthode statistique identifie des dimensions sous-jacentes, telles que des erreurs de procédure ou des confusions conceptuelles. Elle aide à catégoriser les types d'erreurs les plus fréquents selon les domaines mathématiques étudiés.

Techniques Quantitatives

Les questionnaires, tests de performance ou études longitudinales mesurent l'évolution des compétences et l'effet des remédiations. Ces données permettent de justifier des décisions pédagogiques et d'objectiver les effets des interventions (Borasi, 2018).

Approches Symboliques

Les modèles symboliques représentent les raisonnements des élèves sous forme de règles et d'étapes procédurales. Ils permettent d'analyser avec précision les mécanismes cognitifs derrière les erreurs, comme lors de la résolution d'une équation.

Approches Hybrides

Les approches hybrides combinent des techniques issues de l'intelligence artificielle (comme les réseaux de neurones) avec des modèles symboliques. Elles offrent une analyse fine et automatisée de grandes quantités d'erreurs (Emprin et Richard, 2023).

Techniques Qualitatives

Les entretiens, observations en classe ou études de cas apportent une compréhension riche du vécu et des stratégies des élèves. Elles révèlent des éléments souvent invisibles dans les données chiffrées, tels que la perception de la tâche ou l'attitude face à l'erreur (Brousseau, 2009).

Intégration des Méthodes

La combinaison des méthodes qualitatives et quantitatives, ainsi que des modèles symboliques et hybrides, permet une compréhension globale des erreurs. Un protocole peut ainsi commencer par une analyse statistique, se poursuivre par une enquête qualitative, et aboutir à des outils d'intervention adaptés et évalués.

En didactique des mathématiques, l'erreur est une porte d'entrée vers la compréhension des apprentissages. Son analyse, fondée sur une diversité de méthodes rigoureuses, permet non seulement d'interpréter les difficultés des élèves, mais aussi de concevoir des stratégies pédagogiques pertinentes et efficaces.

IV. LES APPORTS DE L'IA DANS L'ÉVALUATION EN MATHÉMATIQUES : ANALYSE DES ERREURS

L'intelligence artificielle (IA) transforme l'analyse des erreurs en mathématiques, en automatisant la collecte et l'analyse des données des élèves. Elle permet d'identifier rapidement les erreurs récurrentes, de fournir des retours personnalisés et de proposer des pistes d'amélioration adaptées à chaque élève (Emprin et Richard, 2023).

1. L'IA dans la détection des erreurs récurrentes en mathématiques

Les algorithmes d'apprentissage automatique et les réseaux de neurones profonds permettent d'identifier des patterns dans les erreurs des élèves et d'en extraire des invariants didactiques (Kumar et al., 2020). Par exemple, des plateformes comme Khan Academy et ALEKS utilisent déjà des modèles prédictifs pour détecter les erreurs typiques des élèves et adapter les exercices en fonction des lacunes détectées (Falmagne et al., 2003). ALEKS (Assessment and Learning in Knowledge Spaces) utilise l'IA pour modéliser les erreurs sous forme de « cartes cognitives ». Ces cartes permettent d'identifier les prérequis manquants et d'ajuster l'apprentissage en conséquence. Par exemple, si un élève fait une erreur sur la factorisation d'un polynôme, ALEKS peut retracer ses erreurs jusqu'à un problème plus fondamental en arithmétique ou en manipulation des fractions (Doignon et Falmagne, 2013).

2. Approches hybrides pour une analyse plus fine des erreurs

Les approches hybrides, combinant apprentissage automatique et approches symboliques, sont particulièrement prometteuses car elles tiennent compte des processus cognitifs sous-jacents aux erreurs (Luckin et al., 2016). Par exemple, le projet MathGPT, développé par OpenAI, est un modèle d'IA conçu pour corriger et expliquer les erreurs des élèves en détaillant chaque étape de leur raisonnement. Une étude récente (Brown et al., 2021) a montré que plus de 80 % des erreurs détectées par MathGPT correspondaient aux erreurs que les enseignants auraient eux-mêmes identifiées, notamment les erreurs conceptuelles en algèbre et les mauvaises applications de formules.

Néanmoins, bien que l'IA offre des opportunités considérables, elle présente aussi des défis :

- La validité des résultats : L'IA peut être biaisée par les données d'entraînement et mal interpréter certaines erreurs. Par exemple, certaines IA détectent mal les approches non conventionnelles mais valides utilisées par certains élèves (Holmes et al., 2019).
- L'absence de flexibilité pédagogique : L'IA ne peut pas remplacer la capacité d'adaptation des enseignants, qui tiennent compte des contextes émotionnels et motivationnels des élèves (Selwyn, 2019).
- Le défi de la formation des enseignants : L'intégration de l'IA dans l'éducation nécessite que les enseignants soient formés pour interpréter les analyses produites et les exploiter pédagogiquement (Zawacki-Richter et al., 2019).

L'IA peut transformer l'analyse des erreurs en mathématiques en identifiant rapidement les schémas récurrents et en fournissant des retours personnalisés. Des IA comme ALEKS et MathGPT montrent déjà des résultats prometteurs. Cependant, des limites subsistent, notamment en lien avec la fiabilité des modèles et la formation des enseignants. Un équilibre entre l'IA et l'expertise humaine est essentiel pour garantir une analyse efficace et adaptée.

ÉTUDE DE CAS : ANALYSE D'UNE ERREUR PRÉCISE

L'analyse des erreurs en mathématiques, bien que complexe, est essentielle pour améliorer l'enseignement et l'apprentissage. Cette étude compare deux approches d'analyse d'une erreur courante : celle d'un enseignant et celle d'une IA, en s'appuyant sur un exemple largement répandu tiré de Brousseau (2001). C'est pour cette raison que nous l'avons retenu. L'erreur en question est l'écriture incorrecte de $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = a - b$.

- Erreur commise par l'élève : $(\sqrt{a} \sqrt{b})^2 = a b$
- Formule correcte: $(\sqrt{a} \sqrt{b})^2 = a 2\sqrt{a}\sqrt{b} + b$

Afin d'analyser cette erreur en profondeur, la copie d'un élève l'ayant commise a été présentée à un enseignant de mathématiques du secondaire au Québec. L'objectif était d'observer comment il identifie l'origine de l'erreur et la manière dont il l'interprète :

1. L'analyse de l'enseignant (Victor)

L'analyse de Victor met en lumière une conception erronée de l'élève en lien avec la gestion des connaissances mathématiques. Voici les points clés de son raisonnement :

- 1. Erreur conceptuelle : L'élève applique une règle incorrecte en supposant que $(a b)^2$ $a^2 - b^2$, ce qui montre une mauvaise assimilation des propriétés mathématiques.
- 2. Problème de gestion des connaissances : L'élève ne distingue pas les règles établies par la communauté mathématique et développe sa propre logique, qui peut lui sembler cohérente mais qui n'est pas mathématiquement valide.

3. Conception erronée mais logique pour l'élève : L'élève n'a pas encore intégré le fait que les règles mathématiques sont justifiées et non arbitraires. Il construit sa propre compréhension, qui doit être déconstruite et reconstruite à travers l'enseignement.

Victor a proposé l'approche pédagogique suivante :

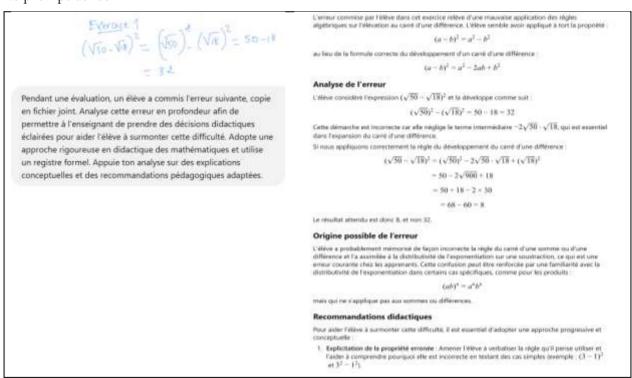
- Rappeler les règles avec des exemples et contre-exemples.
- Encourager l'auto-contrôle pour repérer les erreurs en vérifiant les résultats.

Son analyse témoigne d'une approche réflexive et analytique, visant à comprendre l'origine des erreurs des élèves. Il met en avant l'importance du retour aux fondamentaux, de l'utilisation de contre-exemples et de la validation des résultats. Sa pédagogie proactive cherche à renforcer la compréhension et à encourager les élèves à améliorer leurs compétences mathématiques à travers un processus de réflexion et d'auto-correction.

La démarche de Victor gagnerait en efficacité en intégrant davantage l'auto-évaluation. Encourager les élèves à vérifier leurs réponses et à analyser leurs erreurs par eux-mêmes favoriserait leur autonomie, leur réflexion critique et leur auto-régulation des apprentissages.

2. L'analyse de l'erreur par l'IA

Le prompt utilisé:



```
2. Utilisation de contre-exemples : Présenter des situations où l'application erronée de la régle
    conduit à des résultats manifestement faux. Par exemple
                                                 (5-2)^2-3^2-9
    alors que si on applique l'erreur de l'élève :
                                              5^2 - 2^2 = 25 - 4 = 21
   ce qui est incorrect.

    Développement progressif de (a = b)<sup>2</sup>: Montrer comment s'effectue le développement correct

    et insister sur la présence du terme -2ah.
  Approche visuelle : Utiliser des représentations géométriques (aires de carrés et rectangles) pour
     fustrer que (a-b)^2 inclut trois termes et non seulement a^2 et b^2

    Exercices guidés et autonomes: Proposer des exercices structurés où l'élève doit d'abord
développer des expressions correctes, puis identifier des erreurs similaires à la sienne.
```

L'analyse de ChatGPT est pertinente, mais l'enseignant pourrait l'enrichir en y ajoutant une dimension plus pédagogique et humaine, tenant compte des stratégies cognitives et des difficultés des élèves.

VI. DISCUSSION ET CONCLUSION

Dans l'analyse des erreurs, les enseignants apportent une compréhension contextuelle et une intuition pédagogique précieuse pour analyser les erreurs des élèves. La relation humaine permet d'aborder les erreurs avec empathie, offrant ainsi un soutien émotionnel et des encouragements adaptés aux besoins individuels des élèves. En revanche, l'IA offre une analyse rapide et systématique des erreurs, permettant un feedback immédiat.

Cependant, chaque approche présente des limitations. L'analyse des erreurs par les enseignants peut être chronophage, surtout dans des classes de grande taille, et il peut y avoir des biais personnels dans l'interprétation des erreurs. De son côté, l'IA dépend de la qualité des algorithmes et des données d'apprentissage, ce qui peut introduire des biais, et manque de l'aspect humain et de la flexibilité pédagogique qu'un enseignant peut offrir.

Pour maximiser les bénéfices de l'analyse des erreurs en mathématiques, une approche hybride combinant les forces de l'IA et des enseignants est recommandée. L'IA peut être utilisée pour effectuer des analyses préliminaires et fournir des feedbacks immédiats, tandis que les enseignants peuvent intervenir pour apporter des explications contextuelles et un soutien émotionnel. Les enseignants devraient être formés à l'utilisation des IA pour enrichir leurs pratiques enseignantes et gagner du temps pour des interactions pédagogiques de qualité.

En conclusion, l'utilisation de l'IA dans l'analyse des erreurs en mathématiques ouvre de nouvelles perspectives pour l'enseignement. En automatisant l'analyse des erreurs et en fournissant des feedbacks personnalisés, l'IA permet aux enseignants de mieux comprendre les difficultés des élèves et d'ajuster leurs stratégies pédagogiques en conséquence. Cependant, il est crucial de reconnaître les défis et les limitations associés à cette technologie, notamment en termes de biais algorithmiques. Pour maximiser les bénéfices de l'IA, il est nécessaire de poursuivre les recherches empiriques et d'intégrer les résultats dans les pratiques enseignantes de manière réfléchie. En fin de compte, l'IA doit être vue comme un outil complémentaire qui, utilisé de concert avec l'expertise humaine, peut transformer l'évaluation et l'enseignement des mathématiques.

RÉFÉRENCES

Black, P. et Wiliam, D. (1998). Inside the black box: raising standards through classroom assessment. Phi Delta Kappan, 80(2), 139-148.

Borasi, R. (1996). Reconceiving mathematics instruction: A focus on errors. Bloomsbury Academic.

- Brousseau, G. (2009). Theory of didactical situations in mathematics. Kluwer Academic Publishers.
- Brousseau, G. (2001). Les erreurs des élèves en mathématiques. Petit x, (57), 5-30.
- Brown, T., Mann, B., Ryder, N., Subbiah, M., Kaplan, J. D., Dhariwal, P., ... et Amodei, D. (2020). Language models are few-shot learners. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 33, 1877-1901.
- De Ketele, J.-M. (1989). Méthodologie de l'évaluation des apprentissages. De Boeck Supérieur.
- Doignon, J.-P. et Falmagne, J.-C. (2013). Knowledge spaces. Springer.
- Emprin, F. et Richard, P. (2023). L'IA et l'évaluation des apprentissages. Presses universitaires de France.
- Falmagne, J. C., Cosyn, E., Doignon, J. P. et Thiéry, N. (2003, septembre). The assessment of knowledge, in theory and in practice. Dans *IEMC'03 Proceedings, "Managing Technologically Driven Organizations: The Human Side of Innovation and Change"* (p. 609-615). IEEE.
- Holmes, W., Bialik, M. et Fadel, C. (2019). Artificial intelligence in education promises and implications for teaching and learning. Center for Curriculum Redesign.
- Luckin, R. et Holmes, W. (2016). *Intelligence unleashed: An argument for AI in education*. UCL Knowledge Lab.
- Ministère de l'Éducation du Québec [MEQ]. (2022). L'erreur en mathématique au secondaire : un levier pour l'apprentissage. Gouvernement du Québec.
- Roditi, E. (2011). Pratiques enseignantes et évaluation. L'Harmattan.
- Sayac, N. (2017). L'évaluation en didactique des mathématiques. Revue des Sciences de l'Éducation.
- Selwyn, N. (2019). Should robots replace teachers?: AI and the future of education. John Wiley & Sons.
- Tomlinson, C. A. (2001). Comment différencier l'enseignement dans les classes à niveaux mixtes. Ascd.
- Trouche, L. (2009). Penser la gestion didactique des artefacts pour faire et faire des mathématiques : histoire d'un cheminement intellectuel. *L'éducateur*, *3*, 35-38.
- Zawacki-Richter, O., Marín, V. I., Bond, M. et Gouverneur, F. (2019). Systematic review of research on artificial intelligence applications in higher education—where are the educators? *International Journal of Educational Technology in Higher Education*, 16(1), 1-27.