Titre: Manipuler les variables didactiques pour influencer le choix d'une procédure de calcul

Auteur: GRISARD Franck

Publication: Actes du huitième colloque de l'Espace Mathématique Francophone – EMF 2022

Directeur: Adolphe Cossi Adihou, Université de Sherbrooke (Canada/Bénin) avec l'appui des membres du comité scientifique et des responsables des groupes de travail et projets spéciaux

Éditeur: Les Éditions de l'Université de Sherbrooke

Année: 2023

Pages: 1136 - 1149

ISBN: 978-2-7622-0366-0

URI:

DOI:

Manipuler les variables didactiques pour influencer le choix d'une procédure de calcul

GRISARD[1] Franck

Résumé – Ce travail vise à comprendre comment construire un apprentissage dans le domaine des opérations additives et soustractives. Le but est d'amener des élèves de 3-4P (6-8 ans) à la découverte de la soustraction sans pour autant explicitement la leur présenter. Pour cela, une séquence est construite et analysée *a priori*. Les productions des élèves sont ensuite analysées en restant dans le cadre restreint des opérations : le raisonnement des apprenants, le chemin réflexif emprunté, la raison derrière leur réponse.

Mots-clefs : mathématiques, procédure, addition, soustraction, variables

Abstract – This work aims to understand how to build learning in the field of additive and subtractive operations. The aim is to bring pupils of 3-4P (6-8 years old) to the discovery of subtraction without explicitly presenting it to them. For this, a sequence will be constructed and analyzed beforehand. The students' productions are analyzed, while remaining within a rather restricted framework of mathematics, that of operations: the learners' reasoning, the reflexive path taken, the reason behind their answer.

Keywords: mathematics, procedure, addition, subtraction, variables

1. Université de Genève, Suisse, franck.grisard@etu.unige.ch

Introduction

Ma formation initiale d'enseignant primaire m'a amené à enseigner à des élèves de 6-8 ans à Genève (Suisse). Mon stage coïncidait, par ailleurs, avec la mise en place de nouveaux moyens d'enseignement de mathématiques. J'arrivais en classe à un point du cursus où la soustraction devait être introduite aux élèves. Plusieurs discussions et réflexions avec mon formateur universitaire en didactique des mathématiques, Jean-Luc Dorier, ont dirigé mon travail vers un questionnement sur l'introduction de la soustraction à l'école primaire.

Ce travail comporte deux objectifs. Premièrement, on cherche à comprendre comment construire un apprentissage dans le domaine des opérations additives et soustractives. Le but est d'amener des élèves de 3-4P HarmoS [2](6-8 ans) à la découverte de la soustraction sans pour autant explicitement la leur présenter. Pour cela, j'ai choisi de construire une séquence et d'en faire une analyse *a priori*. Dans un deuxième temps, les productions des élèves sont analysées, tout en restant dans un cadre assez restreint des mathématiques, celui des opérations. On observera notamment le raisonnement des apprenants, le chemin réflexif emprunté et la raison derrière leur réponse.

De ces deux objectifs, la construction et l'analyse préalable d'une séquence puis l'analyse des production d'élèves, découle la question de recherche suivante : quelles sont les connaissances, les pratiques et plus particulièrement les procédures d'élèves de 3-4P dans la résolution d'un problème additif ? Cette question très large peut éventuellement se resserrer au cours de la recherche, en fonction des découvertes qui y seront faites.

Cadre théorique

De nouveaux moyens d'enseignement (MER) en mathématiques (CIIP, 2019) ont vu le jour durant l'année scolaire genevoise 2019-2020. En plus de ces documents, le département de l'instruction publique (DIP) a proposé plusieurs formations continues données par des représentants de l'Université de Genève, pour présenter la nouvelle forme d'enseignement amenée avec ce recyclage de moyen. Bien que cette refonte concerne la totalité des thèmes de la 3P[3], on ne se concentrera que sur l'un d'eux. Le plan d'études romand (PER), sur lequel s'appuient les contenus des MER officiels, divise l'apprentissage des mathématiques en cinq axes principaux parmi lesquels seul « Opérations » apparaît dans mon travail. Le chapitre du plan destiné à l'enseignement des opérations aux élèves de la 1P à la 4P s'intitule « Résoudre des problèmes additifs ». Les nouveaux moyens, dont les auteurs ont préféré le titre « Addition et soustraction », s'articulent donc autour des différentes prescriptions du PER. En

2. Le terme HarmoS est utilisé par la Conférence suisse des directeurs cantonaux de l'instruction publique pour désigner un concordat intercantonal suisse sur l'harmonisation de la scolarité obligatoire entre les différents cantons suisses. Une classe à double degré 3P et 4P HarmoS correspondrait aux degrés CP et CE1 en France.

3. 3P signifie 3ème année du cycle primaire. À Genève, l'école primaire est obligatoire dès la 1P à l'âge de 4 ans et termine en 8P à l'âge de 12 ans. Il est aussi fréquent de trouver des classes à double degrés, qu'on signifie avec un tiret (ex. 3-4P).

s'appuyant sur ces éléments de la progression des savoirs mathématiques, quatre apprentissages visés (AV) ont été définis :

1. Additionner et soustraire en situation
2. Mémoriser le répertoire additif (somme inférieure ou égale à 10)
3. Utiliser des procédures de calcul réfléchi pour additionner et soustraire
4. Reconnaître et résoudre des problèmes additifs et soustractifs

À la présentation de ces apprentissages découleront parfois des variables didactiques autour desquelles les activités de la séquence analysée s'appuient. Une variable didactique est un élément du problème posé à l'apprenant que l'enseignant peut modifier et qui aura une incidence sur la résolution dudit problème et de fait sur les apprentissages. Les variables didactiques sont différentes en fonction de la tâche présentée. Par exemple, dans une activité de comptage, on demande à un élève de compter le nombre de pièces dans une boîte. On peut décider d'en mettre plus ou moins. On peut aussi les disposer en lignes ou en désordre. On peut enfin les fixer ou laisser l'élève les déplacer. Une analyse *a priori* d'un problème permet d'identifier les variables.

AV 1 – Additionner et soustraire en situation

Dans cet apprentissage, on va surtout aborder les différentes procédures de calcul employées par les apprenants. Comment peuvent-ils s'y prendre lorsqu'on leur demande d'additionner ou de soustraire les éléments de deux (ou plusieurs) ensembles entre eux ?

Dès la 3P, le PER prescrit l'utilisation du surcomptage. La technique opératoire demande à l'élève de compter une seule des deux collections qu'il faut additionner. L'élève doit donc être capable de mémoriser le cardinal d'un des deux ensembles - c'est ce qu'on appelle la conservation du nombre. Il part ensuite de ce dernier en « surcomptant » les objets du deuxième ensemble pour arriver à la somme des deux collections. L'élève s'aide alors d'une collection intermédiaire, souvent ses doigts, pour savoir jusqu'où surcompter. Quand sa valeur atteint celle du cardinal du deuxième ensemble additionné, l'élève s'arrête de compter. Le dernier mot-nombre compté est le résultat de l'addition. Le surcomptage peut être frontalement amené dans l'enseignement, mais il est aussi possible de modifier les valeurs à calculer, afin de favoriser son utilisation. On peut notamment décider d'utiliser des valeurs dont la somme est plus grande que 10 pour rendre le recomptage avec les doigts moins évident, procédure utilisée en 1-2P par laquelle l'enfant compte les objets des deux collections comme si elles n'en formaient qu'une. Le surcomptage devient alors plus pratique. La variable didactique en jeu est donc la valeur des nombres à calculer.

En modifiant encore cette variable, il est possible d'amener les élèves à utiliser une procédure de décomptage. Cette stratégie n'est pas mentionnée dans le PER, où l'on prescrit directement la mémorisation du répertoire soustractif. Contrairement au surcomptage, le décomptage amène à reculer dans la comptine numérique. Gvozdic et Sander (2018) posent l'énoncé suivant :

> Mary a 3 euros dans sa tirelire. Pour son anniversaire, elle reçoit de l'argent qu'elle rajoute à sa tirelire. Elle a maintenant 42 euros. Combien d'euros Mary a-t-elle reçus pour son anniversaire ? (p. 162)

On se rend bien compte que la stratégie additive avec surcomptage est beaucoup plus longue et risquée que la procédure soustractive avec décomptage que l'on peut opérer en retournant le problème et en soustrayant 3 à 42. La variable didactique du choix des valeurs est volontairement tirée vers un extrême. Les auteurs présentent cet énoncé comme un problème d'arithmétique mentale, parce que l'intuition de l'élève est secouée par l'incohérence de devoir soustraire dans une situation additive.

AV 2 – Mémoriser le répertoire additif (somme inférieure ou égale à 10)

Pour des élèves de 3-4P, le PER propose une « mémorisation du répertoire additif de 0+0 à 9+9 » (MSN 13, cycle 1). On veut que l'élève soit capable de mémoriser des additions simples de façon à pouvoir les résoudre spontanément sans avoir à calculer mentalement le résultat. Butlen (2007) souligne d'ailleurs l'importance de ce répertoire :

> En effet, à partir du CE2, les élèves abandonnent les techniques plus primitives de comptage pas à pas ou « dans la tête » pour mettre en œuvre des techniques utilisant des décompositions additives ou soustractives des nombres. Cette évolution est due en partie à une meilleure connaissance du répertoire additif. (p. 40)

On retrouve aussi dans les commentaires didactiques du livre du maître du *Cahier de calcul 3P* une liste des résultats mémorisés que les élèves doivent travailler jusqu'à la fin de leur passage à l'école primaire : les répertoires additifs, soustractifs et multiplicatifs, les compléments à 10, à 20, à 50 et à 100, ainsi que quelques multiples de 15 et de 25.

AV 3 – Utiliser des procédures de calcul réfléchi pour additionner et soustraire

Le PER tourne cet apprentissage ainsi : « Utilisation des propriétés du système de numération et de l'addition (commutativité, associativité, élément neutre) pour organiser et effectuer des calculs de manière efficace. » (MSN 13, cycle 1). En parcourant les activités proposées pour travailler cette notion, j'ai pu découvrir différentes formes de calcul réfléchi qu'on enseigne à des élèves de 3P pour améliorer leurs stratégies de calcul dans une addition.

Par exemple, une activité des moyens intitulée *10+* joue sur l'élément neutre « 0 » quand il est à la place de l'unité et qu'on lui additionne un nombre entre 1 et 9. Les élèves doivent d'abord trouver la réponse de plusieurs additions 10 + x, avec x compris entre 1 et 9. Les élèves devraient alors remarquer qu'une façon simple de trouver la réponse aux calculs est de systématiquement remplacer le chiffre 0 de 10 par le chiffre du nombre qu'on additionne à 10.

AV 4 – Reconnaître et résoudre des problèmes additifs et soustractifs

Ce quatrième et dernier apprentissage s'appuie sur deux entrées du PER. D'abord, on attend de l'élève qu'il arrive à « traduire des données d'un problème en opérations arithmétiques : additions et soustractions » (MSN 13, cycle 1). Ces problèmes peuvent être de plusieurs types, comme le mentionne la deuxième entrée : « Résolution de problèmes additifs et soustractifs (EEE, ETE, ECE). » (MSN 13, cycle 1). Ces acronymes font référence aux travaux de Vergnaud (1986) et notamment aux différents types de situations-problèmes. La typologie de Vergnaud se base sur les rapports qu'entretiennent les différents ensembles et calculs intermédiaires dans une opération.

- **EEE – état-état-état** : deux états de départ donnent un état d'arrivée

  Exemple : « Julie a 3 billes jaunes et 4 billes rouges. Combien a-t-elle de billes ? »

- **ETE – état-transformation-état** : un état de départ subit une transformation

  Exemple : « Julie a 3 billes. Elle en gagne 4. Combien a-t-elle de billes ? »

- **ECE – état-comparaison-état** : un état est comparé à un autre

  Exemple : « Julie a 3 billes. Daniel en a 4 de plus. Combien de billes a Daniel ? »

Le choix du type de situation-problème présenté à l'apprenant, ainsi que le choix de l'élément du problème à trouver (premier état, deuxième état, transformation…) sont deux autres variables didactiques qui viennent se rajouter au choix de la valeur des nombres à calculer.

Analyse *a priori* des activités

Trois activités sont présentées à une classe de 3-4P de 18 élèves (6 élèves de 3P, 12 élèves de 4P). Les deux premières ont pour but d'introduire la tâche et de sonder les différentes procédures qu'appliquent déjà les élèves, avant d'arriver à la troisième tâche qui favorisera le passage de stratégies normalement connues des apprenants à celle du décomptage. L'activité 1 se fait à l'oral. Les activités 2 et 3, quant à elles, donnent lieu à des productions écrites des élèves qui serviront à l'analyse des travaux.

Activité 1 – Grelin grelin

Grelin grelin est présentée dans les moyens d'enseignement comme une activité de tuilage. Elle est idéale pour identifier techniques opératoires des élèves pour additionner deux nombres. La règle du jeu se présente ainsi :

> Les élèves sont par deux et ont à disposition un sac avec dix à quinze billes (ou d'autres objets facilement manipulables). Un des deux élèves prend des billes dans sa main droite et d'autres dans sa main gauche. Il montre ses mains ouvertes et annonce le nombre de billes qu'il a dans chaque main. Il pose ensuite la question : « Grelin-grelin. Combien j'ai de billes dans mes mains ? ». L'autre élève donne sa réponse, puis ils vérifient ensemble si c'est juste.

Dans ce cas, l'élève questionné peut employer trois procédures : le recomptage, le surcomptage ou le répertoire additif. Les choix de valeurs de certaines variables didactiques de cet exercice vont plus ou moins influencer le choix de technique de l'apprenant.

Le nombre de billes dans le sac, entre 10 et 15, permet de freiner l'utilisation de la procédure de recomptage. Comme les élèves comptent souvent sur leurs doigts, passer au-dessus de 10 objets peut complexifier le comptage. Si on mettait moins de billes, les élèves pourraient plus facilement recompter. Ils auraient aussi plus facilement accès à leur répertoire additif qui souvent ne dépasse pas encore la somme de 10 en 3P.

La représentation physique des deux ensembles à additionner est aussi à prendre en considération et apparaît comme une autre variable didactique, soit le choix de proposer ou non une collection d'objets physiques. L'élève questionné a la possibilité de compter les objets des deux ensembles en les pointant, ce qui peut lui donner l'envie spontanée de recompter ou surcompter. Si le premier élève gardait les mains fermées et ne les ouvrait qu'au moment de la vérification, on peut penser que le choix de procédure pourrait être différent, car il s'appuierait sur une représentation mentale du problème.

Du point de vue de la typologie de Vergnaud, nous nous trouvons dans un problème de type *état-état-état*. Les deux états de départ sont donnés à l'élève. Il doit trouver le dernier, soit la somme des deux premiers.

Activité 2 – Grelo grelo

Cette deuxième activité, elle aussi présente dans les MER, est le prolongement de la première. La situation est la même : un élève prend des billes en main et pose une question à son camarade. Cependant, les informations transmises ne sont pas les mêmes :

> Les élèves sont par deux et ont à disposition un sac avec dix à quinze billes (ou d'autres objets facilement manipulables). Un des deux élèves prend des billes dans sa main droite et d'autres dans sa main gauche. Il ouvre une main et garde l'autre fermée. Il annonce combien il a de billes dans la main ouverte et combien il a de billes en tout. Il pose ensuite la question : « Grelo-grelo. Combien j'ai de billes dans ma main fermée ? ». L'autre élève donne sa réponse, puis ils vérifient ensemble si c'est juste.

Le principal changement se situe au niveau de l'élément recherché. Il s'agit toujours d'un problème de type état-état-état. En revanche, on ne cherche plus ici l'état final, mais l'un des deux états de départ. Donc, dans $m+n=r$, on cherche m ou n. Admettons que le nombre recherché est m. L'écriture $m+n=r$, bien qu'elle comprenne la réponse du côté des termes de l'addition, ne constitue plus une réponse aboutie. On attend généralement une opération dont le résultat, situé après le signe égal, est la réponse à la question du problème. Alors que la soustraction n'a pas encore été introduite, on bouleverse volontairement le contrat didactique pour mettre les élèves face à un problème qu'ils ne peuvent résoudre sans l'écriture soustractive $r-n=m$. Et c'est bel et bien l'enjeu de cette activité : amener les élèves à leurs premiers pas dans l'écriture soustractive.

Activité 3 – La tirelire

Cette troisième et dernière activité a pour but de pousser les procédures de calcul additives dans leurs retranchements afin de faire naturellement surgir chez les élèves des procédures soustractives comme le décomptage. Le problème s'inspire d'une activité proposée par une enseignante observée sur le terrain. Son énoncé est le suivant :

> Dans ma tirelire, j'ai m pièces. Mon copain m'offre un cadeau et rajoute des pièces à ma tirelire. J'ai maintenant n pièces dans ma tirelire. Combien de pièces est-ce que mon copain a rajoutées à ma tirelire ?

On passe d'un problème type EEE à ETE : état-transformation-état. L'élément recherché est la transformation. De cette façon, on confronte les élèves à des situations diverses. Ce type de problème présente l'avantage d'avoir une représentation des ensembles plus adéquate pour démontrer l'aspect soustractif visé dans cette séquence. Dans *Grelo grelo*, le nombre total de billes est séparé entre deux mains ; bien qu'il y ait un tout, il n'est pas localisé dans un seul et même espace, physique ou figuratif. Au contraire, la tirelire crée un unique espace dans lequel s'accumulent les pièces. Les élèves devraient mieux conceptualiser la soustraction en imaginant retirer des pièces d'une tirelire, plutôt qu'en retirant les billes d'une seule de deux mains.

Progression dans la séquence

Activité	*Grelin grelin*	*Grelo grelo*				*La tirelire*	
Itération	*(intro.)*	*1*	*2*	*3*	*4*	*1*	*2*
Valeurs x = réponse	Libres x = m+n	6+x=11 x = 5	8+x=15 x = 7	2+x=16 x = 14	14+x=16 x = 2	3+x=15 x = 12	2+x=19 x = 17

Tableau 1 – Progression des valeurs

Comme le montre le tableau 1, les valeurs des problèmes étaient toutes prédéfinies, sauf pour *Grelin grelin* où les élèves étaient libres de choisir le nombre de billes qu'ils souhaitaient prendre en main. À partir de la première itération de *Grelo grelo*, on constate que le nombre-réponse (*x*) suit une courbe croissante. Le but étant de mener les apprenants à repenser l'efficacité du surcomptage, il est nécessaire de faire grimper cette valeur au fil des itérations. Dans *Grelo grelo 1* et *2*, cette stratégie est encore valable car les valeurs présentées dans le problème s'y prêtent bien : le surcomptage ne dépasse pas 10, ce qui permet encore d'utiliser ses doigts sans devoir retenir une éventuelle dizaine. *Grelo grelo 3*, ainsi que *La tirelire 1* et *2*, emploient des valeurs volontairement plus grandes, afin d'encourager les élèves à décompter. Le terme de l'addition qui accompagne le nombre-réponse (respectivement 2, 3 et 2) se doit d'ailleurs d'être très petit si on veut qu'un élève de 3P puisse décompter. S'il avait été plus élevé, on aurait trouvé très peu de sens à exiger des élèves qu'ils soustraient, tant la résolution du calcul aurait été plus complexe pour eux que s'ils avaient surcompté.

Grelo grelo 4 apparaît comme une exception dans la croissance de la valeur x au fil des problèmes. Il fait directement suite à l'itération précédente ; on le constate d'ailleurs à l'inversion de place des valeurs. Cette étape a pour but de comparer la performance des élèves dans une situation de surcomptage complexe (*Grelo grelo 3*) à celle en situation simplifiée (4).

On retrouve d'un côté des problèmes-situations dont la résolution la plus efficace va dans le sens de l'opération apparemment nécessaire, ici l'addition. De l'autre, il y a les problèmes d'arithmétique mentale qui se résolvent plus facilement avec l'opération inverse, soit la soustraction. C'est aussi un des objectifs de cette séquence : faire comprendre à l'élève qu'il peut – doit ! – retourner certains problèmes pour simplifier leur résolution.

Traitement des réponses des élèves

Les productions des élèves sont traitées avant d'être analysées. Chacune des copies se voit attribuer un état. Il y a trois types de réponses :

- **Correcte** : le nombre-réponse apparaît dans la procédure de résolution de l'élève. La stratégie mise en place est mathématiquement juste.
- **Incohérente** : la réponse est juste mais la procédure notée n'est pas mathématiquement correcte, ou l'inverse. Cela peut souvent arriver si l'élève commet une erreur d'inattention.
- **Fausse** : le nombre-réponse n'est pas le bon. Cela découle d'une mauvaise stratégie de résolution du problème.

Analyse des réponses

88 productions ont été récoltées en tout (voir annexes 1 et 2). Tous les élèves, sauf absences éventuelles, ont pris part aux activités *Grelin grelin* et *Grelo grelo*. Cependant, pour des raisons d'organisation, seuls les douze élèves de 4P ont pu faire les deux activités *La tirelire*. Les résultats globaux de l'analyse des productions d'élèves sont présentés dans le tableau 2 suivant.

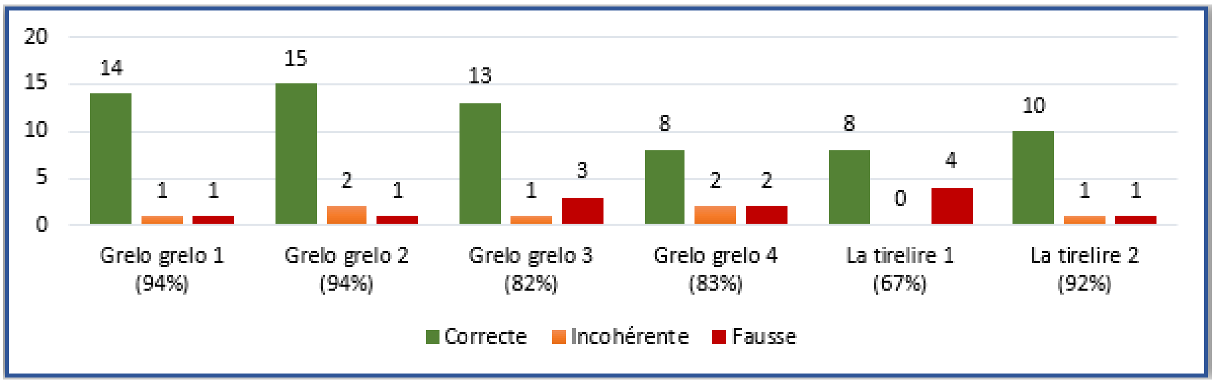


Tableau 2 – Taux de réussite des exercices

Les réponses incohérentes consistaient toutes en de simples erreurs d'inattention. À titre d'exemple, dans *Grelo grelo 4*, un élève a écrit 14+2=61, puis un autre 14+2+16. Ils voulaient certainement tous deux écrire 14+2=16 ; l'un a inversé les deux chiffres de 16, l'autre a écrit le signe « + » à la place du signe « = ». Ce ne sont pas des erreurs de calcul, mais plutôt d'écriture. On observe souvent ce genre de maladresses chez des élèves de cet âge, alors qu'ils rentrent dans les apprentissages de l'écriture. Afin de calculer les pourcentages de réussite des exercices, les réponses incohérentes équivalent donc à des réponses correctes.

On ne constate que très peu de différences dans les taux de réussite de chaque tâche. Le contexte joue un rôle important dans cette observation. D'une part, il est difficile de dresser une tendance avec un si petit nombre de productions. Les résultats ne sont pas forcément significatifs, mais permettent tout de même d'émettre certaines hypothèses. D'autre part, le niveau de réussite des élèves de la classe était particulièrement élevé. Seuls deux d'entre eux ont au moins deux résultats faux sur sept ; ce sont par ailleurs les deux élèves qui présentent plus de difficultés en mathématiques. C'est sûrement la raison pour laquelle il y a une grande majorité de réponses correctes, faisant passer les réponses fausses pour des cas isolés. Quelques points peuvent être néanmoins soulevés.

Les deux premiers exercices ont été mieux réussis que les suivants. La différence est d'autant plus intéressante si on ne les compare qu'avec *Grelo grelo 3* et *La tirelire 1*. On peut supposer que le changement de la valeur du nombre à surcompter y est pour quelque chose. Ils étaient volontairement élevés, plus grands que dix, dans le but justement de mettre à mal les procédures de calcul des élèves. Même si cela ne représente finalement que deux ou trois mauvaises réponses de plus, le passage d'un taux de réussite aussi élevé à celui relativement plus bas de *La tirelire 1* laisse penser que la stratégie de surcomptage n'a effectivement pas bien fonctionné avec des valeurs plus complexes.

Les résultats très positifs de *La tirelire 2* ne suivent pas la tendance décroissante du taux de réussite qui était prévue dans la méthodologie, car une mise en commun et une forme d'institutionnalisation de la soustraction se sont faites à la fin de *La tirelire 1* (voir Figure 1). Ils avaient donc de meilleurs outils mathématiques pour réussir ce dernier exercice.

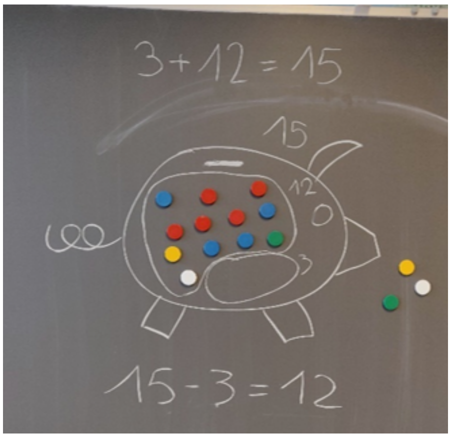


Figure 1 – Mise en commun de La tirelire 1

En revanche, le taux de réussite de *Grelo grelo 4* surprend. Il est identique à la tâche précédente alors que l'hypothèse de départ voulait que l'exercice soit plus largement réussi grâce au nombre à surcompter qui passait de 14 à 2. Deux élèves sur douze, un de chaque degré, s'y sont mal pris. L'un d'eux a posé un calcul en colonne 14+16, ce qui peut s'expliquer par le fait que leur enseignante leur avait présenté l'algorithme quelques jours plus tôt et il aurait donc confondu les stratégies.

Conclusion

Les stratégies mises en place pour résoudre ces problèmes sont diverses, mais elles n'ont pas toutes la même efficacité face à un énoncé donné. La modification de la variable didactique du choix des valeurs à calculer semble donc avoir eu un effet. Comme attendu, on constate que le nombre à sur- ou décompter va influencer le choix de procédure de l'élève. Il y a cependant un cap important à passer, celui de la reconceptualisation du problème additif pour y déceler une résolution soustractive. Cela ne peut se faire que lorsque l'élément recherché est un des termes de l'addition. Ces observations laissent donc penser que certains élèves, bien qu'ils soient très peu nombreux dans le contexte de cette recherche, sont capables d'en venir à cette réalisation par eux-mêmes. L'hétérogénéité des niveaux au sein d'une même classe est aussi à prendre en compte et a une influence sur les résultats. Certains enfants peuvent être plus avancés au moment de commencer la séquence. Tandis que d'autres apprenants auront besoin de plus d'étayage ; c'est à l'enseignant de connaître les capacités de ses élèves.

Références

Butlen, D. (2007). *Le calcul mental, entre sens et technique*. Besançon : Presses universitaires de Franche-Comté.

Conférence intercantonale de l'instruction publique (2010). MSN 13 – Résoudre des problèmes additifs (cycle 1). In *Plan d'études romand*. Neuchâtel : CIIP. Repéré à https://www.plandetudes.ch/web/guest/MSN_13/

Conférence intercantonale de l'instruction publique (2019). *Présentation du MER – Mathématiques 4*[e]. Vidéo consultable à https://edu.ge.ch/qr/4mN

Gvozdic, K., & Sander, E. (2018). When intuitive conceptions overshadow pedagogical content knowledge: Teachers' conceptions of students' arithmetic word problem solving strategies. *Educational Studies in Mathematics, 98*(2), 157-175.

Vergnaud, G. (1986). Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques, un exemple : les structures additives. *Grand N, 38*, 21-40.

Annexes

Annexe 1 Traitement des réponses d’élèves

exercice:	Grelo grelo 1	Grelo grelo 2	Grelo grelo 3	Grelo grelo 4	La tirelire 1	La tirelire 2
énoncé:	6 main droite, 11 en tout	8 main droite, 15 en tout	2 main droite, 16 en tout	14 main droite, 16 en tout	3 au départ, 15 à la fin	2 au départ, 19 à la fin
3P						
Lena	5 - réponse seule	7 - calcul seul	14 - calcul seul	*Absente*		
Marion	5 - dessin -> surcomptage	7 - calcul seul	8 - dessin	2 - calcul + dessin		
Alain	5 - dessin -> surcomptage	7 - dessin -> surcomptage	14 - dessin -> surcomptage	2 - "14 + 2 + 16"		
Zélie	5 - réponse seule	7 - calcul seul	8 - calcul seul	2 - réponse seule		
Kiara	5 - dessin -> retrait ?	7 (effacé) - récrit la comptine	14 - récrit la comptine	? - récrit la comptine		
Cédric	*Absent*	7 - dessin + calcul	14 - dessin -> surcomptage	2 - calcul seul		
4P						
Louise	5 - calcul seul	7 - calcul seul	14 - dessin + "2+14=19"	*Absente*	18 - "3+15=18"	17 - "2+17" et "19-2"
Nicolas	5 - surcomptage	7 - surcomptage + strat.	14 - "compte en arrière"	2 - surcomptage	12 - "3+12=15"	17 - "19-2=17"
Zinédine	5 - dessin + "6+11=5"	? - "15=3+11" + dessin	14 - dessin + calcul	2 - calcul + dessin	? - "15+3=12" et "3+7=15"	19 - calculs
Gaëlle	17 - "6+11=17"	7 - calcul seul	14 - "2+=16=14"	29 - "14+15(16)" en colonne	12 - dessin	17(19) - "19-2=19 (heu… 17!)"
Aurélie	5 - surcomptage + strat.	7 - surcomptage + strat.	*Absente*	2 - "14+2=61"	12 - réponse seule	17 - "19-2=17" + dessin doigts
Maude	5 - calcul seul	7 - "8+7=16"	? - pas de réponse	*Absente*	12 - décomptage	17 - décomptage
Elise	5 - calcul seul	7 - calcul seul (+ g/d)	14 - calcul seul (+ g/d)	2 - calcul seul (+ g/d)	18 - "15+3=18"	17 - surcomptage doigts + "19-2=17"
Amandine	5 - calcul seul	7 - dessin + calcul	14 - calcul seul	2 - réponse seule	12 - "3+12=15"	17 - "2+17=19" et "19-2=17"
Arya	5 - surcomptage	7 - surcomptage + strat.	14 - surcomptage	*Absente*	12 - "3+12=15"	17 - "19-2=17"
Noémie	5 - surcomptage	7 - dessin de mains + calcul	14 - surcomptage mains	*Absente*	12 - "3+12=15"	17 - "19-2=17"
Juliette	5 - surcomptage	7 - "8+?=15"	14 - dessin -> surcomptage	*Absente*	12 - "3+12=15" + dessin	17 - dessin -> surcomptage + "19-2"
Julien	*Absent*	7 - calcul seul	14 - calcul seul	2 - calcul + dessin	18 - "3+15=18"	17 - "19-2=17"
	Code couleurs :	Correcte et intéressante	Réponse correcte	Incohérente	Fausse	Fausse et intéressante

Annexe 2 : exemples de productions d'élèves

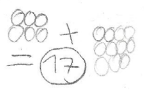
4P

Prénom : Gabriella   Date : 07.11.19

Grelo grelo

Écris ou dessine le calcul que tu fais pour savoir combien de jetons il y a dans la deuxième main de ton camarade.

6 + 11 = 17



4P

Prénom : Nathan   Date : 22.11.19

Grelo grelo 3

Écris ou dessine ce que tu fais pour savoir combien de jetons il y a dans la deuxième.

Je conte ~~an~~ arriere.

2 + 14 = 16

La tirelire, le retour

Dans ma tirelire, j'ai 2 pièces. Sans me prévenir, ma copine me fait un cadeau et rajoute des pièces à ma tirelire. J'ai maintenant 19 pièces dans ma tirelire.

Combien de pièces est-ce que ma copine a rajouté à la tirelire ?

Écris ou dessine le calcul que tu fais pour trouver la réponse

2 + 21 = 19

2 − 21 = 19

2 − 19 = 19

19 - 2 = 17 ✓

4P

Prénom : Jack   Date : 6.12.19

La tirelire

Dans ma tirelire, j'ai 3 pièces. Sans me prévenir, mon copain me fait un cadeau et rajoute des pièces à ma tirelire. J'ai maintenant 15 pièces dans ma tirelire.

Combien de pièces est-ce que mon copain a rajouté à la tirelire ?

Écris ou dessine le calcul que tu fais pour trouver la réponse

~~15+3 = 12~~

3 + 7 = 15

15 − 3 = 12