



TITRE: ENSEIGNEMENT ET APPRENTISSAGE DES NOMBRES DÉCIMAUX EN CLASSE DE 4^{ÈME} : DIFFICULTÉS ET APPROCHES DE SOLUTIONS

AUTEURS: FANGNON AUDREY ET GBOLIBOCO ROLAND

PUBLICATION: ACTES DU HUITIÈME COLLOQUE DE L'ESPACE MATHÉMATIQUE FRANCOPHONE – EMF 2022

DIRECTEUR: ADOLPHE COSSI ADIHOU, UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE (CANADA/BÉNIN) AVEC L'APPUI DES MEMBRES DU COMITÉ SCIENTIFIQUE ET DES RESPONSABLES DES GROUPES DE TRAVAIL ET PROJETS SPÉCIAUX

ÉDITEUR: LES ÉDITIONS DE L'UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

ANNÉE: 2023

PAGES: 1110 - 1121

ISBN: 978-2-7622-0366-0

URI:

DOI:

Enseignement et apprentissage des nombres décimaux en classe de 4^{ème} : Difficultés et approches de solutions

FANGNON¹ Audrey – GBOLIBOCO² Roland

Résumé – Lors de l’enseignement/apprentissage des nombres décimaux en classe de 4^{ème}, nous avons constaté que les apprenants éprouvaient maintes difficultés pour manipuler des expressions contenant des nombres décimaux écrits sous la forme de produit d’une puissance de 10 par un entier relatif. Notre étude confirme ces difficultés, en révèle les éventuelles causes et propose également une approche de solution sous la forme d’une fiche pédagogique qui a été testée en utilisant un design spécifique.

Mots-clefs : nombres décimaux, puissances de 10, apprentissage, difficulté, solution.

Abstract – When teaching/learning decimal numbers in 8th grade, we have found that learners have many difficulties in manipulating expressions containing decimal numbers written as a product of a power of 10 by a relative integer. Our research confirms these difficulties, reveals the possible causes of them and proposes a solution approach in the form of an educational sheet which has been tested using a specific design.

Keywords: decimals, power of 10, learning, difficulty, solution.

1. Université d’Abomey-Calavi (UAC), Bénin, audreyfangnon@outlook.fr

2. Université d’Abomey-Calavi (UAC), Bénin, rolandgboliboco@gmail.com

Introduction

Il est fréquent de constater que les apprenants éprouvent beaucoup de difficultés à faire des opérations avec les nombres décimaux. En classe de 4^{ème}, la notion de nombres décimaux est enseignée sous une forme particulière. En effet, le guide des programmes d'études de la classe de quatrième (INIFRCF, septembre 2020a, septembre 2020b) recommande l'écriture des nombres décimaux sous la forme a, b avec a et b des entiers relatifs. Cette forme d'écriture des nombres décimaux est à la base de certaines difficultés des apprenants à encadrer, à comparer et même à calculer le produit des nombres décimaux. Nous avons réellement fait le constat lors de la correction des copies des devoirs surveillés et interrogations que la majorité des élèves des classes de 4^{ème} abandonne les questions relatives aux nombres décimaux. Ceux qui tentent de répondre à ces types de questions, fournissent souvent des résultats faux ou se contentent juste de recopier les nombres tels qu'ils ont été donnés dans la question. C'est dans l'optique de mieux comprendre l'origine de ces difficultés et d'y trouver des solutions que ce travail a vu le jour.

Cadre de référence et problématique

Plusieurs chercheurs se sont déjà penchés sur les difficultés relatives à l'enseignement et à l'apprentissage des nombres décimaux. Au nombre des auteurs lus, Roditi (2009) s'est focalisé sur la « comparaison des nombres décimaux, la conception et l'expérimentation d'une aide aux élèves en difficultés ». L'objectif de sa recherche est de comprendre les difficultés auxquelles sont confrontés les élèves pour comparer des nombres décimaux. Il conclut que :

La procédure de comparaison des nombres décimaux ne repose pas seulement sur un traitement syntaxique de l'écriture décimale, elle repose aussi simultanément sur un traitement sémantique qui met en jeu l'ordre de grandeur des nombres à comparer (Roditi, 2009, p.23).

En effet, l'enseignement se focalise beaucoup plus sur le traitement de l'écriture numérique, ce qui ne facilite guère la tâche aux apprenants en difficulté. Ces derniers s'en sortent bien lorsque ces mêmes nombres sont introduits dans un contexte. D'autre part, Brousseau (1981) et El Baby (2016), vient compléter les conclusions de Roditi en faisant ressortir que certains enseignants et apprenants conçoivent les nombres décimaux comme un couple d'entiers séparé par une virgule. Ce qui serait à l'origine des erreurs comme : « $3,6 \times 2 = 6,12$ » ou encore « $47,2 < 47,123$ ». Par ailleurs, Favre & Morel (2014) étudient l'existence éventuelle d'une corrélation entre la connaissance des nombres décimaux et les opérations avec ces nombres ; ils concluent qu'une bonne connaissance des nombres décimaux n'est pas liée à une bonne connaissance des opérations avec les nombres décimaux.

Au vu de tous les articles précités, le volet de la notation a, b n'a pas été pris en compte. Ce dernier fait justifie l'intérêt de ce travail. Le but de notre recherche est ainsi de collecter des informations relatives aux difficultés des apprenants à manipuler la forme a, b afin de proposer des approches de solutions

pour y remédier. Pour bien mener cette étude, notre recherche s'articule autour de deux questions fondamentales :

- Quelles sont les causes des difficultés des apprenants à concevoir les nombres décimaux écrits sous la forme $a \times 10^n$?
- Comment amener les apprenants à mieux comprendre les nombres décimaux écrits sous la forme $a \times 10^n$?

L'analyse de ces questions nous amène à formuler comme hypothèse que, la mauvaise compréhension de la définition des nombres décimaux et des propriétés relatives aux puissances de dix à exposants entiers relatifs serait à l'origine des difficultés que rencontrent les apprenants.

Méthodologie

Nous avons choisi comme échantillon expérimental, cent (100) apprenants de la classe de 4^{ème} du Collège d'Enseignement Général (CEG) Le Plateau qui se situe à Womey dans la commune d'Abomey-Calavi au Bénin.

Afin de mieux mener à terme notre étude, nous nous sommes conformés au plan d'action suivant :

- Élaboration d'un questionnaire pour vérifier l'effectivité des difficultés des apprenants à manipuler les nombres décimaux écrits sous la forme $a \times 10^n$ avec a et n des entiers relatifs ;
- Administration et dépouillement des questionnaires ;
- Interprétation des résultats et proposition d'une approche de solutions ;

Présentation du questionnaire

Le questionnaire (annexe 1) est composé de six catégories de questions et sera administré uniquement aux apprenants de la classe de 4^{ème}. La première question nous fournira la représentation que les apprenants ont des nombres décimaux alors que la deuxième question nous renseignera sur la compréhension de l'écriture des nombres décimaux sous la forme $a \times 10^n$ avec a et n des entiers relatifs. Puis vient la troisième question, qui nous informera sur la reconnaissance des nombres décimaux par les apprenants. Et enfin, les questions 4, 5 et 6 sont destinées à faire ressortir l'aptitude des apprenants à manipuler (comparer, faire des opérations arithmétiques, encadrer) les nombres décimaux écrits sous la forme $a \times 10^n$. Etant donné que chaque catégorie de questions est destinée à vérifier une aptitude précise chez l'apprenant, nous ferons l'analyse statistique des réponses des apprenants pour chaque catégorie de questions. Nous procéderons de cette manière dans l'optique d'identifier les éventuels problèmes des apprenants afin de proposer des approches de solutions idoines.

Choix de l'échantillon.

Au cours de notre investigation, nous avons adressé des questionnaires aux élèves de façon individuelle mais sans tenir compte de la durée. En effet, ceci nous a permis de laisser les apprenants travailler sans stress. Nous avons d'abord procédé au choix de 40 apprenants sur le total des 100 apprenants ayant participé au test pour former une *classe C*. Ensuite, nous avons effectué une subdivision de cette dernière (*classe C*) en deux sous-classes C_1 et C_2 en nous basant sur le classement obtenu à partir de la somme des indices³. Cette stratégie nous a permis d'avoir deux sous-classes bien équilibrées. La figure 1 ci-dessous montre comment la subdivision a été effectuée.

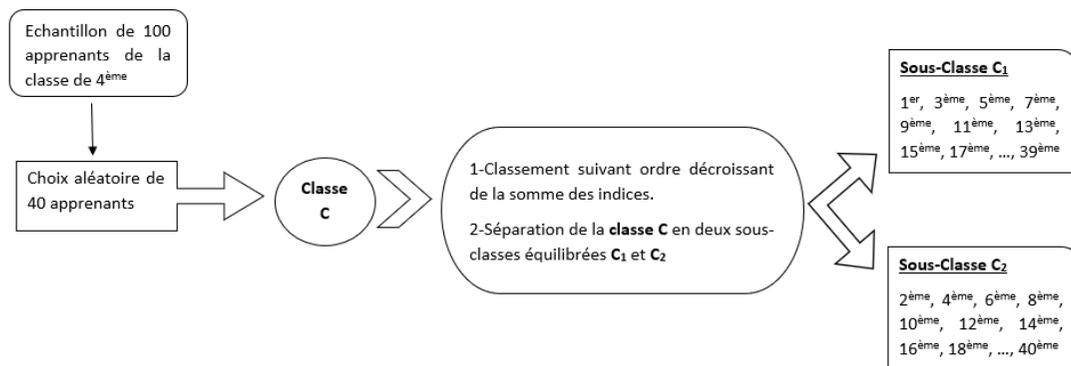


Figure 1 - Schéma explicatif de la subdivision de la **classe C**.

3. Somme des indices : c'est la note sur 20 correspondants à chaque questionnaire rempli. Chaque question du questionnaire valant une pondération égale à 1 point.

Description de l'activité de remédiation (fiche pédagogique).

Les interprétations résultant du dépouillement du questionnaire nous ont permis d'élaborer une activité de remédiation comportant des consignes spécifiquement élaborées pour résoudre les lacunes des apprenants. Notre fiche pédagogique comporte de manière générale trois activités. La première activité est subdivisée en quatre consignes abordant chacune une manipulation sur les nombres décimaux. La consigne 1 introduit les nombres décimaux (sous la forme $a \times 10^n$ avec a et n des entiers relatifs) à partir des fractions décimales et rappelle les propriétés sur les puissances de 10. Quant aux consignes 2, 3 et 4, elles s'intéressent respectivement à la multiplication, à l'encadrement et à la comparaison des nombres décimaux sous la forme $a \times 10^n$. Ces consignes sont étoffées de remarques, de propriétés et d'astuces pour faciliter les manipulations. Ensuite, vient l'activité 2 titrée : « Réinvestissements » qui permet de mettre en application les connaissances acquises sur les nombres décimaux. Cette activité est immédiatement suivie par une évaluation formative qui amène les apprenants à s'auto-évaluer et à corriger les éventuelles erreurs qui persisteront. Enfin, l'activité 3 (Retour et projection) achève la fiche pédagogique en permet d'une part à l'enseignant de savoir si l'objectif pédagogique est atteint et d'autre part aux apprenants d'identifier des situations de la vie courante où les connaissances acquises seront utiles.

Description du design

Notre recherche étant menée vers la fin de l'année scolaire, il est à noter que les apprenants ont déjà suivi le cours sur les nombres décimaux avec leurs professeurs titulaires. Pour tester l'efficacité de notre activité de remédiation, nous avons élaboré un design. En effet cette phase de test s'est déroulée en deux étapes. D'une part, nous avons déroulé la fiche pédagogique uniquement avec la sous-classe C_1 . Ce qui a été immédiatement suivi d'une première évaluation de tous les apprenants des deux sous-classes réunies. D'autre part, nous avons administré la même activité de remédiation à la sous-classe C_2 puis procédé à la seconde évaluation de tous les apprenants comme ce fut le cas lors de la 1^{ère} évaluation. Cette seconde évaluation nous permettra d'évaluer l'efficacité de notre activité de remédiation. La figure 2 décrit dans les moindres détails le design utilisé.

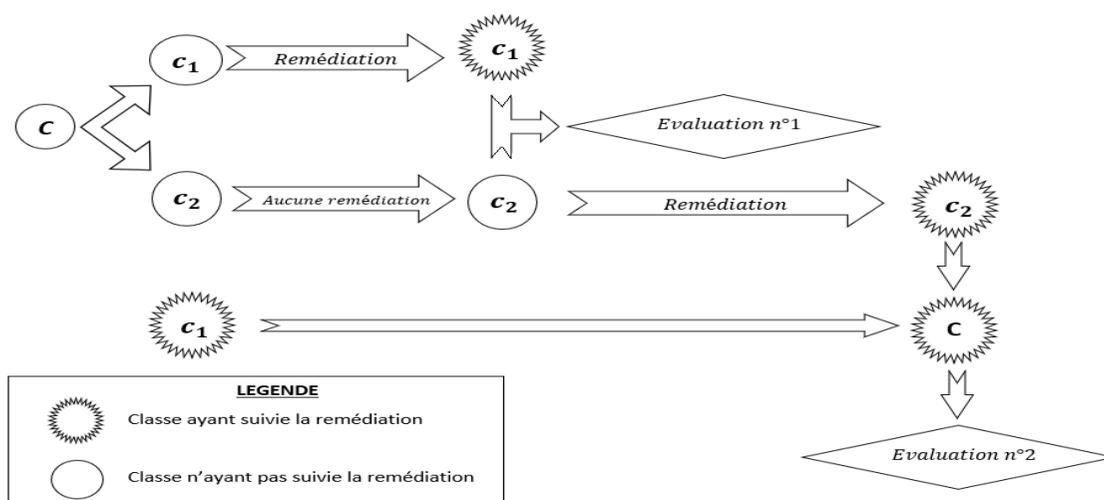


Figure 2 - Schéma du design

Résultats et analyse

Questionnaire de recherches

Après le dépouillement des réponses au questionnaire (annexe 1), les résultats issus de l'analyse statistique des réponses pour chaque question sont consignés dans le tableau 1 ci-dessous.

Questions	Bonne réponse par expression (%)	Moyenne des bonnes réponses (%)
1-Définition	05	05
2-Ecriture des nombres décimaux	Reconnais qu'il y a plusieurs écritures	44
	a) 125,8547	45
	b) 0,009856	52
	c) 8525	14
	d) $\frac{7}{25}$	30
		35,25
3-Reconnaissance des nombres décimaux	a) 0,007	92
	b) 25	15
	c) $\frac{3}{2}$	80
	d) $2\frac{9}{30}$	26
	e) 12,5	93
		61,2
4-Comparaisons	a) 47×10^{-6} et 47×10^{-7}	54
	b) 46×10^{-7} et 47×10^{-7}	69
	c) 47×10^{-6} et 46×10^{-7}	73
		65,33

5-Opérations arithmétiques	a) $(4 \times 10^{-1}) + (3 \times 10^2)$	01	04
	b) $(4 \times 10^{-2}) - (7 \times 10^2)$	01	
	c) $3,201 \times (2 \times 10^{-2})$	04	
	d) $\frac{4 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-2}}$	10	
6-Encadrement par deux puissances de 10 d'exposants consécutifs	a) $_{-} 8 \times 10^{-7} _{-}$	23	22
	b) $_{-} 4 \times 10^{11} _{-}$	21	

Tableau 1 - Résultats statistiques des réponses par question.

Nous avons regroupé les réponses à la question 1 en trois catégories à savoir :

- Catégorie A : un nombre décimal est un nombre qui peut se mettre sous la forme d'un produit d'un entier par une puissance de 10.
- Catégorie B : un nombre décimal est un nombre qui comporte une virgule.
- Catégorie C : autres définitions incorrectes.

	Catégorie A	Catégorie B	Catégorie C
Pourcentage	5%	77%	18%

Tableau 2 - Détail sur la question 1 (Maîtrise de la définition)

Après le dépouillement des questionnaires, nous avons identifié plusieurs difficultés des apprenants. Primo, la majorité des apprenants considère les nombres décimaux comme étant des nombres comportant une virgule. Secundo, les apprenants ne savent pas qu'un nombre décimal peut s'écrire de diverses façons sous la forme de produit d'une puissance de 10 par un entier relatif. Tertio, moins de 4% des apprenants sont capables d'effectuer correctement des opérations arithmétiques avec les nombres décimaux écrits sous forme de produit de puissance de 10 par un entier. Du fait que ces écritures font intervenir les puissances de 10, on peut imputer ces mauvais résultats à la méconnaissance des propriétés sur les puissances de 10.

Activité de remédiation

Une fois l'activité de remédiation élaborée en prenant en compte l'interprétation des résultats issus du dépouillement des questionnaires, nous avons mis en application le design pour tester sa fiabilité. Le tableau 3, ci-dessous présente l'analyse statistique des résultats issus des évaluations 1 et 2 de notre design (annexe 2).

Evaluation	Sous-Classe	Notes < 10	Notes ≥ 10	Taux de réussite par sous-classe	Taux de réussite générale
Evaluation 1	C ₁	04	16	80%	52,5%
	C ₂	15	05	25%	
Evaluation 2	C ₁	02	18	90%	80%
	C ₂	06	14	70%	

Tableau 3 - Analyse statistique des notes obtenus lors des évaluations 1 et 2

Il ressort de l'analyse du tableau 3 qu'à la première phase du test sanctionné par l'évaluation 1, le taux de réussite des apprenants ayant suivi la remédiation (Sous-Classe C₁) est de 80% alors que celui des apprenants n'ayant pas suivi cette remédiation (Sous-Classe C₂) est de 25%. D'autre part, le taux de réussite général de la classe C qui était de 52,5% à l'issue de cette première phase est passé à 80% à la fin de la seconde phase. Cette dernière étant achevée par l'évaluation 2. Les différences significatives nous montrent clairement l'impact positif de notre activité de remédiation.

Conclusion

En somme, les difficultés des apprenants liées à la notion de nombres décimaux nous ont amené à nous intéresser aux méthodes didactiques et pédagogiques utilisées pour l'enseignement et l'apprentissage des nombres décimaux en classe de 4^{ème}. En nous appuyant sur les difficultés constatées par rapport à la manipulation des nombres décimaux écrits sous la forme de $a \times 10^n$ avec a et n des entiers relatifs, nous avons élaboré des remédiations auxquelles des apprenants des classes de 4^{ème} ont été soumis. A l'issue de ces travaux, des améliorations notables ont été constatées au niveau des apprenants. C'est donc parallèlement aux méthodes utilisées pour construire ces activités que nous avons proposé des perspectives d'amélioration de l'enseignement et de l'apprentissage des nombres décimaux en classe de 4^{ème}.

Références

- Brousseau, G. (1981). Problème de didactique des décimaux. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 2(3), 37-127.
- Collection CIAM. (1995) *Mathématique 4^{ème} édition* EDICEF
- El Baby, K. (2016). *Les obstacles didactiques relatifs à l'enseignement des décimaux*. Mémoire professionnel du Master MEEF Professeur des écoles - Université TOULOUSE Jean Jaurès.
- Favre, B., Morel, K. (2014). *Les nombres décimaux au secondaire 1*. Mémoire professionnel du master of arts et Diplôme d'enseignement pour le degré secondaire 1. Haute Ecole Pédagogique de Vaud.
- Institut National d'Ingénierie de Formation et de Renforcement des Capacités des Formateurs - INIFRCF (septembre 2020a). *Guide pédagogique du programme d'études de mathématiques de la classe quatrième*. Benin
- Institut National d'Ingénierie de Formation et de Renforcement des Capacités des Formateurs - INIFRCF (septembre 2020b). *Programme d'étude de la classe de quatrième*. Benin
- Roditi, E. (2007). La comparaison des nombres décimaux, conception et expérimentation d'une aide aux élèves en difficulté. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 12, 55-81.

Annexe

Annexe 1 : Questionnaire de confirmation du constat.

1-Qu'est-ce qu'un nombre décimal ?

2-Donne dans chaque cas (si possible) deux écritures différentes des nombres suivants sous la forme $a \times 10^n$ avec a et n des entiers relatifs.

- | | | |
|-------------------|----------------------|----------------------|
| a) 125,8547 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| b) 0,009856 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| c) 8525 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| d) $\frac{7}{25}$ | <input type="text"/> | <input type="text"/> |

3-Dans chacun des cas réponds par Vrai ou Faux selon que le nombre est un nombre décimal ou n'en est pas un.

- | | | |
|--------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| a) 0,007 | Vrai <input type="checkbox"/> | Faux <input type="checkbox"/> |
| b) 25 | Vrai <input type="checkbox"/> | Faux <input type="checkbox"/> |
| c) $\frac{3}{2}$ | Vrai <input type="checkbox"/> | Faux <input type="checkbox"/> |
| d) $\frac{20}{30}$ | Vrai <input type="checkbox"/> | Faux <input type="checkbox"/> |
| e) 12,5 | Vrai <input type="checkbox"/> | Faux <input type="checkbox"/> |

4- Compare les nombres suivants dans chacun des cas en utilisant les symboles "<" et ">".

- a) 47×10^{-6} ___ 47×10^{-7} ;
b) 46×10^{-7} ___ 47×10^{-7} ;
c) 47×10^{-6} ___ 46×10^{-7} .

5-Inscris le résultat des opérations suivantes sous la forme $a \times 10^n$ avec a et n des entiers relatifs.

- a) $(4 \times 10^{-1}) + (3 \times 10^2) =$ _____ ;
b) $(4 \times 10^{-2}) - (7 \times 10^2) =$ _____ ;
c) $3,201 \times (2 \times 10^{-2}) =$ _____ ;
d) $\frac{4 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-2}} =$ _____.

6- Donne un encadrement par deux puissances de 10 d'exposants consécutifs de chacun des nombres suivants :

- e) _____ $\leq 8 \times 10^{-7} \leq$ _____ ;
f) _____ $\leq 4 \times 10^{11} \leq$ _____.

Annexe 2

- Evaluation formative n°1

EVALUATION FORMATIVE N°1

Classe : 4^{ème}

Durée : 20 min

On considère les nombres suivants : $a = 0,00692$; $b = 4000$; $x = \frac{a}{b}$ et $y = 0,000095$.

- 1- Ecris les nombres a , b et y sous la forme de $p \times 10^n$ avec $p, n \in \mathbb{Z}$, puis en déduire l'écriture de x sous la même forme.
- 2- Donne un encadrement de x par deux puissances de 10 d'exposants consécutifs que tu préciseras.
- 3- Compare x et y .

- Evaluation formative n°2.

EVALUATION FORMATIVE N°2

On considère les nombres suivants :

$$\begin{aligned} X &= 0,0000014; \\ Y &= 10^4 \times 10^{-7} \times \frac{1}{10^{13}}; \\ Z &= 3145 \times 10^{20}; \\ T &= 623 \times 10^{22}; \\ U &= \frac{(10^{-4})^3}{10^{-7}} \end{aligned}$$

- 1) Ecris sous forme d'une puissance de 10 les nombres X , Y et U .
- 2) Compare Z et T .
- 3) Donne un encadrement de T par deux puissances de 10 d'exposants consécutifs que tu préciseras.