



TITRE: DÉVELOPPER LE SENS DE VÉRIFICATION CHEZ LES ÉLÈVES

AUTEURS: DRAI SAMI ET ABOUHANIFA SAID

PUBLICATION: ACTES DU HUITIÈME COLLOQUE DE L'ESPACE MATHÉMATIQUE FRANCOPHONE – EMF 2022

DIRECTEUR: ADOLPHE COSSI ADIHOU, UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE (CANADA/BÉNIN) AVEC L'APPUI DES MEMBRES DU COMITÉ SCIENTIFIQUE ET DES RESPONSABLES DES GROUPES DE TRAVAIL ET PROJETS SPÉCIAUX

ÉDITEUR: LES ÉDITIONS DE L'UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

ANNÉE: 2023

PAGES: 1070 - 1082

ISBN: 978-2-7622-0366-0

URI:

DOI:

Développer le sens de vérification chez les élèves

DRAI¹ Sami – ABOUHANIFA² Said

Résumé – Cet article vise à connaître dans quelle mesure les apprenants de 3^{ème} année collégial possèdent des compétences de vérification. Nous avons introduit un test et un sondage à travers lesquels nous analysons la façon dont pensent les élèves et dont ils résolvent le test, créant en même temps l'existence ou l'absence de l'aspect de l'auto-vérification pendant le test. Nous concluons qu'il est pertinent d'examiner le travail personnel de l'élève et son mécontentement vis-à-vis de ses résultats.

Mots-clefs : Auto-vérification, Validation, Substitution, Comparaison, Représentations, Erreurs.

Abstract – This article aims to find out to what extent 3rd year college learners possess verification skills. We have introduced a test and a survey through which we analyze how students think and how they solve the test, creating at the same time the existence or absence of the self-checking aspect during the test. We conclude that it is relevant to examine students' personal work and their dissatisfaction with their results.

Keywords: Self-verification, Validation, Substitution, Comparison, Representations, Errors.

1. Lycée Farabi City Vectorial, Maroc, sami.drai14@gmail.com

2. CRMEF-CS Settat, Éducation et formation des enseignants, Maroc, saidabouhanifa@yahoo.fr

Introduction

Le problème de la gestion des erreurs dans les classes se pose à tout professeur au quotidien. Par exemple lorsque nous avons commencé à enseigner le calcul algébrique, nous nous sommes rapidement aperçus que beaucoup d'élèves rencontraient des difficultés, en particulier avec les notions de la résolution des équations, des inéquations et des situations problèmes. Nous avons alors émis l'hypothèse que l'utilisation de moyens de contrôle de ses résultats pourrait permettre à un élève de prendre conscience de ses erreurs, puis d'y remédier. C'est ainsi que nous avons orienté notre travail de recherche vers les vérifications dans le calcul algébrique. Nous avons donc élaboré, en nous appuyant sur des résultats de recherche concernant les vérifications dans d'algèbre, une typologie des processus de vérification pouvant être mis en œuvre par des élèves de 3^{ème} année collégiale lors d'exercices. Nous avons alors conçu et réalisé une expérimentation visant à favoriser l'utilisation par les élèves de ces processus de vérification. Celle-ci s'est déroulée en trois temps : tout d'abord, un test diagnostique, afin de voir si les élèves vérifiaient spontanément leurs résultats et quels moyens ils utilisaient, puis, lors de la phase de synthèse, nous avons institutionnalisé des processus de vérification que nous avons utilisés dans les exercices, et enfin, nous avons testé la mise en œuvre et l'impact de ces vérifications sur les apprentissages des élèves. Pour résoudre une situation d'apprentissage, l'élève doit pouvoir vérifier les résultats et juger de leur crédibilité. Par conséquent, nous aborderons l'auto-vérification dans la phase collégiale.

Contexte et objectifs de la recherche

Pour résoudre une situation pédagogique dans cette matière, l'élève doit être en mesure de vérifier les résultats obtenus et de juger de leur crédibilité. Tout cela constitue ce que l'on appelle l'auto-vérification (Nimier, 1989) de l'élève, qu'il effectue lors de la réalisation d'une situation.

Par conséquent, à travers notre sujet, nous essaierons d'aborder la nature de l'auto-vérification dans la phase préparatoire. Et les actions automatiques des élèves (qu'elles se produisent ou non en raison de demandes publiques) sont loin d'être une vérification complète ! A minima, l'étape de vérification doit amener les élèves à se poser un certain nombre de questions liées aux différentes étapes de leur processus de résolution (Boufi & Abouhanifa, 2019) : ai-je bien analysé le problème ? Ai-je résolu le problème correctement ? Ai-je communiqué la solution correctement ?

Dans le problème d'étude, face à la production mathématique, l'élève doit pouvoir vérifier son résultat, juger de la cohérence, de la validité et de la rigueur de sa démarche et s'engager de manière réfléchie dans la décision, en faisant preuve de jugement. Ces procédures traduisent la maîtrise de l'élève sur l'activité mathématique et le développement de la pensée mathématique. Quel est le scénario proposé pour développer l'aspect d'auto-vérification des apprenants, et à partir de là, les questions générales mentionnées ci-dessus doivent être divisées en sous-questions plus spécifiques : quelle est l'étendue de la compétence ou de la technique d'auto-vérification des apprenants ?

Quelles sont les méthodes que l'enseignant doit suivre pour développer l'aspect d'auto-vérification des apprenants ? Quels sont les types d'activités qui jouent un rôle majeur dans le développement de l'aspect d'auto-vérification des apprenants ?

Et notre objectif dans cette étude est amener les élèves à développer des stratégies de vérification efficaces, savoir dans quelle mesure les apprenants ont maîtrisé la compétence d'auto-vérification à la lumière des résultats du test, suggérer les méthodes que l'enseignant devrait suivre pour développer l'aspect d'auto-vérification des apprenants et développer le scénario proposé sur les activités qui développeraient l'aspect d'auto-vérification des apprenants. L'importance de l'étude est donc de sensibiliser les confrères à l'importance et à la nécessité de l'auto-vérification à la lumière de l'approche par compétences, de soutenir les professeurs, en particulier les nouveaux diplômés, et leur fournir cette étude pour les aider à approfondir et à mettre à jour leurs connaissances dans le domaine de l'auto-vérification. L'étude répond à un désir personnel et à un intérêt scientifique pour nous, et elle nous aide à éliminer la barrière que l'apprenant ressent lorsqu'il résout une situation grâce à la compétence d'auto-vérification et au mécanisme d'auto-surveillance, ce qui peut augmenter la réussite scolaire et développer la pensée logique et mathématique des apprenants. De plus, l'élève doit être capable de décomposer ces questions générales en sous-questions plus spécifiques et disposer d'un certain nombre d'outils pour tenter d'y répondre correctement. Dans notre sujet, nous travaillerons sur le développement de la soi-disant «vérification».

À propos de la vérification

Aspect théorique

Le processus de production de l'apprenant se déroule en quatre étapes : préparation, collecte d'idées, éclairage (l'étape de test fait partie des méthodes de la solution observée) et vérification (confirmation de la cohérence du résultat avec le requis), voir Hadamard (1975). En effet, au cours de notre étude, nous avons constaté que le mécanisme de vérification ne peut être réalisé qu'en retenant ces quatre étapes. D'autre part, le processus de vérification consiste à déterminer si une tâche est achevée, si un résultat ou un raisonnement est accepté. Selon Balacheff (1988) le processus de vérification relève de la cohérence interne vis-à-vis des connaissances de l'élève et est de l'ordre de la conviction personnelle tandis que le processus de validation relève plutôt de la cohérence interne des savoirs mathématiques et relève aussi de l'ordre de la convention sociale, dans le sens où la preuve a pour but d'établir la vérité par un moyen socialement reconnu. Et nous avons aussi retenu l'importance de la situation dans laquelle se trouve l'élève et de l'évaluation qu'il fait des enjeux de la vérification, en particulier en temps limité. On distingue deux types d'auto-vérification : une vérification basée sur les anticipations et une vérification basée sur le retour à la situation-problème (Coppé, 1993).

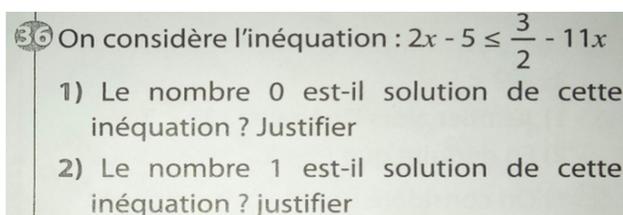
Analyse des programmes

Au Maroc, les équations du premier ordre sont introduites, dès la classe de 1^{ère} année collégiale (élèves de 12-13 ans) et par prolongement en classe de 2^{ème} année collégiale. D'autre part les inéquations sont étudiées par les élèves la première fois en classe de 3^{ème} année collégiale. Les élèves de 1^{ère} et 2^{ème} année commencent juste à manipuler les inconnues mais aucune compétence en termes de travail sur des expressions algébriques n'est exigible. On peut constater que la notion de « test pour des valeurs » est au programme mais en lien avec l'approche de résolutions des équations. Le terme « tester » apparaît donc mais il n'est pas précisé si cette action est liée ou non à une vérification. Les programmes de 1^{ère}, 2^{ème} et 3^{ème} année sont limités seulement à la vérification des solutions obtenues. Cependant l'institution scolaire ne demande pas explicitement aux élèves d'être capables de vérifier un résultat. Dans le programme de 3^{ème} année collégiale, l'accent est mis sur le fait d'utiliser simultanément différents registres (graphique, numérique, algébrique, géométrique). Ainsi, en changeant de registre, on peut vérifier un résultat trouvé. Nous avons donc constaté que les vérifications étaient peu présentes dans les programmes du collège et que seules les vérifications par changement de registres étaient mises en avant dans les programmes de 3^{ème} année.

Analyse des manuels scolaires

Nous avons étudié trois manuels de 1^{ère} année, trois manuels de 2^{ème} année et trois manuels de 3^{ème} année. On peut constater que les vérifications sont peu présentes. Nous avons seulement trouvé les types de vérification suivants : techniques, par condition nécessaire et pas suffisante, par essais, par changement de cadre et par analogie avec un autre problème (Coppé, 1993).

Par exemple, dans le manuel de 3^{ème} année *L'univers des maths* (2019), l'exercice (figure 1) pourrait constituer une vérification de type substitution, mais le terme n'est pas employé. De façon plus générale, nous avons remarqué que certains manuels proposaient des exercices dont la vérification est utilisée implicitement. Ce sont des tâches qui incitent les élèves à vérifier parmi les nombres cités ceux qui réalisent les inéquations.



36 On considère l'inéquation : $2x - 5 \leq \frac{3}{2} - 11x$

- 1) Le nombre 0 est-il solution de cette inéquation ? Justifier
- 2) Le nombre 1 est-il solution de cette inéquation ? justifier

Figure 1 – Exercice extrait du manuel « Univers maths » (2019)

Analyse a priori du test diagnostique

Dans ce document, nous ne discuterons que du test diagnostique (annexe 1). Ainsi que nous l'avons mentionné dans l'introduction, nous avons opté pour la question du test en relation avec les objets de connaissance : équation/inéquation et la situation problématique. Nous avons par conséquent construit une simulation comprenant trois exercices. Tout d'abord, nous avons suggéré un test diagnostique aux apprenants dans le but de mesurer leur perception du sens des résolutions d'équations, d'inéquations et situations problématiques. Ensuite, une évaluation en classe a été faite sous forme de sondage pour débattre du sens de ces concepts et pour élaborer des processus de vérification. Enfin, les apprenants ont dû utiliser ces processus dans un travail surveillé où les vérifications ont été importantes dans le sens de valider ou parvenir à une solution. Notre choix a été de fournir aux élèves des énoncés presque similaires pour permettre de comparer les résultats obtenus et de juger de tout éventuel progrès. Cette épreuve a été effectuée dans une école de la région de Casablanca-Settat avec une classe de 30 élèves de 3^{ème} année collégiale. Le test a duré environ une heure. Les élèves ont été informés qu'ils devaient travailler en individuel et en silence.

Exercice 1

Pour le premier exercice (annexe 1), nous avons proposé trois équations de premier degré avec une seule inconnue afin qu'elles soient accessibles aux élèves de 3^{ème} année collégiale. Le but est de vérifier les solutions proposées en remplaçant l'inconnue avec les valeurs proposées. Dans ce cas, le mécanisme de vérification consiste à revenir à l'équation et à remplacer x par les valeurs données. L'équation peut avoir une, plusieurs ou une infinité de solutions, et dans le deuxième cas l'inconnue peut être une variable (prend une infinité de valeurs). Nous avons également diversifié les équations pour nous assurer que l'élève est bien à utiliser le mécanisme de vérification en utilisant aussi des connaissances et des prérequis.

Exercice 2

Pour cet exercice, nous avons proposé encore trois inéquations du premier degré (ou qui se ramènent à une inéquation du premier degré) avec une seule inconnue. Le but est de vérifier les solutions proposées en remplaçant l'inconnue par les valeurs proposées. Dans ce cas, le mécanisme de vérification consiste à revenir à l'inéquation et à remplacer x par les valeurs données. L'inéquation peut avoir une infinité de solutions sur un intervalle ou pas de solutions. Et dans cet exercice, nous avons diversifié les inéquations pour nous assurer que l'élève est bien à utiliser le mécanisme de vérification en utilisant aussi des connaissances et des prérequis.

L'élève E4 (Figure 2), au lieu de vérifier directement en remplaçant les suggestions données et voir si les équations sont vérifiées, a préféré résoudre les équations pour affirmer les solutions proposées. La vérification était absente chez cet élève.

L'élève E15 (Figure 3) a vérifié les solutions proposées dans la deuxième et la troisième équation mais dans la première équation on peut dire qu'il a préféré vérifier à résoudre l'équation et en général, le mécanisme de vérification a existé fortement chez l'élève E15.

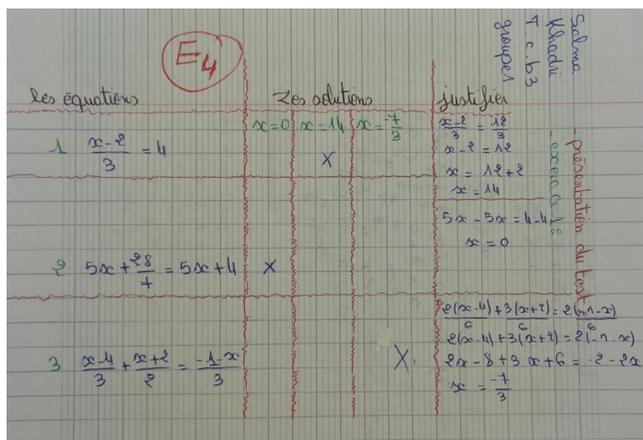


Figure 2 - Production de l'élève E4

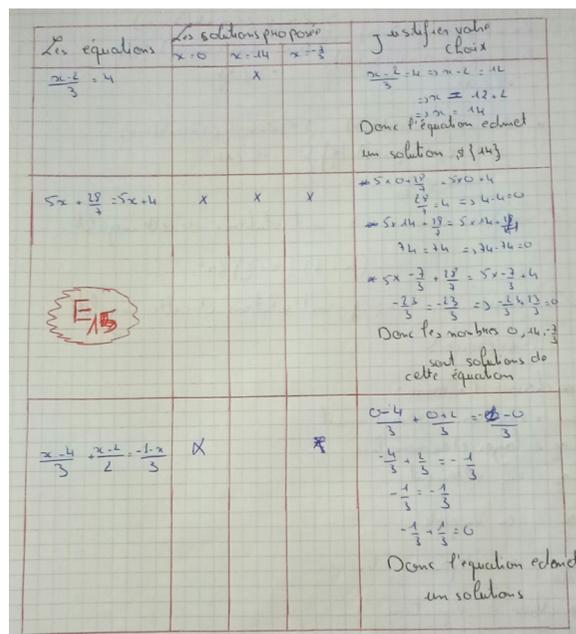


Figure 3 - Production de l'élève E15

Analyse a posteriori pour l'exercice 2

	Numéros des élèves : Niveau 9 ^{ème}																														Total		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30			
Vérifier					+										+															+			3
Résoudre	+		+	+				+	+		+	+	+	+		+		+				+	+				+						14
Résoudre + Vérifier		+												+																	+		3
Pas de réponse						+				+							+		+	+			+	+	+		+		+			10	

Tableau 2 - Niveau 9^{ème} (30 élèves), exercice 2

Concernant les inéquations, le mécanisme de vérification est peu présent dans les réponses des élèves (tableau 2) ; ils se limitent toujours à résoudre des inéquations sans faire référence aux solutions proposées aux inégalités ci-contre sur le test, ils ne savent pas employer la vérification par comparaison en utilisant l'un des signes : $<$ ou \leq ou \geq ou $>$, ce qui montre d'avantage que les élèves ne maîtrisent pas ce mécanisme en anticipant le résultat et que certains d'entre eux ne savent pas y parvenir. Par exemple, dans les trois inéquations, quelques apprenants ont donné une seule solution et d'autres ne parviennent pas (Figures 4 et 5), alors que toutes les réponses proposées sont correctes. Ici, le problème réside dans l'interprétation mathématique à travers l'anticipation des écrits obtenus auprès des apprenants. Par exemple la résolution de l'inéquation $2x-1 \leq 3$ conduit à $x \leq 2$ et la résolution de l'inéquation $2x-6 \leq 5x+4$ conduit à $x \leq 18$ et la résolution de l'inéquation $(x+1)(x-\frac{3}{2}) \leq x^2$ conduit à $x \geq -3$. Certains apprenants ne réussissent pas à résoudre des inégalités ; Ils seront donc en mesure de se rendre compte de l'erreur, ce qui donne un sens au mécanisme de vérification. En revanche, il y a des élèves (E : 5-15-28) qui ont fait la bonne vérification à travers la substitution de l'inconnue x , ensuite ils ont anticipé le résultat en comparant les membres de l'inégalité.

<p>Figure 4 - Production de l'élève E18</p>	<p>Figure 5 - Production de l'élève E14</p>

L'élève E18 (Figure 4) ne sait pas comment vérifier les solutions proposées. On remarque que les démarches suivies dans les résolutions des trois inéquations sont correctes mais ne sont pas demandées et il n'a pas interprété les résultats obtenus car il y a un problème au niveau du contrôle sémantique pour avoir le sens des choses et un peu de méta-connaissance (définitions, théorèmes, propriétés) pour avoir anticipé que toutes les propositions sont justes pour les trois inéquations. Pour une bonne validation, qui réalise une bonne auto-vérification, cela aussi obstrue le mécanisme de vérification.

Pour la première inéquation l'élève E14 (Figure 5) vérifie les solutions proposées par deux méthodes différentes, la vérification était correcte pour la première inéquation ; dans la deuxième et la troisième

inéquation, il a anticipé le résultat en résolvant les inéquations, alors il a choisi une stratégie plus efficace et moins coûteuse en temps. La composante du contrôle utilisée ici est le discernement, le choix éclairé de la stratégie pour faire la vérification.

Analyse a posteriori pour exercice 3

Quant au troisième exercice, il s'agit d'une situation problématique issue de la réalité sociale dont le but est de contrôler le mécanisme d'auto-vérification de l'apprenant. La majorité des élèves n'a pas bien compris le contexte : la plupart des élèves ont dû manquer de connaissances dans les apprentissages précédents, ce qui gêne l'application du mécanisme de vérification. 20 % des élèves ont pu poser l'inconnue, mettre en équation, la résoudre et à la fin ils n'ont pas vérifié leurs réponses. On observe qu'il y a 80% des élèves qui n'arrivent à répondre : il y a un problème avec les prérequis des consignes précédentes.

L'élève E14 (Figure 6) a bien choisi l'inconnue, il a transformé le contenu du contexte en équation, il l'a résolue mais il n'a pas vérifié la solution obtenue. Le problème demande de trouver un revenu, ici il faut encore anticiper que la valeur sera positive, cela demande un peu de méta-connaissance. Enfin la vérification reste toujours absente chez les élèves (E : 5,7,14, 15, 24,30).

EXERCICE 3

On pose X est le revenu annuel de cet employé

$$14500 + \frac{X}{5} + \frac{X}{3} + \frac{X}{8} + \frac{X}{10} = X$$

(E30)

$$\left(\frac{X}{5} + \frac{X}{3} + \frac{X}{8} + \frac{X}{10}\right) - X = -14500$$

$$\left(\frac{X \times 24}{5 \times 24} + \frac{X \times 40}{3 \times 40} + \frac{X \times 15}{8 \times 15} + \frac{X \times 12}{10 \times 12}\right) - X = -14500$$

$$\left(\frac{24X}{120} + \frac{40X}{120} + \frac{15X}{120} + \frac{12X}{120}\right) - X = -14500$$

$$\left(\frac{24X + 40X + 15X + 12X}{120}\right) - X = -14500$$

$$\frac{91X}{120} - X = -14500$$

$$-29X = -14500 \times 120$$

$$X = \frac{1740000}{29}$$

$X = 60000$ est le r.a. de cet employé

Figure 6 - Production de l'élève E14

Conclusion

Au fil des conversations et par le test diagnostic avec les élèves, il apparaît théoriquement et expérimentalement qu'il y a un problème dans les apprentissages précédents qui sont responsables de l'obstruction du mécanisme de vérification chez apprenant. Dans les différentes approches théoriques adoptées dans la résolution de situations, les théoriciens (Balacheff, 1987 ; Coppé, 1993 ; Saboya, 2010) s'accordent sur l'importance de l'étape de vérification, et l'application de ce type de méthode difficile est considérée comme une caractéristique essentielle pour distinguer les experts des novices dans la résolution de problèmes ou de situations. Difficultés de vérification en tant qu'étape abstraite qui surgit dans la pensée de l'apprenant et qui ne peut être contrôlée par l'enseignant. Généralement, l'enseignant essaie de faire acquérir cette compétence à l'élève par des instructions telles que : « révisez votre papier » ou « vérifiez vos réponses ». Nous savons que cette méthode a un faible effet sur l'apprenant en vérifiant sa réponse spontanément, et l'apprenant préfère toujours que l'enseignant l'assure de l'exactitude de sa réponse (Coppé, 1993).

Les résultats apportent également un éclairage par rapport aux défis perçus en lien avec le problème proposé. Le besoin de développer des stratégies de vérification chez les élèves, par une formation massive. D'autres défis, selon les participants, résident dans l'aspect de la confiance en les mathématiques, car le manque de pratique et d'activation du mécanisme de vérification par ses élèves dans le domaine mathématique est perçu comme un obstacle au développement de la stratégie de vérification.

Références

- Balacheff, N. (1987). Processus de preuve et de validation. *Educational Studies in Mathematics*, 18, 147-176.
- Boufi N., Abouhanifa S. (2019) Analyse du processus de résolution d'un problème économique à travers les techniques d'optimisations. *American Journal of Innovative Research and Applied Sciences*, 8(5), 161-176.
- Coppé, S. (1993) *Processus de vérification en mathématiques chez les élèves de premières scientifiques en situation de devoir surveillé*. Thèse de doctorat inédite. Université de Lyon.
- Hadamard, J. (1975) *Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique*. Gauthier-Villars. Paris.
- Nimier, J. (1989). *Entretiens avec des mathématiciens (L'heuristique mathématique)*. IREM de Lyon.
- Saboya, M. (2010). *Élaboration et analyse d'une intervention didactique co-construite entre chercheur et enseignant, visant le développement d'un contrôle sur l'activité mathématique chez les élèves du secondaire*. Thèse de doctorat. Université du Québec à Montréal.

Annexe

Test diagnostique proposé aux élèves

❖ Présentation du test

Consigne : Les correcteurs blancs et les effaceurs sont interdits (barrer proprement en cas d'erreur). Les calculatrices sont autorisées mais il faut écrire sur cette feuille tous les calculs effectués avec.

➤ Exercice 1 :

Remplir le tableau ci-dessous en mettant le signe (x) dans les solutions proposées en justifiant tes choix .

Les équations	Les solutions proposées			Justifier votre choix
	$X = 0$	$X = 14$	$X = \frac{-7}{3}$	
1 $\frac{X-2}{3} = 4$				
2 $5X + \frac{28}{7} = 5X + 4$				
3 $\frac{X-4}{3} + \frac{X+2}{2} = \frac{-1-X}{3}$				

➤ Exercice 2 :

- Les nombres qui sont proposées sont :

-1	;	$\frac{-1}{2}$;	$\frac{3}{2}$;	0
------	---	----------------	---	---------------	---	-----

- Choisissez parmi les nombres ci-dessus ceux qui réalisent l'inégalité suivante en justifiant votre choix :
 $2x - 1 \leq 3$
- Choisissez parmi les nombres ci-dessus ceux qui réalisent l'inégalité suivante en justifiant votre choix :
 $2x - 6 \leq 5x + 4$
- Choisissez parmi les nombres ci-dessus ceux qui réalisent l'inégalité suivante en justifiant votre choix :
 $(x+1)\left(x-\frac{3}{2}\right) \leq x^2$

➤ Exercice 3 :

Un employé dépense un tiers de son salaire en loyer et en nourriture, un huitième en vêtements, un cinquième en impôts et un dixième en dépenses diverses. Si vous savez que l'employé a économisé 14.500 dirhams cette année, quel est son revenu annuel