



TITRE: LA NUMÉRATION DE POSITION DÉCIMALE DANS LES MANUELS SCOLAIRES QUÉBÉCOIS DU PRIMAIRE

AUTEURS: KOUDOGBO JEANNE ET FERNANDES DANIELA

PUBLICATION: ACTES DU HUITIÈME COLLOQUE DE L'ESPACE MATHÉMATIQUE FRANCOPHONE – EMF 2022

DIRECTEUR: ADOLPHE COSSI ADIHOU, UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE (CANADA/BÉNIN) AVEC L'APPUI DES MEMBRES DU COMITÉ SCIENTIFIQUE ET DES RESPONSABLES DES GROUPES DE TRAVAIL ET PROJETS SPÉCIAUX

ÉDITEUR: LES ÉDITIONS DE L'UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

ANNÉE: 2023

PAGES: 861 - 875

ISBN: 978-2-7622-0366-0

URI:

DOI:

La numération de position décimale dans les manuels scolaires québécois du primaire

KOUDOGBO¹ Jeanne – FERNANDES² Daniela

Résumé – Dans cet article, nous présentons les résultats d'une recherche qui vise à décrire ce que véhiculent les manuels scolaires québécois du primaire pour enseigner la numération de position décimale. Après avoir analysé les contenus et les types d'activités, nous discuteront les résultats à la lumière des visées du programme de formation mathématique et des retombées, dont l'impact de l'utilisation des manuels et leurs incidences potentielles sur l'apprentissages des élèves à besoins particuliers.

Mots-clefs : numération de position décimale ; manuels scolaires ; difficultés d'apprentissage ; enseignement-apprentissage ; niveau primaire ; programme d'études

Abstract – This paper focuses on the results of a research project which aims to describe what Quebec elementary school textbooks convey for the teaching of decimal positional numeration. We will present these results according to content and types of activities. Then we will discuss the results considering the aims of the mathematics education program, and the outcomes, including the impact of the use of textbooks and their potential effect on the learning of special needs students.

Keywords: decimal positional numeration; textbooks; teaching-learning; learning difficulties; primary level, curriculum

1. Université de Sherbrooke, Canada, jeanne.koudogbo@usherbrooke.ca

2. Université de Sherbrooke, Canada, daniela.fernandes@usherbrooke.ca

Introduction et problématique

La recherche s'inscrit dans un projet financé par le Fonds de recherche du Québec – Société et culture (FRQSC, 2017-2020-2023³) qui porte sur les enjeux de formation mathématique dans le curriculum québécois et dans les manuels scolaires concernant l'enseignement de la numération de position décimale (NPD). Elle s'inscrit dans la suite de nos travaux réalisés au Québec, sur la NPD, dont notre thèse de doctorat (Koudogbo, 2013) et d'autres publications scientifiques (Koudogbo, 2021 ; 2017 et 2013, Koudogbo, Giroux et René de Cotret, 2017). Dans cet article, nous nous limiterons aux premiers résultats de l'étude en cours, en articulant l'utilisation des ressources, les manuels scolaires, avec la problématique de l'enseignement aux élèves à besoins particuliers et les incidences potentielles sur leurs apprentissages.

Le concept de NPD sert à désigner les nombres, à les représenter et à opérer sur eux. La NPD est au cœur de l'enseignement-apprentissage de l'arithmétique au primaire, en plus d'être à la base de la construction des concepts dans d'autres domaines mathématiques. Elle a fait l'objet de plusieurs études au Québec dans les années 80-90 (Bednarz et Janvier, 1984, 1988 ; Giroux, 1991) et ces dernières années (Koudogbo, 2021 ; 2017 ; 2013, Koudogbo, Giroux et René de Cotret (2017) et ailleurs (Mounier, 2010 ; Tempier, 2016 ; 2013). Certaines de ces études ont révélé sa complexité, vu les multiples notions qui la caractérisent, ainsi que les difficultés qu'elle crée chez les élèves (Koudogbo, op.cit. ; Bednarz et Janvier, op.cit.) et chez les enseignants (Ma, 1999). Particulièrement, au Québec, Bednarz et Janvier, à la suite d'une analyse de la prise en compte de la numération (incluant la NPD) dans l'ancien programme et dans les activités des manuels scolaires, ont fait des constats les amenant à expliquer les difficultés et les conceptions erronées des élèves : l'enseignement de la NPD était davantage axé sur l'écriture conventionnelle, le symbolisme, le vocabulaire technique. Le programme, structuré selon un découpage séquentiel du travail sur les nombres conduit l'élève à concevoir le nombre comme un découpage, un ordre, une position. De surcroît, à la suite d'une analyse de séquences d'enseignement dans lesquelles les enseignants ont utilisé des activités des manuels, les résultats des études de Koudogbo (2013) montrent que c'est le principe de position, avec la valeur de position du chiffre dans le nombre (unités, dizaines, centaines, unités de mille...) qui est le plus enseigné au détriment des autres principes, pourtant circonscrits dans le programme d'études québécois, et nécessaires à la conceptualisation. Les études de Tempier (2016, 2013) montrent que dans le programme français et les manuels scolaires, c'est le principe de position qui est surinvesti. Par ailleurs, Koudogbo, dans ses études, constate une absence de liens entre les nombres et les opérations en termes d'action sur des groupements et ainsi, les élèves ont des difficultés liées aux principes de la NPD, lors de l'apprentissage des algorithmes.

3. Ce projet de recherche a bénéficié du Financement du Fonds de Recherche Société et Culture (FRQSC) du Gouvernement du Québec (2017-2020-2023), Référence : 2018-NP-205838.

Or depuis la publication au Québec des travaux de Bednarz et Janvier (op.cit), le programme scolaire québécois a été réformé (MELS, 2006, 2009), s'accompagnant d'un changement de directives, avec une volonté d'organiser les savoirs à la formation mathématique selon le développement des compétences. D'où une restructuration des modalités et contenus d'enseignement : la NPD est au cœur des savoirs essentiels du domaine de l'arithmétique et est articulée avec le nombre et les opérations sur les nombres. La résolution de situations problèmes occupe une place de choix (la situation problème diffère du problème par son libellé, la contextualisation et la conceptualisation.) Les principes de la NPD (base dix, position, valeur de position, groupement et sens du zéro) y sont censés être enseignés. En outre, on note un renouvellement des ressources, les manuels scolaires et les documents d'accompagnement. Dans ce contexte, il importe d'étudier la prise en compte de la NPD dans les manuels scolaires en référant au cadre théorique de la transposition didactique de Chevallard (1991) surtout, la TD externe, liée à la conception des ressources. Mais nous référerons aussi à la TD interne liée à l'usage des contenus des manuels scolaires en classe par l'enseignant ou l'orthopédagogue.

D'ailleurs, des recherches ont montré que les manuels scolaires sont un objet de prédilection pour les enseignants qui utilisent leurs contenus pour enseigner les mathématiques (Côté, 2015 ; Grouws et Smith, 2000 ; Spallanzani et al. 2001). Ils s'y reposent, leur conférant une certaine fiabilité et importance (Lebrun et Lebrun, 2006). Les manuels servent de support aux apprentissages des élèves. Or les manuels ne tiennent pas compte des besoins particuliers des élèves en favorisant leur engagement et apprentissage. Ils préconisent plutôt des situations d'apprentissage uniformes pour tout le groupe-classe (Conne et al., 2006), sans considérer le parcours cognitif des élèves et la nature du handicap (Butlen, 2012). Ainsi, dans l'enseignement des mathématiques auprès de publics spécifiques ou dans des contextes particuliers, se posent le problème de l'utilisation des contenus des manuels ainsi que celui de l'impact de ces manuels sur l'apprentissage des élèves. Cependant, il est certes difficile, à la suite d'une recension d'écrits scientifiques, d'identifier des travaux traitant de l'utilisation des ressources, des manuels, auprès de publics spécifiques, encore moins ceux analysant les retombées en matière de l'impact d'une telle utilisation sur l'apprentissage dans des contextes particuliers. Les études sur l'enseignement des mathématiques auprès d'élèves à besoins particuliers montrent plutôt comment contribuer à l'engagement et à l'apprentissage de ces élèves (Assude, Perez, Tambone et Vérillon, 2013 ; Million Fauré et al. 2018 ; Butlen, 2012). Les réalités de ces contextes imposent de faire des choix conséquents de situations conceptuellement riches, robustes, de recourir à des adaptations qui permettent de conserver les enjeux de savoir selon les besoins mathématiques des élèves.

À la lumière de ce qui précède, nous notons plusieurs enjeux concernant l'enseignement-apprentissage de la NPD. Parmi ceux-ci, il y a les orientations du curriculum québécois et les choix pour enseigner la NPD, avec les incidences sur les ressources, comme les manuels scolaires, leur importance et leurs rôles, la problématique entourant l'enseignement aux élèves à besoins particuliers et l'incidence que pourrait avoir une surutilisation sur l'apprentissage des élèves. Considérant ces enjeux, il nous semble essentiel de réaliser cette étude. Pour cela, la question générale de la recherche est :

Quels sont, pour la formation mathématique au primaire les objets de savoir à enseigner introduits dans les manuels scolaires à propos de la NPD ? L'objectif alors est de décrire et d'analyser les savoirs à enseigner de la NPD tels qu'introduits dans les manuels scolaires pour saisir les enjeux de formation mathématique. Pour ce faire, nous allons, d'abord, circonscrire les appuis théoriques pour cette recherche, puis, nous précisons les éléments méthodologiques et, finalement, les premiers résultats émergeant des analyses seront présentés. Ce qui nous permettra de les discuter pour introduire des retombées en matière d'apprentissage, d'enseignement, notamment aux élèves à besoins particuliers, de la prise en compte des difficultés des élèves ainsi que de la formation des maîtres.

Appuis théoriques

La transposition didactique (TD)

D'emblée, nous nous plaçons dans le cadre de la théorie de la transposition didactique (TD) de Chevallard (1991) en considérant ses mécanismes qui permettent de saisir les rapports entre les savoirs scientifiques de référence et les savoirs à enseigner tels que retenus et prescrits par les instances officielles dans les textes des programmes, puis transposés dans les instances didactiques. Dans le cas de la présente étude, nous nous intéressons au savoir mathématique, la NPD, dans le Programme de Formation de l'École Québécoise (PFÉQ) du 2^e cycle primaire (MELS, 2006) et la Progression des Apprentissages (PDA) (MELS, 2009) ; c'est-à-dire à la transposition didactique externe qui se fait au niveau des manuels scolaires. En ce qui concerne le PFÉQ, les savoirs sont énumérés dans une section distincte, « Savoirs essentiels », sous forme de concepts et de processus mathématiques à être enseignés selon le PDA des trois cycles (élèves de 6 à 11ans). La NPD se trouve au cœur du domaine de l'arithmétique. Elle y constitue la base des savoirs essentiels prévus pour être enseignés suivant les trois cycles durant six années. De plus, des principes de la NPD y sont censés être enseignés au 2^e cycle (base dix, position, valeur de position et sens du zéro), avec des nombres inférieurs à 100 000 ; le principe de groupement étant travaillé au 1^{er} cycle. Enfin, la NPD est articulée avec le sens et l'écriture des nombres, le sens des opérations et les opérations sur les nombres. La manière d'envisager la NPD dans le programme s'ancre dans l'approche promue, le socioconstructivisme et le développement des trois compétences disciplinaires (résoudre une situation problème mathématique, raisonner à l'aide de concepts et processus mathématiques et communiquer à l'aide du langage mathématique). Le programme vise le développement de la pensée mathématique. Il revient à l'enseignant de proposer des activités propices aux élèves pour les amener à « réfléchir, manipuler, explorer, construire, simuler, discuter, structurer ou s'entraîner » et à « s'appropriier des concepts, des processus et des stratégies » (op.cit, p. 3). La restructuration des savoirs a entraîné un renouvellement des manuels et documents d'accompagnement.

Il importe alors selon la TD externe de saisir quelle forme de vie prend la NPD en tant que savoir à enseigner dans les manuels en fonction des visées du PFÉQ concernant la formation mathématique. Nous ne traitons pas de ce fait des objets enseignés (en classe) ni appris (par l'élève), lesquels relèvent de la TD interne. Nous y reviendrons toutefois lors de la discussion.

Analyse conceptuelle de la NPD et les types d'activités de la NPD

L'**analyse conceptuelle de la NPD nous** permet d'éclairer la façon dont elle est abordée en termes d'objet de savoir à enseigner dans les manuels scolaires et en circonscrire les éléments clés aux fins d'analyses subséquentes sur les plans méthodologiques lors de la collecte des données. Pour cette analyse, nous considérons les publications scientifiques en référant, principalement aux travaux réalisés au Québec, notamment ceux de Bednarz et Janvier (1984, 1988) et nos publications (Koudogbo, 2021, 2017, 2013 ; Koudogbo, Giroux et René de Cotret, 2017), pour décrire les caractéristiques et les principes de la NPD. D'abord, le **principe de la base décimale** permet de compter par groupements réguliers de dix en utilisant dix symboles différents (0, 1, 2, 3, 4, 5, 5, 7, 8, 9) ou un nombre limité de symboles oraux (mots) pour représenter tout nombre ou opérer sur les nombres. Le **principe de position** joue un rôle dans l'écriture des nombres : il permet d'écrire un seul chiffre à une position, partant de la droite (unité) vers la gauche (unité supérieure). L'un de ces chiffres (0) doit désigner l'absence d'un groupement d'unités à une position donnée, c'est un principe complémentaire et nécessaire qui renvoie à **la fonction du zéro**, au sens du zéro. Grâce au **principe de la valeur décimale**, chaque chiffre d'un nombre écrit réfère à un nombre inférieur à la base 10. La NPD comporte un groupement régulier (10). Grâce à ce groupement régulier, le **principe d'échange**, applicable aux opérations sur les nombres (retenue/emprunt) permet de faire des groupements (addition) ou de les défaire (soustraction). Par ailleurs, dans les études de Tempier (2013 ; 2016), l'auteur distingue deux principes (décimal et de position). Les ressources proposées aux enseignants sont structurées pour travailler l'aspect «positionnel» et ne favorisent pas une réelle compréhension, par manque d'articulation avec les autres principes et avec les opérations (Koudogbo, op.cit). Ainsi, le principe de position, avec l'identification des chiffres à une position donnée (valeur de position décimale) est plus enseigné.

Nous retenons aussi les entrées/modalités par lesquelles on accède au savoir à enseigner selon les **types d'activités**, l'une étant la résolution de (situations) problèmes, dans le programme d'étude. Nous prenons alors appui sur les travaux de Stein et al. (2000) et Zhu et Fan (2006) pour caractériser les types d'activités selon le degré de conceptualisation et l'habillage mathématique, textuel, visuel, contextualisé. Zhu et Fan distinguent les problèmes simples (calculs, algorithmes) aidant peu à la conceptualisation des problèmes qui la favorisent.

Éléments méthodologiques

La **collecte des données** comprend une variété de corpus documentaire, assurant une rigueur à la recherche (Van der Maren, 2006). Les instruments sont constitués de deux ressources. D'abord, les documents officiels (Programme de formation de l'école québécoise et Progression des apprentissages), un corpus de données ayant servi à la problématisation et à la contextualisation de l'objet sur le plan de la TD externe (voir I et II.1.) Nous considérons ensuite les ressources, les manuels scolaires (manuels, cahier de l'élève, guide d'enseignement) de 2^e cycle primaire (élèves de 8-9ans). Les **critères de sélection** sont : 1) l'importance des manuels scolaires pour documenter la mise en texte du savoir à enseigner par l'institution scolaire, en réponse à l'objectif de recherche ; 2) le 2^e cycle est retenu, car c'est à ce cycle que les difficultés inhérentes à la NPD sont accrues, avec l'étude des grands nombres (Koudogbo, 2017, 2013 ; Bednarz et Janvier, 1984, 1988) et où s'opèrent les liens entre la NPD et d'autres concepts.

Pour les collections de manuels scolaires, dix ont été approuvées en 2016 par le Comité-conseil sur l'évaluation des ressources didactiques (CCÉRD). Nous avons retenu les collections les plus utilisées : *Adagio*, *Clicmaths*, *Défi Mathématique* et *Tam-Tam Mathématique*. Ils constituent un échantillon non probabiliste et intentionnel (Patton, 2002) ; leur qualité permet de documenter et saisir l'objet de recherche. De plus, nous avons construit une grille pour collecter et traiter les données, en nous référant à la recension des écrits scientifiques, aux visées du programme et à l'analyse conceptuelle. Cette grille comprend **deux dimensions**, avec des variables et leurs valeurs, applicables aux activités dans les manuels scolaires des collections : **1) les contenus**, déclinés selon leurs variables, i.e., les **caractéristiques et les principes** de la NPD⁴ dont la valeur de *position décimale* du chiffre dans le nombre (VPD) ou d'un groupe de chiffre dans le nombre (VPDGC), le *principe d'échange* (retenue ; emprunt), le *sens du zéro* et la *base 10* ; en plus du sens des **opérations sur les nombres**. **2) les entrées** par lesquelles la NPD est investie selon les **types d'activités** et leurs variables (exercice ou calcul, *problème*, *situation-problème* et *théorie*). Notons que la nature des variables catégorielles de la base de données SPSS sont des variables dichotomiques (codées 0-1) et nominales. Ainsi (1) représente la présence de la variable dans l'activité et (0) son absence. Ces variables s'appliquent à la dimension *Contenu*. Pour les types d'activités sont codés ainsi : 1 (exercice) ; 2 (problème) ; 3 (situation-problème) ; 4 (théorie). Une même activité peut avoir plusieurs dimensions ou variables.

Pour l'**analyse des données**, d'abord, les valeurs aberrantes ont été neutralisées par la fonction Explorer de SPSS et nous avons analysé les données selon la présence des activités de la NPD dans chaque collection et dans l'ensemble des collections. Puis nous avons analysé et comparé les résultats selon les dimensions de façon intra-collection et inter-collections, par des analyses descriptives (fréquences, %). Par le biais de tableaux croisés, la relation entre les variables catégorielles a été exa-

4. Cette variable aide à savoir si une activité concerne la NPD pour saisir quels principes/dimensions sont en jeu.

minée. En gros, nous utilisons une méthode mixte (Johnson et Onwuegbuzie, 2004) en référant à la recension des écrits et aux appuis théoriques pour produire et discuter les résultats.

Résultats

Résultats en lien avec la dimension « Contenus »

Nous présentons et discutons les résultats. D'abord, nous avons répertorié, dans l'ensemble des collections, peu importe les domaines mathématiques (arithmétique, géométrie, mesure, statistiques et probabilité), 3389 activités, dont 833 (24,6%) concernent la NPD. Ce résultat est statiquement considérable et mériterait d'être discuté après. Notons que ces 833 activités se répartissent ainsi dans les collections : Clicmaths (N= 268 ; 32,2%); Défi-Mathématique (N= 215; 25,8%); Adagio (N=178; 21,4%) et Tam-Tam (N=172; 20,6%). En se basant sur ces données, la NPD est plus utilisée dans Clicmaths. Pour les résultats liés aux contenus, ils concernent, d'abord, *les principes de la NPD*. Vu que plus d'un principe peut se retrouver dans une même activité, l'effectif total des présences est 1508. Les résultats exposés dans le tableau-ci, révèlent lequel des principes est statistiquement surreprésenté ou non.

Collections Principes Fré- quences et %	Tam-Tam	Clicmath	Défi-mathéma- tique	Adagio	Total et %	
Valeur Position Décimale - VPD	84	207	170	85	546	36,2%
%	15,4%	37,9%	31,1%	15,6%	100%	
VPD groupe de chiffres	14	15	49	24	102	6,7%
%	13,7%	14,7%	48,0%	23,5%	100%	
Échange : retenue	52	29	93	22	196	13%
%	26,5%	14,8%	47,4%	11,2%	100%	
Échange : emprunt	52	12	39	19	122	8,1%
%	42,6%	9,8%	32,0%	15,6%	100%	
Sens du zéro	38	66	51	30	185	12,3%
%	20,5%	35,7%	27,6%	16,2%	100%	
Base 10	63	108	85	101	357	23,7%
%	17,6%	30,3%	23,8%	28,3%	100%	
Total : Fré- quences	303	437	487	281	1508	100%
%	20,1%	29%	32,3%	18,6%	100%	

Tableau – Fréquences et pourcentages des principes de la NPD dans les collections

Il apparaît, toutes collections confondues, que les principes à même d'être le plus enseigné sont la valeur de position décimale (VPD) du chiffre dans le nombre, avec 36,2%, et la base 10 (23,7%). Une analyse inter-collections révèle que le principe de la *VPD* est statistiquement surreprésenté dans Clicmath (37,9%) et Défi-Mathématique (31,1%) ; mais sous-représenté dans TamTam (15,4%) et Adagio (15,6%). Quant à la *base 10*, elle est surreprésentée dans Clicmath (30,3%) et Adagio (28,3%). Les fréquences des autres principes se présentent ainsi : la *valeur de position décimale* d'un groupe de chiffres dans le nombre (6,7%) ; l'échange/ emprunt (8,1%), le sens du zéro (12,3%) et l'échange/retenue (13%). Mais, trois collections se démarquent statistiquement : Défi Mathématique pour la *valeur de position décimale* d'un groupe de chiffres dans le nombre (48 %) et l'échange/retenue (47,4) ; Tam-Tam pour l'échange/emprunt (42,6%) et Clicmath pour le sens du zéro (35,7%). En second lieu, les résultats liés aux *sens des opérations sur les nombres* montrent un effectif total de 1683 présences. Nous relevons particulièrement une surreprésentation de l'addition dans toutes les collections (38,3%) et une sous-représentation de la division (18,7%), suivie de la soustraction (20,9%) et la multiplication (22,1%). En outre, certaines tendances émergent : la fréquence des quatre opérations est statistiquement surreprésentée dans TamTam (34,3%) et sous-représentée dans Clicmath et Défi mathématique (19%). La *division* est surreprésentée dans Tam-Tam (42,5%), mais sous représentée dans Défi mathématique (12,7%). La *soustraction* est surreprésentée dans Tam-Tam (32,4%) ; sous-représentée dans Clicmath (18,8%). Quant à la *multiplication*, elle est surreprésentée dans Adagio (35,8%) et Tam-Tam (30,9%) et sous représentée dans Défi mathématique (15,6%) et Clicmath (17,7%), comme révélé ci-dessous.

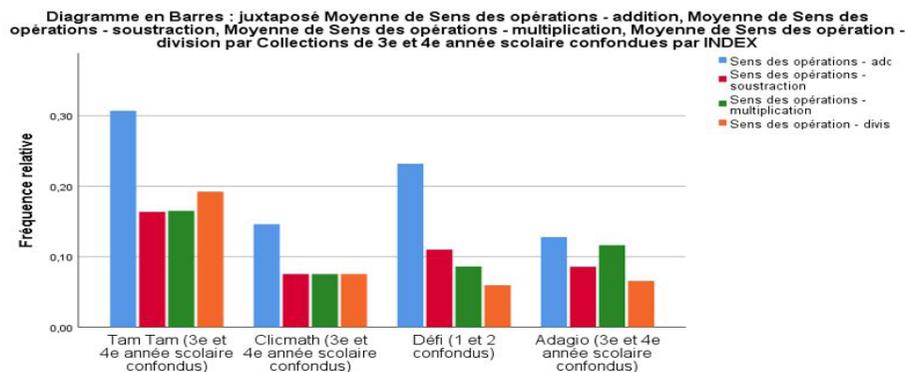


Figure – Distribution du sens des quatre sens des opérations sur les nombres

Les entrées par lesquelles la NPD est investie dans les manuels : les types d'activités

Pour la dimension des **types d'activités** (exercice/calcul, problème, situation-problème), des résultats, nous relevons un effectif de 1597 fréquences sur l'ensemble des collections. Les exercices ou calculs à faire sont statistiquement surreprésentés (56,1%) au détriment des situations problèmes qui ne comptent qu'un pour cent (1%). D'ailleurs c'est seulement la collection *Clicmath* qui obtient

16 fréquences, i.e., les 100% de cette variable ; et donc, 0% dans les trois autres collections. C'est un résultat majeur sur lequel nous reviendrons. Les problèmes représentent 32,2% et la théorie visant à expliquer les notions aux élèves, 10,6 %. D'une collection à l'autre, certaines tendances se dégagent. Ainsi, nous observons dans *TamTam* une surreprésentation des exercices (53,3%) et une sous-représentation de problèmes mathématiques (24,7%). Toutefois, c'est dans la collection *Tam-Tam* qu'on observe une surreprésentation de théorie (50,6%) et le plus grand pourcentage sur l'ensemble des types d'activités (43%) comparativement aux autres collections. La collection *Adagio* montre une surreprésentation de problèmes mathématiques (35%) et les exercices/calculs sont sous-représentés (14,7%), comme dans ces deux collections, *Clicmath* (14%) et *Défi mathématique* (18%); les problèmes mathématiques comptent 24,7% dans chacune de ces deux collections, également et on note très peu de théorie dans *Défi mathématique* (12,4%) et *Clicmath*.

Discussion et conclusion

L'objectif de cette étude était de décrire et d'analyser les savoirs à enseigner de la NPD dans les manuels scolaires pour saisir les enjeux de formation mathématique, à partir de quatre collections. Les résultats produits nous permettent d'ouvrir la discussion en référant à chacune des dimensions pour mieux comprendre comment ce savoir est introduit dans les manuels, puis enseigné dans les classes, vu qu'une majorité d'enseignants s'en servent comme outil principal pour enseigner (Grouws et Smith, 2000). Pour cela, nous discutons les résultats d'un point de vue de la TD externe et interne, selon la forme de vie que prend la NPD dans les manuels en fonction des visées du programme pour la formation mathématique, et en classes en référant aux constats dégagés dans la recension des écrits scientifiques et l'analyse conceptuelle.

D'abord, il faut reconnaître que la NPD occupe toujours une place de choix dans les savoirs à enseigner en mathématiques, tous domaines confondus, car elle correspond à 24,6% des activités d'apprentissage sur l'ensemble des collections. Mais, le contenu véhiculé dans les manuels scolaires est limité, en ce qui concernent **les principes et le sens des opérations** sur les nombres; ce qui peut être une source de difficultés d'apprentissage chez les élèves, comme l'ont montré au Québec les travaux de Bednarz et Janvier, de Koudogbo et de Koudogbo et al, ou ceux de Tempier en France. En effet, c'est le principe de position qui est le plus présent, et donc le plus à même d'être davantage enseigné dans l'ensemble des collections au détriment des autres principes, d'une grande portée pour la conceptualisation de la NPD et des opérations sur les nombres. Quant aux résultats liés au sens des opérations sur les nombres, ces derniers nous révèlent que c'est l'addition qui est l'opération la plus travaillée. Aussi, les sens des opérations sous-représentées sont ceux qui sont habituellement plus complexes et difficiles à conceptualiser. Ces résultats ne surprennent pas, ils traduisent, empiriquement, les constats liés à l'enseignement des quatre opérations sur les nombres dans les classes du primaire au Québec.

Ensuite, pour les entrées par lesquelles la NPD est investie selon les types d'activités, notons que le programme québécois (MELS, 2006, 2009) stipule le développement des compétences mathématiques par la résolution de situations problèmes. Or, force est de constater que les résultats sont loin de tendre vers cette visée et ce, de façon éloquent. **Les types d'activités** ne s'enlignent pas assez sur les visées des documents officiels. En effet, la conception des activités montre une posture traditionnelle de l'enseignement de la NPD où les activités papier crayon sont privilégiées par des exercices, exceptée la collection ClicMaths qui utilise la résolution de situations problèmes. D'ailleurs, cette différence entre cette collection et les autres remet en cause l'évaluation des manuels scolaires par le CCÉRD. Ainsi, en privilégiant les exercices, cela prive non seulement tous les élèves, mais surtout ceux à besoins particuliers, de l'opportunité de fréquenter des situations problèmes, voire des problèmes propices à la conceptualisation (Stein et al., 2000 ; Zhu et Fan, 2006) et d'apprendre la NPD en interrelation avec le sens des opérations sur les nombres. De surcroît, nous notons un écart dans la TD externe des visées du programme, vu la structuration des savoirs essentiels et les modalités de leur enseignement dans les documents officiels (MELS, 2006, 2009). Les activités susceptibles d'être utilisées en classe par des enseignants limitent l'apprentissage de la NPD.

En matière d'**éléments conclusifs**, les résultats de l'étude peuvent servir d'appuis scientifiques à plus d'un titre : d'abord, en ce qui concerne l'amélioration de la formation mathématique des apprenants en général et surtout ceux ayant des difficultés d'apprentissage ou à besoins particuliers, tant par l'éclairage apporté sur les contenus dans certains manuels pour la conceptualisation de la NPD, que par les discussions menées; ensuite, en ce qui concerne les précisions liées au savoir tel qu'investi dans les manuels et pouvant subséquentement guider les choix des enseignants fondés sur les connaissances produites. Ce sont autant de pistes pour influencer sur l'usage abusif des manuels et pour interpeler les enseignants, surtout ceux exerçant dans des contextes particuliers à la vigilance didactique lors de la TD interne, vu l'écart observé lors de la TD externe. Si les manuels scolaires approuvés pour enseigner les mathématiques sont, a priori, censés avoir intégré des modifications pour répondre aux visées du programme pour la formation mathématique, l'analyse des activités dans ces manuels et des modalités de mise en scène de la NPD, visibles dans la formulation de ces activités montre le contraire. Ainsi les manuels scolaires sont des indicateurs pertinents de la nature de la formation mathématique des élèves, incluant ceux en difficulté ou à besoins particuliers, en fonction des types d'activités qui y prédominent. De ce fait, mettre l'accent sur les difficultés des élèves et vouloir y remédier de façon partielle, voire exclusive, ne semblent pas envisageable sans clarifier préalablement ce qui peut être à la base de ces difficultés et qui se trouve au cœur de l'enseignement.

D'abord, en ce qui a trait à l'apprentissage des mathématiques, les résultats poussent à arguer en faveur d'un renforcement des difficultés des élèves mises en exergue dans les études précédentes à *cause de la nature du contenu à enseigner, du sens des opérations* et des types d'activités privilégiés. D'une part, quel type de conceptualisation envisagent ces activités dans trois quarts des collections qui misent plutôt sur les exercices d'application, faisant fi des situations problèmes à résoudre. D'autre part, la portée des résultats est importante avec l'émergence d'écarts dans le processus trans-

positif externe de la prescription du programme du savoir à enseigner aux activités introduites dans les manuels scolaires (et les écarts observés inter-collections). Ces écarts permettent d'expliquer les difficultés observées chez les élèves par les études précédentes et à leur prise en charge.

Les résultats interpellent également au niveau de la formation des enseignants, sachant que le manuel scolaire est une référence non des moindres pour ceux-ci, en général, et souvent pour les novices, une ressource dont ils ne peuvent se passer (Grouws & Smith, 2000). Des choix conséquents devront être faits par l'enseignant ou l'orthopédagogue, lors de la TD interne, éclairés par des connaissances mathématiques et didactiques, lorsqu'il s'agit d'enseigner aux élèves, à ceux à besoins particuliers. De plus, il serait pertinent de limiter les écarts lors de la TD externe pour amoindrir les déficits conceptuels et les écarts inter-collections et pallier les obstacles potentiels à l'accessibilité au savoir. La conception des manuels scolaires pourrait se faire en collaboration avec les acteurs concernés, experts dans leur domaine respectif.

Finalement, nous soulignons la nécessité en formation initiale et continue de soutenir les enseignants et les orthopédagogues pour développer une posture critique lors de la sélection et de l'utilisation des manuels ou autres ressources didactiques afin que ceux-ci soient mieux adaptés aux objets et enjeux de savoir et aux apprentissages visés. En ce sens, la vigilance sera de mise lors des phases de l'action pédagogique, en veillant en amont de la séance en classe à la richesse conceptuelle des situations proposées. Ainsi, la conception et l'analyse de situations didactiques pourront servir d'outils efficaces au service du travail de l'enseignant et des apprentissages des élèves (Assude *et al.*, 2013). Car, plus il y a d'écarts lors de la TD externe, plus les choix pour l'accessibilité au savoir lors de la TD interne doivent s'appuyer sur des connaissances mathématiques/didactiques précises et une analyse fine des supports disponibles.

Références

- Bardier, J.-C. (2002). Cahier d'exercice 3. *Clicmaths, Mathématiques au primaire, 2^e cycle du primaire*. Éditions Grand-Duc - HRW.
- Bednarz, N. & Dufour-Janvier, B. (1988). A constructivist approach to numeration in primary school: Results of a three-year intervention with the same group of children. *Educational Studies in Mathematics, 19*, 299-331.
- Bednarz, N. & Dufour-Janvier, B. (1984). La numération : Les difficultés suscitées par son apprentissage. *Grand N, 33*, 5-31.
- Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction*. Cambridge, MA : Belknap Press.
- Chevallard, Y. (1991). Transposition didactique du savoir savant au savoir enseigné. La pensée sauvage.
- Conne, F., Favre, J.-M. & Giroux, J. (2006). Répliques didactiques aux difficultés d'apprentissage en mathématiques : Le cas des interactions de connaissances dans l'enseignement spécialisé. In Doudin, P.-A. et Lafortune L. (dir.), *Intervenir auprès d'élèves ayant des besoins particuliers* (p. 117-141). Éditions Presses de l'Université du Québec.
- Deshaies, I. & Bessette, C. (2012). *Tam Tam : mathématique, 3^e [-4^e] année*. Pearson.
- Giroux, J. (1991). Modélisation des connaissances sur la numération et les opérations chez des élèves en première année du primaire. Thèse de doctorat, Université de Montréal.
- Grouws, D. A. & Smith, M. S. (2000). Findings from NAEP on the preparation and practices of mathematics teachers. In E.A. Silver et P.A. Kenney (dir.), *Results from the Seventh Mathematics Assessment of the National Assessment of Education Progress* (p.107-141). National Council of Teachers of Mathematics.
- Johnson, R. B. & Onwuegbuzie, A. J. (2004). Mixed methods research: A research paradigm whose time has come. *Educational researcher, 33*(7), 14-26.
- Koudogbo, J. (2013). Portrait actuel des connaissances d'élèves de troisième année de l'ordre primaire et de situations d'enseignement sur la numération de position décimale. Thèse de doctorat en éducation, Université du Québec à Montréal.
- Koudogbo, J., Giroux, J. & René-de-Cotret, S. (2017). La numération de position : Où en sont les connaissances d'élèves québécois ? *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 17*(3), 199-218.
- Koudogbo, J. (2017). Decimal number system: Knowledge of Quebec students educated under the 2001/1981 programs and teaching situations. *Journal of Mathematics Education, Education for All, 10*(1), 17-35.

- Koudogbo, J. (2021). La recherche en didactique des mathématiques, un levier pour l'enseignement ? Vers une approche systémique pour développer le potentiel des élèves en difficulté. In P. Marchand, A. Adihou, J. Koudogbo, D. Gauthier et Bisson, C. (2021). *La recherche en didactique des mathématiques et les élèves en difficulté : quels enjeux et quelles perspectives ?* (p. 53-76). JFD.
- Lebrun, J. & Lebrun, M. (2006). *Le manuel scolaire : un outil à multiples facettes*. PUQ.
- Lyons, M. & Lyons, R. (2002). *Défi mathématique-Cahier d'apprentissage*. Chenelière.
- MA, L. (1999). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics*. Lawrence Erlbaum Associates.
- MELS (2006). *Programme de formation de l'école québécoise*. Enseignement préscolaire et primaire.
- MELS (2009). *Progression des apprentissages au primaire*. Mathématiques. MELS.
- Mounier, E. (2010). Une analyse de l'enseignement de la numération au CP. Vers de nouvelles pistes. Thèse de Doctorat, Université Paris Diderot.
- Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research & evaluation methods*. Sage Publications.
- Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M.A. & Silver, E. A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development*. Teacher College.
- Spallanzani, C., Biron, D., Larose, F., Lebrun, J., Lenoir, Y., Masselter, G. et Roy, G.-R. (2001). *Le rôle du manuel scolaire dans les pratiques enseignantes au primaire*. Éditions du CRP.
- Tempier, F. (2016). Composer et décomposer : un révélateur de la compréhension de la numération chez les élèves. *Grand N*, 98, 67-90.
- Tempier, F. (2013). *La numération décimale à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource*. Éducation. Université Paris-Diderot - Paris VII.
- Zhu, Y. & Fan, L. (2006). Focus on the representation of problem types in intended curriculum: a comparison of selected mathematics textbooks from mainland China and the United States. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4(4), 609-626.
- Van der Maren, J.-M. (2006). Les recherches qualitatives : des critères variés de qualité en fonction des types de recherche. In L. Paquay, Crahay, M. & De Ketele, J.-M. (Dir.). *L'analyse qualitative en éducation* (pp. 65-80). De Boeck Supérieur: Pédagogies en développement.