

LES USAGES DU REGISTRE GRAPHIQUE PAR LES ÉTUDIANTS FUTURS ENSEIGNANTS DE MATHÉMATIQUES : UN CHEMIN À TRACER

| TRAIN* GRÉGORY ET COULANGE** LALINA

Résumé | À partir d'une expérimentation menée auprès d'étudiants de première année de master se destinant au métier d'enseignant, nous interrogeons leurs pratiques d'utilisation du registre graphique des fonctions afin de mieux cerner leur rapport à ce registre et de mieux comprendre les difficultés associées.

Mots-clés : fonctions au lycée et à l'université, registres de représentation, points de vue global/ponctuel/local.

Abstract | Based on an experiment conducted with first-year master's students preparing for a teaching career, we examine their practices in using the graphical representation of functions in order to better delineate their relationship with it and to gain a deeper understanding of the associated difficulties.

Keywords: Functions in high school and university, registers of representation, global/pointwise/local perspectives.

I. PROBLÉMATIQUE ET CADRAGE DE L'ÉTUDE

Nous nous intéressons à l'enseignement et à l'apprentissage des fonctions dans un contexte spécifique, celui d'étudiants en mathématiques se préparant à exercer le métier d'enseignant au secondaire. Ancrée dans les enjeux de la seconde discontinuité de Klein (Grenier-Boley, 2024), notre recherche vise à approfondir la compréhension des difficultés rencontrées par ces futurs enseignants dans ce domaine d'étude, en s'intéressant tout particulièrement aux usages du registre graphique des fonctions et les pratiques qui y sont associées.

L'enseignement et l'apprentissage des fonctions ont fait l'objet de nombreuses recherches régulièrement renouvelées depuis plusieurs décennies (Dubinsky et Harel, 1992 ; Tall 1996 ; Kieran, 2007 ; etc.). À l'Université, l'étude des fonctions gagne en complexité avec l'introduction de l'analyse, marquant le passage d'un point de vue ponctuel/global des fonctions à une articulation et une mise en dialogue avec un point de vue local¹ (Vandebrouck, 2011 ; Rogalski, 2008). Cette diversité de points de vue doit par ailleurs être mise en relation avec celle des différents registres de représentations des fonctions (Duval, 1993).

Concernant plus particulièrement les usages du registre graphique et/ou leurs mises en lien avec le registre des écritures algébriques des fonctions, plusieurs études font le constat de difficultés d'étudiants. Ces difficultés concernent notamment la mise en lien entre la représentation graphique d'une fonction et celle de sa dérivée première et/ou seconde. (Nemirovsky et Rubin, 1992 ; Aspinwall et al., 1997 ; Baker et al. 2000) ou encore de certaines de ses propriétés, telles que la périodicité (Thompson, 1995). La prédominance du point de vue ponctuel sur le registre graphique fait obstacle à la prise en compte des covariations entre variable indépendante et variable image en jeu dans ce registre (Thompson, 1995). Une telle prise en compte est par ailleurs jugée essentielle (Sierpiska, 1988)

* Université de Bordeaux — France — gregory.train@u-bordeaux.fr

** Université de Bordeaux — France — lalina.coulangue@u-bordeaux.fr

¹ Ces points de vue renvoient aux différentes propriétés des fonctions : ponctuelles en un point d'abscisse x_0 , dépendantes uniquement de la valeur de la fonction en ce point ; globales, valables sur des intervalles et locales, dépendantes des valeurs de la fonction au voisinage d'un point.

pour faciliter des tâches de conversion (Duval, 1993) entre le registre graphique et celui des écritures algébriques des fonctions. Les étudiants rencontrent également des difficultés à faire preuve de flexibilité dans le choix du registre de représentation le plus adapté à une tâche donnée (Maschietto, 2001 ; Vandebrouck, 2011). Ce manque de flexibilité et d'autonomie est d'autant plus marqué quand il s'agit de conduire des raisonnements locaux, *ie* portant sur des propriétés locales des fonctions (Maschietto, 2001 ; Praslon, 2000).

Du côté des pratiques enseignantes au lycée, Bloch (2003) révèle l'existence de malentendus quant aux usages du graphique par les enseignants, soulignant un décalage entre ce que le professeur estime que l'élève doit « voir » dans le graphique et ce que celui-ci perçoit réellement. Plus largement, Biza et al. (2009) observent une grande variabilité dans le rôle et la place accordés aux graphiques dans les pratiques enseignantes du secondaire, avec des attentes parfois très différenciées en termes de contrat didactique associé (Brousseau, 1984).

Nous présentons les résultats d'une expérimentation² menée auprès d'étudiants en première année de Master se destinant au métier d'enseignants de mathématiques. A partir de l'examen de tâches de détermination de fonctions dans le registre graphique, cette étude vise à mieux cerner le rapport de ces étudiants à ce registre et à mieux comprendre les difficultés qui y sont associées.

II. MÉTHODOLOGIE DE L'ÉTUDE

Selon Duval (1993), la coordination entre registres sémiotiques constitue une activité cognitive essentielle aux apprentissages conceptuels. La correspondance de deux représentations appartenant à des registres différents prend appui sur l'association des *unités signifiantes* élémentaires constitutives de chacun des deux registres, l'étude de cette mise en correspondance permettant d'évaluer la congruence entre ces registres³ : par exemple, « l'ensemble des points qui ont une abscisse positive » et sa conversion « $x > 0$ » nécessite de combiner deux unités signifiantes « > 0 » pour pallier l'absence, dans l'écriture algébrique, d'une unité signifiante correspondante à « positif ». Duval (1993) souligne par ailleurs que la bidimensionnalité du registre graphique requiert d'identifier des unités signifiantes au-delà du tracé lui-même, en tenant compte de ses relations avec les autres éléments du graphe⁴.

Nous mettons à l'étude dans ce texte des tâches de détermination de fonctions dans le registre graphique, impliquant le traitement et la conversion de représentations entre ce registre et celui des expressions algébriques et intégrant la prise en compte de propriétés locales des fonctions (Vandebrouck, 2011). Notre objectif est de documenter les phénomènes liés à l'articulation des différents points de vue sur les fonctions au sein de l'un et l'autre de ces registres en lien avec la discrimination d'unités signifiantes associées. Les analyses conduites dans la section suivante se centrent sur le repérage et à la discrimination des unités signifiantes mobilisées dans les activités de traitement et de conversion entre registres. En particulier, nous cherchons à examiner dans quelle mesure le registre graphique est susceptible de « supporter » une perspective locale. Nous prenons ainsi

² Cette expérimentation s'inscrit dans le projet STEP (Soutien à la Transformation et l'Expérimentation Pédagogique) de l'Université de Bordeaux. Nous remercions vivement Marie-Line Chabanol, Vincent Bruneau, Sylvain Golénia et Laurent Herr, enseignants-chercheurs à l'Institut de Mathématiques de Bordeaux (IMB), pour leur précieuse contribution et la qualité des échanges qui ont enrichi la conception de cette expérimentation.

³ Duval (1995) identifie trois critères de congruence : la possibilité d'une *correspondance « sémantique »* des unités signifiantes, l'*univocité « sémantique » terminale* et l'ordre possible d'appréhension de ces unités dans les deux registres.

⁴ Par exemple, pour une fonction affine, l'angle entre le tracé et l'axe horizontal est constitutif d'une unité signifiante. Plus largement, dans le cas simple de la représentation de droites dans un graphe cartésien, Duval (1988) identifie jusqu'à huit valeurs à discriminer relevant de trois unités signifiantes distinctes.

en compte dans nos analyses⁵ qu'une même unité signifiante, propre à un registre donné, peut être appréhendée sous différents points de vue — ponctuel, global, local : typiquement, une valeur positive de la dérivée d'une fonction en un point contribue à caractériser la courbe représentative de cette fonction au voisinage de ce point. De manière similaire, un point de vue local posé sur une fonction dans un registre donné peut donner lieu au repérage de différentes unités signifiantes ; typiquement, le comportement d'une fonction à l'infini peut être diversement caractérisé du point de vue des unités signifiantes : une courbe qui monte, plus ou moins rapidement, en oscillant, etc.

Nous avons mené une expérimentation sur deux années (2023 et 2024) auprès de 31 étudiants en première année de Master MEEF (majoritairement issus d'une Licence de Mathématiques). Cette expérimentation s'est déroulée en deux phases : un questionnaire de 10 tâches⁶, incluant des activités de conversion entre registres symbolique et graphique. L'analyse de ces productions a conduit à la sélection de certaines tâches pour la seconde phase, choix fondé non pas que sur des taux de réussite mesurés (par exemple, la tâche n° 1 largement réussie a fait l'objet d'un épisode correctif) mais surtout sur des hypothèses concernant la mobilisation du registre graphique dans la résolution des tâches à l'étude, l'identification d'unités signifiantes et/ou leur nature en tant qu'entités « médiatrices » dans les activités de conversion entre registres. La seconde phase a ainsi consisté en l'organisation d'épisodes correctifs ciblés, au cours desquels un étudiant volontaire présentait la correction d'une tâche devant le groupe, l'enseignant modérant les échanges sans par ailleurs s'interdire d'y participer. De telles modalités visaient en particulier à mettre en discussion les usages possibles du registre graphique dans la résolution des tâches et l'hypothèse que de tels échanges pourraient participer à la renégociation et l'enrichissement de tels usages⁷.

III. ANALYSE DES RÉSULTATS

1. Étude de la tâche n° 1

Tâche n° 1 : Vrai ou Faux ? Justifier On suppose f définie et dérivable au voisinage de $+\infty$. Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = +\infty$
--

Figure 1 – Énoncé de la première tâche

Cette première tâche propose d'évaluer la véracité d'une proposition universellement quantifiée (implicitement) mettant en lien la limite d'une fonction et celle de sa dérivée. Il s'agit de nier une telle proposition en fournissant un contre-exemple. Cette tâche, relativement simple pour des étudiants de ce niveau, est largement réussie (97 % de réussite). L'examen des réponses montre qu'elles sont exclusivement formulées dans le registre des écritures algébriques, confirmant la prédominance de ce registre à l'université. De plus, ces réponses apparaissent peu variées (Figure 2).

⁵ Ceci nous conduit par ailleurs, à considérer, au-delà du seul registre des écritures algébriques des fonctions envisagé par Duval (1993), de nouveaux signes associés aux propriétés locales des fonctions (typiquement, $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$; $\int_a^x f$; f' , etc.), ce que d'aucuns dénomment parfois registre *symbolique* des fonctions.

⁶ L'une des tâches est extraite d'une brochure IREM (IREM 2015).

⁷ Cette séance de formation s'inscrit par ailleurs dans un module plus large de formation sur l'enseignement et l'apprentissage des fonctions au secondaire dont l'un des objectifs affichés est de participer à faire évoluer le rapport d'étudiants se destinant à l'enseignement au registre graphique.

Type de contre-exemple	$f : x \rightarrow x$	$f : x \rightarrow ax$ $a \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$	$f : x \rightarrow ax + b$ $a \in \mathbb{N}^*; b \in \mathbb{N}^*$	$f : x \rightarrow \ln x$
%	39 %	39 %	6 %	16 %

Figure 2 – Variété des réponses proposées

Cette faible diversité nous semble renvoyer à une stratégie de résolution dominante chez les étudiants. Une telle stratégie, confinée au registre des expressions algébriques, consiste en un examen assez systématique d'un ensemble de fonctions « connues », mais en l'absence d'une forme de contrôle sur la conduite et l'organisation de l'examen, à l'instar des propos recueillis dans une copie d'étudiant⁸ : « J'ai essayé avec des fonctions plus simples, comme $f(x) = x$. ».

Cette première tâche, issue d'une série de tâches similaires destinées aux élèves de lycée, est présentée dans une brochure de l'IREM (IREM, 2015) consacrée à l'enseignement des fonctions et conçue pour les enseignants de lycée. Les deux fonctions $x \rightarrow \sqrt{x}$ et $x \rightarrow x + \sin x$ y sont notamment proposées comme solutions possibles (formulées dans le registre des écritures algébriques). Lors de l'épisode correctif, nous avons souhaité interroger les étudiants sur les liens potentiels entre les deux graphiques suivants (Figure 3) et la tâche proposée. En particulier, le second graphique est précisément celui de la fonction $x \rightarrow x + \sin x$, donnée en exemple dans la brochure. L'objectif était d'examiner dans quelle mesure ces fonctions pouvaient ou non être identifiées comme des contre-exemples potentiels au regard de leurs représentations respectives dans le registre graphique.

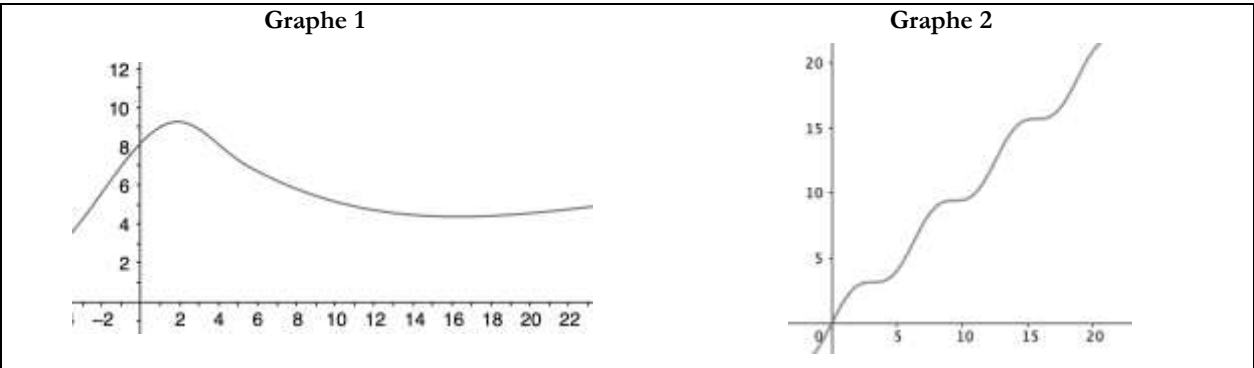


Figure 3 – Les deux représentations graphiques mises à l'étude

Est en jeu ici l'identification de différentes unités signifiantes concernant l'allure des courbes au voisinage de l'infini (Figure 4) et leurs mises en lien avec des propriétés locales des fonctions proposées.

Registre graphique	Registre symbolique
Description verbale d'unités signifiantes visuelles	Unités signifiantes symboliques
La courbe monte	$\lim_{+\infty} f = +\infty$
La montée de la courbe est régulière	$\lim_{+\infty} f' = a$ avec $a \in \mathbb{R}$
La courbe oscille en montant	$\lim_{+\infty} f'$ n'existe pas

Figure 4 – Les unités figurales signifiantes en jeu dans la tâche d'identification des contre-exemples

⁸ Autrement dit, la question ne réside pas tant dans la disponibilité d'un répertoire de fonctions de référence chez les étudiants que dans les mécanismes mobilisés pour exploiter ce répertoire lors de la production du contre-exemple.

Invariablement au cours des deux années d'expérimentation, les étudiants se sont d'abord trouvés déconcertés par cette demande, leurs réactions se concentrant essentiellement sur la pertinence de la question posée.

- [Ens] : Que pourriez-vous dire de ces deux graphiques par rapport à la tâche n° 1 que vous aviez à traiter ?
- [Etudiant n° 1] : Un graphique, ça ne prouve rien.
- [Etudiant n° 2] : En plus, on ne sait pas ce qui se passe à l'infini.

Une majorité d'étudiants tend ainsi à remettre en cause la légitimité du recours au registre graphique dans leurs raisonnements, fermant ainsi la porte à toute réflexion sur les possibilités d'usages de ce registre. Pour autant, la « levée » explicite de cette restriction (sans rentrer en contradiction avec le contrat de preuve algébrique) lors de la suite de l'épisode correctif amène rapidement les étudiants à identifier les deux graphes comme de possibles contre-exemples, impliquant notamment le repérage d'unités figurales signifiantes relatives à l'allure des deux courbes au voisinage de l'infini.

Cet épisode permet deux constats. D'une part, la « renégociation locale⁹ » menée auprès des étudiants sur le registre graphique a mis en évidence que ce dernier pouvait utilement soutenir un point de vue local des fonctions, à travers l'identification d'unités signifiantes et informatives du point de vue de leurs propriétés. D'autre part, il apparaît que les tâches du type de la tâche n° 1 peuvent être abordées en recourant à des stratégies de résolution parfois peu élaborés et interne au seul registre algébrique. Or, le repérage d'unités signifiantes au sein du registre graphique peut, selon nous, enrichir de manière significative la recherche de contre-exemples, fussent-ils algébriques. De ce point de vue, le recours au registre graphique présente un intérêt réel dans la construction du contre-exemple $x \rightarrow x + \sin x$, cité dans la brochure IREM (IREM, p.59) mentionnée plus haut, quand cette dernière semble minimiser l'intérêt d'une telle démarche : « les recherches de contre-exemples graphiques risquent de ne pas être très convaincantes »

2. Étude de la tâche n° 2

Tâche n° 2 : On considère les deux fonctions suivantes f et g définies par $f(x) = \sin(3x + 5)$ et $g(x) = \frac{1}{x^2}$. Tracer à main levée la représentation graphique de la fonction fg

Figure 5 – Énoncé de la seconde tâche

Cette seconde tâche, qui consiste à produire l'allure du graphe du produit de deux fonctions connaissant l'expression algébrique de chacun des facteurs, mobilise potentiellement deux types d'activités : une conversion des expressions algébriques des deux fonctions vers le registre graphique, une activité de traitement dans ce même registre. Cette tâche est particulièrement peu réussie avec seulement 13 % de propositions exactes. Nous résumons¹⁰ dans le tableau suivant (Figure 6) les différentes prises en compte d'unités figurales signifiantes réalisées dans la construction de l'allure du graphe de fg .

⁹ Renégociation portant y compris sur des usages possibles ici de ce registre pour « interroger » des comportements de fonctions à l'infini.

¹⁰ Nous proposons en annexe quelques productions d'étudiants associées.

Registre graphique	Registre symbolique	Pourcentage d'identification
Description verbale d'unités signifiantes visuelles	Unités signifiantes symboliques	
La courbe proche de l'axe des abscisses à l'infini	$\lim_{\pm\infty} fg = 0$	96%
La courbe touche l'axe des abscisses	Les racines de fg	80%
La courbe traverse l'axe des abscisses	Signe de fg	70%
L'axe des ordonnées n'est pas axe de symétrie de la courbe	La non parité de fg	57%
La courbe « comprise » entre les courbes des fonctions g et $-g$	si $ f(x) \leq 1$ alors $ f(x)g(x) \leq g(x)$	23%
La courbe qui descend et proche de l'axe des ordonnées	$\lim_{0^+} fg = -\infty$	19%
Les points de contact entre la courbe de fg et celle de g et $-g$	Les racines de $g(x) = f(x)g(x)$ (les extremums de f) (les racines de f')	15%

Figure 6 – Les unités figurales signifiantes mobilisées dans la construction de l'allure du graphe de fg

Notons d'abord que la statistique ci-dessus exclut 16 % des copies d'étudiants qui se limitent à un traitement algébrique (étude de la fonction et calcul de la dérivée) sans aboutir ni produire de graphe. Les résultats obtenus permettent de faire différents constats. Les unités figurales majoritairement identifiées, au sein du registre symbolique (et correctement converties dans le registre graphique) sont celles classiquement identifiées dans une étude de fonction (calcul des limites, zéros de la fonction, etc.). Si ces dernières participent à alimenter une première allure du graphe, les autres unités figurales sont inégalement investies. Parmi les moins investies, figurent les unités figurales nécessitant un traitement au sein du registre symbolique pour être converties en unités figurales signifiantes dans le registre graphique. Ainsi, moins d'un quart¹¹ des étudiants identifient la région du plan cartésien dans laquelle se situe le graphe. Ils sont encore moins nombreux à identifier les points de contact entre la courbe de fg et celle de g (et ceci même lorsque la courbe de g est explicitement tracée). Un autre phénomène en jeu est celui d'unités figurales graphiques erronées (une courbe symétrique par rapport à l'axe des ordonnées, une courbe qui monte en s'approchant de l'axe des ordonnées pour des valeurs positives proches de zéro¹²) sans être mises en correspondance avec les unités figurales associées du registre symbolique. En particulier, si des moyens de contrôle simples peuvent être utilisés (évaluation ponctuelle de la fonction fg en une valeur proche de zéro, en une valeur et son opposé, etc.), ces derniers ne semblent pas mobilisés.

De façon plus générale, une telle tâche a révélé des étudiants relativement démunis. Toutefois, son étude en formation leur a permis de s'engager dans un exercice de mise en correspondance d'unités signifiantes — autres que celles héritées classiquement de l'étude d'une fonction — dans les registres graphique et symbolique. Cette mise en correspondance d'unités signifiantes, conjuguant aspects ponctuels, globaux et locaux des fonctions, a permis d'informer l'allure de la courbe, que cela concerne son allure globale, des valeurs ponctuelles ou encore son comportement local dans des voisinages.

¹¹ Parmi ceux qui ont proposé un tracé de l'allure du graphe

¹² Cette erreur va d'ailleurs souvent de pair avec l'erreur sur la parité supposée de fg

3. Étude de la tâche n° 3

Tâche n° 3 : Ci-dessous est donnée la courbe représentative d'une fonction f . Tracez à main levée la courbe représentative de la fonction qui à x associe $\int_{-2}^x f(t)dt$

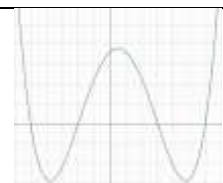


Figure 7 – Énoncé de la troisième tâche

Dans cette troisième tâche, il s'agit, à partir d'une fonction f donnée dans le registre graphique, de déterminer l'allure du graphe de la fonction $F : x \rightarrow \int_{-2}^x f(t)dt$. En particulier, la fonction f est choisie de telle manière à privilégier l'émergence de stratégies relevant de la seule activité de traitement au sein du registre graphique. À l'instar de la tâche n° 2, celle-ci a été mal réussie. Ici, nous commençons par analyser des extraits de transcriptions des épisodes correctifs, en revenant en fin de section sur quelques résultats plus quantitatifs.

Dans cet épisode correctif, un étudiant expose au tableau devant la classe la manière dont il a procédé pour construire mais surtout préciser l'allure du graphe de F .

Échange n° 9 — (2'37"40)

[Étudiant 1] : Du coup, là on peut déjà remarquer des points particuliers. Tous les points d'inflexion, tous les points où la courbe va changer de croissance. Et après on peut aussi rajouter un nombre de tangentes suffisantes pour avoir une représentation de la courbe qui ne soit pas trop mal.



La stratégie qu'il détaille dans un premier temps est accompagné du placement de différents points remarquables et du tracé des tangentes nécessaires à la construction du graphe de F . Cette approche, qui repose sur le traitement d'une unité figurale prise au sein du registre graphique (la valeur prise par f en un point) et son interprétation au sein de ce même registre sur le comportement local du graphe de F au voisinage de ce point (la pente de la tangente au graphe de F en ce point), dans une construction de « proche en proche », rencontre aisément l'accord des autres étudiants. Mais dans un second temps, ce même étudiant s'engage dans une explication différente. Il procède à la construction progressive de la courbe de F , tout en pointant sur le graphe de f affiché au tableau, les variations de l'aire « accumulée » sous la courbe. Cette nouvelle stratégie, nettement éloignée de la première, semble ne pas trouver instantanément l'adhésion du reste de la promotion.

(Échange n° 56 – 16'23"11) :

- [Étudiant 1] : En moins 2, du coup, on est à 0 et on n'avance pas, donc on reste à 0. Et plus on avance dans la courbe, et donc il faut que vous voyiez que, à partir de moins 2, on augmente, donc l'aire augmente. Donc à partir de moins 2 ici, on a une aire sous la courbe qui devient positive. On sait que notre fonction est croissante. En plus de ça, elle croît de plus en plus jusqu'à un point ici, un point d'inflexion. Après, elle va croître toujours, mais de moins en moins. On a bien un point d'inflexion un petit peu après, par-là quoi.
- [Étudiant 2] : Je comprends que c'est avec les aires mais je n'ai pas encore tout compris.

Ce qui semble faire difficulté ici est le changement du système d'unités figurales dans la procédure de construction du graphe : un traitement de l'unité figurale correspondante à l'accumulation de l'aire sous

la courbe de f dans sa mise en lien avec l'évaluation ponctuelle de F au sein du registre graphique. Ce procédé de construction de « proche en proche », reposant sur la mise en système de ces unités figurales, permet par ailleurs de faire émerger d'autres unités significantes. En particulier, dans l'extrait ci-dessous, le positionnement relatif des extremums locaux de F devient nouvelle unité figurale significative dans la construction du graphe :

- [Étudiant] : Et du coup, ici, on sait que l'extrémum, il est supérieur à zéro, parce que l'aire qu'on a ici est plus grande que l'aire qu'il y a là. Donc de la même manière, on sait que le point est plus haut, que le cumul des deux aires va rester positif.

Ce même système d'unités significantes prenant en compte le caractère algébrique de l'aire sous la courbe permet d'étendre la construction du graphe à l'intervalle $] -\infty ; -2]$.

- [Étudiant] : Et il y a une autre subtilité après, c'est quand on est derrière moins deux. Là du coup, effectivement l'aire est négative, mais comme on part d'une borne qui est à moins 2, l'aire de moins deux à moins quatre, c'est moins l'aire de moins quatre à moins deux donc l'aire est positive, vu qu'ici elle est en dessous. C'est pour ça qu'ici on remonte.

Cet épisode illustre une interprétation du théorème fondamental de l'analyse en termes d'unités figurales significantes au sein du registre graphique. Un tel usage semble faire difficulté à bon nombre d'étudiants, ceci dans la mesure où dans 16 % des copies, la réponse évoque une aire sous la courbe sans lien avec la notion de fonction ou encore que dans plus de 30 % des réponses, la courbe n'est tracée que sur l'intervalle $[-2 ; +\infty[$.

IV. CONCLUSION

Nos expérimentations mettent en lumière la persistance de difficultés chez les étudiants à considérer le registre graphique comme support d'une analyse locale des fonctions. Ces difficultés se traduisent tant par la complexité des mises en correspondance entre unités significantes issues de différents registres que par une rigidité dans l'adoption de points de vue flexibles (local, global, ponctuel) sur ce registre.

L'étude de ces tâches en formation a permis une première sensibilisation à ce jeu d'identification d'unités significantes et contribue ainsi à redonner une place à un registre graphique quasi-oublié à l'Université¹³. Par ailleurs, parce que ces tâches mobilisent majoritairement des connaissances acquises au secondaire, elles offrent aux futurs enseignants l'opportunité d'illustrer des usages inédits du registre graphique — comme le suggère la tâche n° 1 — et d'ouvrir la voie à de nouvelles explorations¹⁴, telles que celles proposées par les tâches n° 2 et n° 3, pour organiser les nécessités d'un jeu d'identification d'unités entre registres.

En ce sens, cette expérimentation constitue une première pierre dans la formation des enseignants, posant les jalons pour que ces pratiques puissent irriguer dans le secondaire, même si le chemin à parcourir reste, sans nul doute, encore long.

¹³ Dans une étude déjà ancienne, Vandebrouck (2011) faisait le constat de la quasi-disparition du registre graphique à l'Université. Les résultats de notre étude semblent montrer que la situation actuelle n'a pas tout à fait évolué...

¹⁴ Nous utilisons le terme « explorations » dans la mesure où Vandebrouck (2011) souligne que l'usage majoritaire au lycée du registre graphique est avant tout illustratif, convoqué très largement en fin de l'étude d'une fonction conduite algébriquement.

RÉFÉRENCES

- Aspinwall, L., Shaw, K. L. et Presmeg, N. C. (1997). Uncontrollable mental imagery: Graphical connections between a function and its derivative. *Educational Studies in Mathematics*, 33, 301–317. <https://doi.org/10.1023/a:1002976729261>
- Baker, B., Cooley, L. et Trigueros, M. (2000). A calculus graphing schema. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(5), 557–578. <https://doi.org/10.2307/749887>
- Biza, I., Nardi, E. et Zachariades, T. (2009). Teacher beliefs and the didactic contract on visualisation. *For the Learning of Mathematics*, 29(3), 31–36.
- Bloch, I. (2003). Teaching functions in a graphic milieu: What forms of knowledge enable students to conjecture and prove? *Educational Studies in Mathematics* 52(1), 3–28. <https://doi.org/10.1023/a:1023696731950>
- Brousseau, G. (1994). The crucial role of the didactical contract in the analysis and construction of situations in teaching and learning mathematics. Dans H. G. Steiner (dir.), *Theory of mathematics education* (p. 110-119).
- Dubinsky, E. et Harel, G. (1992). *The concept of function – aspects of epistemology and pedagogy* (MAA Notes n°25). Mathematical Association of America.
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 5, 37-65.
- Grenier-Boley, N. (2024). *Comment choisir des contenus mathématiques pertinents pour comprendre et surmonter la seconde discontinuité de Klein avec les futurs enseignants ? Le cas du produit scalaire*. <https://hal.science/hal-04606178v1>
- IREM. (2015). *Autour de la notion de dérivée en classe de première scientifique*. IREM de Paris.
- Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels : Building meaning for symbols and their manipulation. Dans F. Lester (dir.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (p. 707-762). Information Age.
- Maschietto, M. (2001). Fonctionnalités des représentations graphiques dans la résolution de problèmes d'analyse à l'université. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 21(1.2), 123-156. <https://revue-rdm.com/2001/fonctionnalites-des/>
- Nemirovsky, R. et Rubin, A. (1992). *Students' tendency to assume resemblances between a function and its derivative* (TERC working paper 2-92). TERC Communications.
- Praslon, F. (2000). *Continuités et ruptures dans la transition terminale S/DEUG Sciences en analyse. Le cas de la notion de dérivée et son environnement* [Thèse de doctorat, Université Paris Diderot]. HAL theses. <https://theses.hal.science/tel-01253828v1/document>
- Rogalski, M. (2008). Les rapports entre local et global : mathématiques, rôle en physique élémentaire, questions didactiques. Dans L. Viennot (dir.), *Didactique, épistémologie et histoire des sciences* (p. 61-87). Presses universitaires de France.
- Sierpinska, A. (1988). Epistemological remarks on functions. Dans S. J. Cho (dir.), *Proceeding of the 12th international conference for the psychology of mathematics education (PME12)*, Hongrie (p. 568-575).
- Tall, D. (1996). Functions and calculus. Dans A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick et C. Laborde (dir.), *International handbook of mathematics education* (p. 289-325). Kluwer Academic Publishers.

Thompson, P. W. (1995). Students, functions, and the undergraduate curriculum. Dans E. Dubinsky, A. H. Schoenfeld et J. Kaput (dir.), *Research in collegiate mathematics education I* (p. 21–44). American Mathematical Society.

Vandebrouck, F. (2011). Perspectives et domaines de travail pour l'étude des fonctions. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 16, 149–185.

ANNEXE

GRAPHE DE $f \circ g$ ET EXEMPLES DE PRODUCTIONS D'ÉTUDIANTS CONCERNANT LA TÂCHE N° 2

