Titre: Les transformations géométriques dans les programmes de mathématiques au Sénégal

Auteurs: DIACK Thiendou, DIA EL Hadji Malick et BA Cissé

Publication: Actes du huitième colloque de l'Espace Mathématique Francophone – EMF 2022

Directeur: Adolphe Cossi Adihou, Université de Sherbrooke (Canada/Bénin) avec l'appui des membres du comité scientifique et des responsables des groupes de travail et projets spéciaux

Éditeur: Les Éditions de l'Université de Sherbrooke

Année: 2023

Pages: 1057 - 1069

ISBN: 978-2-7622-0366-0

URI:

DOI:

Les transformations géométriques dans les programmes de mathématiques au Sénégal

DIACK[1] Thiendou – DIA[2] EL Hadji Malick – BA[3] Cissé

Résumé – Au Sénégal, l'étude des transformations géométriques occupe une place importante dans l'enseignement des mathématiques, plus particulièrement dans les séries scientifiques, mais elle est souvent insuffisamment prise en charge dans le savoir enseigné. Une analyse du programme de mathématiques sénégalais a ainsi permis de déterminer les habitats et les niches des transformations géométriques dans les différentes réformes des programmes de mathématiques.

Mots-clefs : transformations géométriques, programme de mathématiques, écologie des savoirs, habitat, niche.

Abstract – In Senegal, the study of geometric transformations occupies an important place in the teaching of mathematics, more particularity in scientific series, but it is often insufficiently supported in the knowledge taught. An analysis of the Senegalese mathematics program has thus made it possible to determine the habitats and niches of geometric transformations in the various reforms of the mathematics programs.

Keywords: geometric transformations, mathematics program, ecology of knowledge, habitat, nest.

1. Doctorant en didactique des Mathématiques FASTEF/UCAD, Sénégal, diackthiendou@yahoo.fr

2. Enseignant/chercheur Département Mathématiques FASTEF/UCAD, Sénégal, el.dia@ucad.edu.sn

3. Enseignant/chercheur Département Mathématiques FASTEF/UCAD, Sénégal, cisse.ba@ucad.edu.sn

Au Sénégal, même si les transformations occupent une place prépondérante dans les programmes d'enseignement des séries scientifiques, le constat est qu'elles sont souvent insuffisamment prises en charge dans le savoir enseigné particulièrement en classe de première S2[4]. On sait que cette absence est souvent source de difficultés en terminale S2 lorsque le professeur aborde l'étude des similitudes directes. Il s'y ajoute que, dans la géométrie comme dans la vie courante, les transformations sont perçues comme des outils qui permettent grâce à leurs propriétés, de découvrir ou démontrer les propriétés des objets géométriques du plan et de l'espace, de créer des objets présentant certaines régularités (frises, rosaces, etc.) ou encore de classer des objets du plan ou de l'espace (cristallographie). Ces constats nous ont amené à réaliser un travail d'analyse des programmes du Sénégal sur les transformations géométriques dans les séries scientifiques de 1960 à nos jours. Dans les lignes qui suivent, après avoir donné un bref aperçu historique et épistémologique des transformations, nous présenterons le cadre théorique, puis la problématique et la méthodologie. Par la suite, nous ferons une analyse de l'évolution des programmes des séries scientifiques à propos de cet objet de savoir qui a marqué les différentes réformes à partir de 1960.

Apercu historique

La notion de transformation est apparue très tôt dans l'histoire des mathématiques, même si c'est de façon embryonnaire.

Les éléments d'Euclide

Dans Euclide (1990) elles apparaissent de manière sous-jacente à travers les demandes, notions communes et propositions.

Dans le livre 1, on peut citer trois endroits où apparait ce principe :

> « Notion commune 7 : Et les choses qui s'ajustent les unes sur les autres sont égales entre elle. […]
>
> Demande 4 : Et que tous les angles droits soient égaux entre eux. […]
>
> Proposition 4 : Si deux triangles ont des côtés égaux chacun à chacun, et s'ils ont un angle égal à un angle, celui contenu par les droites égales, ils auront aussi la base égale à la base, les triangles seront égaux et les angles restants seront égaux aux angles restants, chacun à chacun, c'est-à-dire ceux que les côtés égaux sous-tendent. […]»

Ce principe de superposition connaitra ses succès tout au long de l'histoire. La notion de coïncidence sera associée à la notion de mouvement et celle de déplacement apparaitra alors comme

4. Ancienne Série D : sciences expérimentales

une abstraction de la notion de mouvement. La transformation, vue au sens physique, exprimera la relation statique entre la position initiale et la position finale en se situant à la charnière entre la géométrie et la mécanique.

Les travaux de Desargues

Géomètre, architecte et ingénieur lyonnais, Desargues (1591-1661) peut être considéré comme le fondateur des transformations du plan au XV^{ème} siècle. En effet, suite à l'émergence des techniques de perspective, il se démarque de la tradition euclidienne et crée la « *démonstration par le relief* », c'est-à-dire par la perspective. Il utilise alors des considérations de géométrie dans l'espace pour établir des propriétés de géométrie plane. Il crée la « *méthode des transformations* » (Taton, 1949) qui consiste à prouver une propriété sur une configuration complexe (une conique quelconque) en la démontrant tout d'abord sur une configuration simple (le cercle) et en la transportant du cercle à la conique par perspective ou projection (Anglade & Briend, 2017, 2018).

Pascal et De La Hire généraliseront les méthodes de Desargues et utiliseront les transformations comme transfert de propriétés d'une configuration à une autre dans le cadre de la théorie des coniques. Newton utilisera cette méthode pour simplifier certains problèmes liés aux coniques, changer des figures en des figures du même genre : à chaque point M de la figure, on construit un point M'qui lui correspond. Ainsi, si M parcourt d'un mouvement continu la première figure, le point M'parcourra de même, par un mouvement continu tous les points de la nouvelle figure.

L'apport de Descartes

Au début du XVI^{ème} siècle, Descartes (1596-1650) va développer une nouvelle façon de résoudre les problèmes de géométrie dans son livre « la Géométrie » (1637). En effet, à la suite du calcul littéral développé à la fin du XVI^{ème} siècle, Descartes introduit le formalisme algébrique pour résoudre des problèmes géométriques. Apparaissent alors les notions de repère, d'équations de droites, etc. C'est la naissance de la géométrie analytique. Le plan sera considéré comme un ensemble de points avec des coordonnées. On assiste alors à un changement de point de vue, on passe du global au ponctuel. Une transformation géométrique plane n'est plus vue comme une action sur des figures planes mais plutôt sur les points du plan. Plus précisément, elles deviennent des bijections du plan dans lui-même.

Le programme d'Erlangen

Au début des années 1870, une nouvelle conception de la géométrie émerge, dans laquelle la notion de transformation occupe une place centrale et sera dotée d'un nouveau statut. Les travaux de Riemann et de Helmholtz ainsi que ceux de Galois et de Jordan sur la théorie des groupes eurent pour postérité immédiate ceux de Lie et de Klein. Klein imposa, à l'issue d'une synthèse originale et novatrice, le point de vue selon lequel toute géométrie est caractérisée par un groupe de transformations. Son œuvre déterminante est connue sous le nom de « *Programme d'Erlangen* ». Klein commença par caractériser les propriétés qui font l'objet de la géométrie élémentaire par un groupe de transformations, le groupe principal.

La synthèse de Hilbert

Au début du XXe siècle, le mathématicien allemand Hilbert (1862-1943) développera un large éventail d'idées fondamentales telles que l'axiomatisation complète de la géométrie. Dans « *Les fondements de la géométrie* » (1899), il approfondit l'aspect analytique des transformations, ce qui facilite leur manipulation dans la résolution des problèmes géométriques.

Cadre théorique

Ce bref aperçu historique nous a permis d'entrevoir le processus qui a conduit à ce niveau de maturation du concept de transformation qui a été développé dans différents cadres du géométrique à l'analytique en passant par l'algébrique. Pour l'analyse des programmes, d'un point de vue théorique, nous nous situons dans une perspective écologique, c'est-à-dire que nous identifions l'évolution de l'habitat et des niches des transformations géométriques dans l'approche de l'écologie didactique des savoirs (Chevallard, 1994) :

> « Les écologistes distinguent, s'agissant d'un organisme, son habitat et sa niche. Pour le dire en un langage volontairement anthropomorphe, l'habitat, c'est en quelque sorte l'adresse, le lieu de résidence de l'organisme. La niche, ce sont les fonctions que l'organisme y remplit : c'est en quelque façon la profession qu'il y exerce. (Chevallard, 1994, p. 142) »

En d'autres termes, l'habitat est le lieu où l'on peut trouver tel objet mathématique et les objets avec qui il entre en association. La niche étant relative à la fonction occupée par l'objet. Tandis que l'écosystème est un « lieu » réunissant les conditions écologiques où un objet peut vivre, il est défini comme un système d'êtres et de relations. À la suite de Chevallard, Artaud (1998) montre alors comment un objet émerge et peut vivre dans un écosystème didactique. Cette dimension écologique permet de questionner les objets mathématiques.

> « La problématique écologique se présente, d'emblée, comme un moyen de questionner le réel. Qu'est ce qui existe, et pourquoi ? Mais aussi, qu'est-ce qui n'existe pas, et pourquoi ? Et qu'est-ce qui pourrait exister ? Sous quelles conditions ? Inversement, étant donné un ensemble de conditions, quels objets sont-ils poussés à vivre, ou au contraire sont-ils empêchés de vivre dans ces conditions ? (Artaud, 1998 p.1) »

L'analyse écologique vise ainsi à nous permettre de mettre à jour un réseau de conditions et de contraintes qui vont déterminer la place que peuvent occuper les transformations géométriques en mathématiques. Pour ce faire, nous allons analyser leur évolution au cours des différentes réformes qui ont marqué les programmes de mathématiques au Sénégal.

Problématique et méthodologie

La notion de transformation géométrique a eu plusieurs conceptions depuis les arabes du Moyen-Age jusqu'à la Renaissance avec la perspective (Vittori, 2009, p.62). Ces conceptions ont connu plusieurs mutations passant du cadre algébrique au cadre géométrique et vice versa. Ainsi, au fil du temps, plusieurs travaux de recherche ont été réalisés dans le cadre de l'étude des transformations géométriques. Grenier (1988) évoque les possibilités sur l'élaboration de problèmes susceptibles de remettre en question les conceptions erronées sur la symétrie orthogonale par exemple. Thienard (2006) a montré que les transformations géométriques ont été considérées sous trois aspects apportant des solutions à trois problématiques étrangères les unes des autres qu'il convient de bien discerner pour leur enseignement. Il a mis en évidence : le cadre de la géométrie des figures (théorie des coniques) ; la problématique de la refondation de la géométrie élémentaire et la notion de groupe de transformations pour la hiérarchisation des géométries (Klein, 1872). Enfin, Sangaré (2006) a illustré la notion de marque comme un objet de géométrie auxiliaire opératoire sur les transformations de figures géométriques.

Pour notre part, nous nous intéressons à la place des transformations dans les programmes sénégalais ainsi qu'au rôle qui leur est assigné dans l'enseignement des mathématiques et particulièrement dans l'enseignement de la géométrie. Dans ce texte, il s'agit de faire une analyse des programmes sénégalais des séries scientifiques de 1960 à nos jours suivant les différentes périodes liées aux grandes réformes de l'enseignement des mathématiques.

Analyse des programmes

Nous présentons les résultats de cette analyse selon cinq périodes : de 1960 à 1971, de 1972 à 1985, de 1986 à 1997, de 1998 à 2005 et de 2006 à nos jours.

Au lendemain des indépendances (1960 à 1971)

Juste après son indépendance, l'état du Sénégal, ne disposant pas encore de son propre programme scolaire, était obligé d'appliquer intégralement les programmes français (Coly, 2004). Puisque le Sénégal abritait la capitale de l'Afrique Occidentale Française (AOF), il disposait déjà de plusieurs établissements scolaires (Lycée Faidherbe, Lycée Van Vollenhoven, etc.) construits par les français où le programme français était souvent enseigné par des français.

Pendant cette période, les transformations géométriques qui étaient dans un habitat purement géométrique ont commencé à migrer vers un habitat algébrique.

> Dans son livre : « problèmes de constructions géométriques », J. Petersen met en évidence une classe de problèmes (environs 400), les constructions géométriques et les recherches de lieux géométriques, pour lesquels translation, rotation, homothétie, inversion,... trouvent un vaste champ d'application où elles s'avèrent très efficaces. Les exemples développés par J. Petersen seront la mine dans laquelle les auteurs de livres d'enseignement iront puiser leurs exercices sur le sujet jusqu'aux années 1970, qui marqueront la quasi disparition de l'enseignement de la géométrie « pure ». (Thienard, 2006)

Ainsi, les transformations opéraient sur les figures. Klein renouvelle ce point de vue en faisant opérer les transformations sur la totalité de l'espace. Il remarque alors que les déplacements de l'espace, les similitudes, les symétries et leurs composées, sont les transformations projectives conservant l'ombilicale, conique à l'infini appartenant à toutes les sphères ; ce qui permet de définir la géométrie élémentaire comme l'étude des propriétés des invariants par les transformations projectives conservant l'ombilicale (ce que Chasles considère comme le groupe des similitudes).

Ainsi, avec le programme d'Erlangen, retenons d'abord la place centrale de la notion d'invariant ; mais aussi la notion de l'espace comme objet géométrique. Klein achève ainsi la genèse d'une notion qui s'est dégagée des travaux sur la perspective d'une part et sur la mécanique d'autre part. Dans ce cadre, on comprend que l'habitat des transformations était dans l'algèbre et leur niche dans la théorie des groupes.

La première réforme des programmes au Sénégal (1972-1985)

C'est dans le décret numéro 72-861 du 13 Juillet 1972 portant sur l'organisation de l'enseignement moyen-secondaire qu'on trouve pour la première fois un programme d'enseignement dans le Sénégal post-indépendant. Ce programme inspiré du programme français d'alors très théorique et très axiomatique (période dite « des maths modernes »), laissait une grande place à la théorie des ensembles et aux structures algébriques.

Dans cette réforme, aucune place n'était réservée aux transformations géométriques pour les classes de sixième et de cinquième. C'est seulement à partir de la quatrième que l'on définit pour la première fois, une transformation[5] qui est la projection de direction donnée. Toujours, dans cette même optique, on introduit la symétrie centrale. Un an après, dans le programme de troisième, on introduit la projection orthogonale sur une droite et le rapport de projection orthogonale d'un axe sur un axe. Ensuite, on définit les isométries du plan euclidien comme « *les bijections du plan euclidien sur lui-même qui conservent les distances* ». L'introduction de la notion de groupe des isométries

5. Une transformation étant ici considérée comme une application du plan dans lui-même.

permet de définir un angle géométrique comme classe d'équivalence de couples de demi-droites isométriques de même origine.

A partir de la classe de seconde, on définit les homothéties vectorielles et les projections vectorielles. Ensuite, à partir de la projection orthogonale sur une droite, on aborde la notion de produit scalaire de deux vecteurs (bilinéarité et symétrie) puis on introduit et on utilise le groupe des homothéties et translations. Dans la partie géométrie métrique plane, on définit l'orthogonalité de deux droites comme une relation symétrique compatible avec le parallélisme. Ensuite on exploite l'invariance par translation et le rapport de la projection orthogonale d'une droite orientée sur une autre.

En premières C et D, on définit la rotation vectorielle mais aussi la composée de deux rotations vectorielles. A la fin de cette partie, on introduit le groupe des rotations vectorielles.

Dans le programme de terminale C, on introduit le groupe linéaire des homothéties vectorielles, des exemples de projection parallèle sur un sous espace affine, les involutions affines et leurs points fixes ainsi que la translation et l'homothétie. Dans le plan vectoriel et dans l'espace vectoriel de dimension trois, on insiste sur les éléments fixes des transformations orthogonales involutives (symétrie). On étudie aussi les rotations vectorielles de l'espace vectoriel euclidien de dimension trois et de là, on définit une telle rotation soit par l'identité, soit par une transformation orthogonale qui a pour seuls éléments fixes ceux d'une droite vectorielle. On introduit aussi le groupe des rotations vectorielles et l'orientation de l'espace. Enfin, on traite des exemples simples de groupe d'isométries laissant invariant un ensemble donné avant de terminer par le groupe des similitudes du plan et les sous-groupes remarquables.

Dans le programme de terminale D, dans la partie géométrie vectorielle, on donne une interprétation géométrique de l'application : (est une variable complexe) qui aboutit à l'identité, une rotation, une homothétie, une translation, ainsi qu'à leurs composées. Une conséquence de cette analyse est qu'il n'y a pas un chapitre spécifique dédié aux transformations mais leur utilisation se fait de manière transversale dans tout le programme.

Nous remarquons que le programme de mathématiques du second cycle de la réforme de 1972 avait réservé une grande partie aux transformations et sur toutes ses formes. Mais toutes les études des transformations aboutissaient aux groupes de transformations (groupes des isométries, groupe des similitudes, …) ce qui donnait plus d'importance à l'étude de l'algèbre et des structures algébriques dans la géométrie. Ainsi, la niche des transformations migre petit à petit vers une étude plus représentative des groupes. On peut noter aussi que les transformations sont utilisées en analyse pour la représentation graphique des fonctions associées à des fonctions simples. Pendant cette période, les habitats des transformations géométriques se retrouvent aussi bien en algèbre qu'en analyse.

La contre-réforme (1986-1997)

C'est la période de la contre-réforme de la réforme des mathématiques modernes, c'est pourquoi, on revient alors à des mathématiques moins formelles, où les liens avec les autres disciplines telles que la physique sont vus sous un jour nouveau. Notons qu'il y a une nette évolution de l'écriture et de la présentation des programmes déclinés d'abord sous forme de thèmes, de chapitres et de travaux pratiques, ensuite en termes de contenus, commentaires et compétences exigibles. C'est à cette période (en 1997), qu'un changement de dénominations des séries est opéré. Les séries scientifiques et techniques C, D et E deviennent S1, S2 et S3.

Dans les programmes de Terminale, il y a une partie relative aux transformations et configurations. On y traite les isométries (bijections conservant les distances), les déplacements (isométries conservant les angles orientés), l'action des isométries sur les vecteurs du plan et les similitudes planes directes. Cette partie s'achève par des travaux pratiques portant par exemple sur l'emploi de transformations planes pour l'étude des configurations et de la détermination de lieux géométriques. En revanche, dans les séries orientées vers les sciences expérimentales, les transformations ne sont abordées que dans le cadre strictement algébrique des nombres complexes. On y traite des exemples d'étude d'applications.

Pendant toute cette période, l'habitat des transformations se retrouve entre l'algèbre et la géométrie tandis que les niches sont dans la représentation graphique des fonctions associées en analyse et la construction géométrique des figures planes.

> « Il s›agit d›utiliser des transformations pour construire les représentations graphiques des fonctions associées à f à partir de la représentation de f » (Programme de mathématiques, 1997.)

Nous pouvons noter qu'il y a une grande différence entre la réforme des mathématiques modernes et la contre-réforme. Une illustration de ce fait est que les transformations géométriques quittent l'habitat algébrique pour migrer vers un habitat géométrique. Ainsi, toute notion de groupe de transformations a complètement disparu des programmes ; il n'y a plus de groupes des rotations, des isométries ou même des similitudes. La projection a également disparu des programmes sauf dans les séries S1 et S3.

Une consolidation de la contre-réforme : les programmes de 1997 et 2000

C'est la période de consolidation de la contre-réforme, l'élève est mis au cœur du système d'enseignement-apprentissage, mais les programmes ne changent pas fondamentalement. En effet, il est stipulé dans l'introduction de ces programmes que l'élève est responsable au premier chef de son apprentissage. On remarque qu'il n'y a relativement pas de différence entre les programmes de

1997 et les programmes de 2000 en ce qui concerne les transformations : les habitats et niches des transformations restent ainsi inchangés.

Migration vers un habitat analytique des transformations : les programmes de 2006

Dans le souci d'améliorer les apprentissages des mathématiques, des révisions pour une meilleure lisibilité des programmes n'ont cessé d'être mises en œuvre. C'est ainsi qu'en 2006 de nouveaux programmes de mathématiques voient le jour et ils sont toujours en vigueur.

Dans ces programmes, les transformations font leur entrée dès la sixième avec la symétrie orthogonale qui sera « introduite par le pliage ou par tout autre moyen pouvant aider l'élève à se faire une approche intuitive de la notion. » (CNM, 2006, p. 27) et qui permet par exemple de reconnaître deux figures symétriques par rapport à une droite.

On met en évidence le fait qu'un triangle qui a un axe de symétrie est isocèle et qu'un triangle qui a trois axes de symétrie, donc trois angles de même mesure est équilatéral. Mieux un triangle qui a deux axes de symétrie est un triangle équilatéral.

En classe de cinquième, les élèves arrivent à construire le symétrique d'un point, d'une figure simple et à trouver des centres de symétrie éventuels. C'est à partir de la quatrième que l'élève commence à rencontrer des transformations (translation et rotation) différentes des symétries. Enfin en classe de troisième, il y a un chapitre entier réservé aux transformations bien que l'on n'en définisse pas de nouvelles.

Dès la classe de seconde, le programme stipule que la pratique de la géométrie doit contribuer à développer le sens de l'observation et du raisonnement et à donner une bonne vision des objets du plan et de l'espace. En géométrie plane, l'objectif essentiel du programme est d'utiliser des outils vectoriels, analytiques, métriques et des transformations. Ainsi, le chapitre intitulé « transformations » rappelle toutes les transformations vues au collège et en introduit de nouvelles telles que l'homothétie, la composition des transformations (cette fois ci avec la loi : amorcée depuis la troisième avec deux symétries successives et deux translations successives) ainsi que l'étude de quelques exemples de lieux géométriques.

Ainsi, l'élève de seconde sera capable de bien manipuler les transformations en ayant la capacité de connaître et reconnaître les configurations liées aux propriétés des transformations étudiées concernant par exemple les distances, l'alignement, le parallélisme, l'orthogonalité, etc. Il est également attendu que l'élève détermine de façon analytique une translation, une symétrie centrale et une homothétie. La connaissance et l'utilisation des propriétés des transformations permettront ainsi de démontrer des égalités (de longueurs, de mesures d'angles), l'alignement de points, le parallélisme et l'orthogonalité de droites, mais aussi de construire une figure de justifier une construction et de déterminer des lieux géométriques. On voit donc que c'est à partir de la seconde que les expressions analytiques des transformations font leur entrée dans le programme.

En premières S2 et S4 (Sciences Expérimentales), bien que les transformations (symétrie axiale, symétrie centrale, translation, etc.) soient des outils géométriques, elles seront utilisées en analyse plus particulièrement dans la représentation graphique des fonctions associées. L'élève de première doit connaitre les propriétés essentielles des transformations et doit savoir les mettre en œuvre dans des configurations simples. L'accent sera mis sur l'aspect méthodologique dans la résolution des problèmes. Ici, on insiste sur les expressions analytiques d'une translation, d'une rotation, d'une symétrie et d'une homothétie mais on traite aussi des exemples d'isométries laissant au moins un point invariant.

En premières S1 et S3, on commence par consolider les acquis de la classe de seconde puis on poursuit en étudiant les propriétés des isométries, en composant et décomposant en composées de symétries orthogonales. De plus, on introduit les notions de déplacement et d'antidéplacement. On utilise aussi les critères d'isométrie des triangles dans des résolutions de problèmes et les réciproques de transformations usuelles sont abordées.

Les classes de Terminales S2 et S4 sont des classes à vocation scientifique tournées vers les sciences expérimentales. En conséquence, l'analyse et la gestion des données y prennent une place prépondérante. Néanmoins, il y a une partie *algèbre et géométrie* qui est réservée aux nombres complexes et aux transformations. Dans cette partie, les transformations sont abordées sous un nouveau jour avec l'introduction de la similitude plane directe dans le plan complexe. L'utilisation des transformations est alors multiple : elles permettent par exemple à l'élève de Terminale S2 et S4 de déterminer les éléments caractéristiques d'une similitude directe et de résoudre des problèmes y afférant.

Dans les programmes de Terminales S1 et S3, un seul chapitre, intitulé « similitudes planes directes », porte sur les transformations : les similitudes sont étudiées géométriquement et en utilisant les nombres complexes. Cette étude permet entre autres de déterminer l'image d'une figure simple par une similitude. En revanche, l'utilisation des transformations se fait de manière transversale tout le long du programme.

En conclusion, on remarque que dans le cycle moyen, les transformations apparaissent à tous les niveaux de la sixième à la troisième. Elles permettent à l'élève dès la sixième de commencer à voir les symétries et les similitudes dans les figures géométriques voire dans les objets qui l'entourent. A ce niveau, l'accent est mis sur le « transformé » et non sur l'application elle-même. Au fur et à mesure les transformations définies comme des applications du plan dans lui-même, vont passer d'actions sur les figures à des actions sur les points. A partir de la troisième, le concept de transformation se précise, on commence alors à introduire la notion de composition de transformations sans le formalisme lié à la loi . Par ailleurs, on remarque que les transformations permettent de démontrer beaucoup de résultats (le parallélisme et l'orthogonalité de droites ; la comparaison des longueurs, des aires ;

l'alignement de points, etc.). Ainsi l'élève de troisième est bien outillé en transformations pour entrer au lycée où les notions commencent à devenir de plus en plus abstraites. Nous constatons aussi que dans les programmes actuels, les transformations occupent une place primordiale dans chaque niveau de la sixième à la terminale. L'habitat demeure toujours géométrique avec des niches dans la représentation graphique des fonctions associées en analyse, dans les changements de repères et dans la recherche de lieux géométriques.

Conclusion

Les transformations géométriques ont toujours constitué un point nodal dans l'enseignement des mathématiques. Ainsi, depuis les arabes du Moyen-Age jusqu'à nos jours, elles passent d'un habitat algébrique à un habitat géométrique. Les niches ont débuté avec la résolution de problèmes géométriques (théorie des coniques), ensuite elles s'élargissent dans la hiérarchisation de la géométrie (Klein) et enfin dans la représentation graphique des fonctions simples en analyse. Le programme de mathématiques du second cycle de la réforme des mathématiques modernes avait réservé une place importante aux transformations mais dans un cadre algébrique. En effet, toutes les études sur les transformations aboutissaient aux groupes de transformations (groupe des rotations, groupes des isométries, groupe des similitudes, ...). Ce qui donnait une importance capitale à l'étude de l'algèbre et des structures algébriques minorant ainsi la géométrie en tant qu'étude des figures.

Avec la réforme de 1972, nous constatons que les concepteurs des programmes concevaient les transformations géométriques comme mouvement sur les figures géométriques avant d'en arriver à une définition ponctuelle de la notion de transformation. Avec la contre-réforme de 1986, on a assisté à une évolution de l'écriture et de la présentation des programmes. C'est à cette période aussi qu'il y a un changement, car les transformations géométriques quittent l'habitat algébrique pour migrer vers un habitat géométrique.

Ainsi, cette étude des transformations géométriques a montré l'importance que l'on doit accorder à l'enseignement de ces objets de savoir qui n'a cessé de basculer entre l'habitat algébrique et l'habitat géométrique dans le savoir à enseigner. La suite de ce travail sera d'analyser les manuels les plus utilisés et les pratiques de classe à propos des transformations géométriques.

Références

Anglade, M. & Briend, J. Y. (2017) *La notion d'Involution dans le Brouillon Project de Girard Desargues*, HAL archives ouvertes.

Anglade, M. & Briend, J. Y. (2018). *L'usage de la combinatoire chez Girard Desargues : le cas du théorème de Ménélaüs, [Math.HO]*.

Artaud M. (1998) *Introduction à l'approche Ecologique du Didactique : l'écologie des organisations mathématiques et didactiques*. Actes de la IXème Ecole d'été de didactique des mathématiques. Houlgate, 101-139.

Chevallard Y. (1994) Les processus de transposition didactique et leur théorisation. In G. Arsac (dir.), *La transposition didactique à l'épreuve* (pp. 135-180). Grenoble : La Pensée sauvage.

Coly, A. (2004). *Les associations de parents d'élèves à travers l'histoire de l'éducation au Sénégal : le cas de la Casamance*. [Thèse de doctorat]. Université de Limoges. France.

Euclide (1990). *Les éléments, Vol 1*, Traduction. B. Vitrac. Paris : PUF.

Grenier D. (1988). *Construction et étude du fonctionnement d'un processus d'enseignement sur la symétrie orthogonale en sixième*. [Thèse de doctorat]. Université Joseph Fourier, Grenoble 1.

Klein F. (1872). *Programme d'Erlangen*.

Taton R. (1949). La préhistoire de la géométrie moderne. R*evue des Sciences et de leurs applications, 2- 3*, 197-224.

Thienard J. C. (2000). Les transformations en Géométrie : Introduction à une approche historique, *Repères IREM, 63*, 27-52.

Sangare M. S. (2006), La marque d'une transformation géométrique : un exemple de modélisation didactique. *Educacão Mathemàtica Pesquisa, 8-2*, 225-266.

Vittori T. (2009). *Les notions d'espace en géométrie : De l'Antiquité à l'Âge Classique*. Collection Acteurs de la Science. L'Harmattan.