



**TITRE:** INTERACTIONS ENTRE UN ENSEIGNANT ET SES ÉLÈVES LORS DES SITUATIONS FAISANT INTERVENIR LES FRACTIONS ET LES PROPORTIONS DANS LE CALCUL DE LA CONCENTRATION EN SCIENCE ET TECHNOLOGIE

**AUTEUR:** BENRHERBAL ABDERRAHMANE

**PUBLICATION:** ACTES DU HUITIÈME COLLOQUE DE L'ESPACE MATHÉMATIQUE FRANCOPHONE – EMF 2022

**DIRECTEUR:** ADOLPHE COSSI ADIHOU, UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE (CANADA/BÉNIN) AVEC L'APPUI DES MEMBRES DU COMITÉ SCIENTIFIQUE ET DES RESPONSABLES DES GROUPES DE TRAVAIL ET PROJETS SPÉCIAUX

**ÉDITEUR:** LES ÉDITIONS DE L'UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

**ANNÉE:** 2023

**PAGES:** 661 - 675

**ISBN:** 978-2-7622-0366-0

**URI:**

**DOI:**

# Interactions entre un enseignant et ses élèves lors des situations faisant intervenir les fractions et les proportions dans le calcul de la concentration en science et technologie

BENRHERBAL Abderrahmane<sup>1</sup>

**Résumé** – Cette recherche s'intéresse aux interactions didactiques enseignant-élèves reliées aux fractions/proportions dans le contexte du calcul de la concentration en science et technologie. Elle s'inscrit dans un paradigme interprétatif qualitatif dans une perspective interdisciplinaire. Nos résultats indiquent que la mobilisation et l'utilisation des fractions/proportions ne vont pas de soi pour les élèves et influencent les interactions didactiques lors de l'enseignement et l'apprentissage.

**Mots-clefs** : Interactions didactiques - Fractions et proportions- Incidents didactiques - Types de proximité - Effets de contrat

**Abstract** – This research focuses on didactic teacher-student interactions related to fractions/proportions in the context of calculating concentration in science and technology. It is part of a qualitative interpretative paradigm in an interdisciplinary perspective. Our results indicate that the mobilization and use of fractions/proportions are not self-evident for students and influence didactic interactions during teaching and learning.

**Keywords:** Didactic interactions, Fractions and proportions, Didactic incidents, Types of proximity, Contract effects.

---

1. Université Mohammed VI Polytechnique. Maroc, [abderrahmane.benrherbal@um6p.ma](mailto:abderrahmane.benrherbal@um6p.ma)

## Introduction

Une compréhension conceptuelle de la fraction et de la proportion est essentielle en raison des liens interdisciplinaires et intra disciplinaires. Cette diversité d'utilisation rend ces concepts et leur construction fondamentale. Toutefois, leur développement exige un saut conceptuel de situations situées dans le champ des structures additives à des situations situées dans le champ à structures multiplicatives. La compréhension et le développement de la fraction s'appuient sur la coordination des cinq sens que peut prendre ce concept (Kieren, 1980). Cet apprentissage est donc complexe comme le soulignent plusieurs recherches (Kieren, 1988; Brousseau, 1981). Notre étude s'intéresse aux interactions entre l'enseignant et les élèves en relation avec le milieu didactique dans le contexte du cours sur la concentration en science et technologie. Cette recherche a pour objectif de comprendre comment l'utilisation des concepts de fraction et de proportion peuvent avoir des incidences sur l'apprentissage et l'enseignement de la concentration. Dans les sections qui suivent, nous décrivons la problématique au cœur de cette recherche, laquelle fait état des difficultés éprouvées par les élèves en lien avec les concepts de fraction et de proportion. Après avoir formulé notre question de recherche, nous poursuivons en présentant notre cadre conceptuel, lequel opérationnalise les concepts qui nous permettent d'analyser les interactions didactiques. Cette analyse nous permet d'identifier la nature des interactions entre l'enseignant, les élèves et la tâche à réaliser pour qualifier le type des interventions des enseignants et les aides procurées aux élèves selon l'approche de proximités (Bridoux & al., 2015) et identifier les ruptures du contrat didactique (Brousseau, 2003). Nous formulons, par la suite, nos objectifs spécifiques de recherche et dans la section suivante, nous donnons des indications sur la méthodologie utilisée pour atteindre ces objectifs. Nous présentons enfin nos résultats et en discutons avant de conclure.

## Problématique

Les concepts de fraction et de proportion occupent une place importante dans le programme de formation de l'école secondaire québécoise (MEQ, 2001). Que ce soit au premier ou au deuxième cycle, ces concepts sont mobilisés tant dans un contexte intra disciplinaire (la trigonométrie, la probabilité, etc.) qu'interdisciplinaire (en sciences et technologie, en chimie, etc.). Cette diversité d'usages hisse ces concepts au statut d'apprentissages fondamentaux, en ce sens que les élèves doivent les maîtriser pour traiter un grand nombre de situations, issues des mathématiques (l'homothétie, la loi des sinus, le théorème de Thalès, ...etc.) ou d'une autre discipline (la stœchiométrie, le rendement énergétique, la réflexion en optique, ...etc.).

L'examen de la littérature portant sur l'enseignement et l'apprentissage de ces concepts permet de mieux comprendre leur origine. Premièrement, l'élaboration des connaissances sur les nombres rationnels exige un changement en profondeur de la conception du nombre développée à partir d'activités sur les nombres naturels. Comme le signalent plusieurs chercheurs (Behr *et al.*, 1983 ; Kie-

ren, 1988), l'apprentissage des nombres naturels crée des obstacles dans le développement d'une compréhension adéquate des nombres rationnels. Les chercheurs affirment que les différences fondamentales entre ces deux types de nombres ne sont pas toujours prises en compte par les élèves. En effet, les nombres naturels sont consécutifs alors que les nombres rationnels sont denses. Ainsi, les opérations avec les nombres fractionnaires résultent de l'extension inappropriée des procédures relatives aux opérations entre les nombres naturels. Cela conduit, par exemple, à des erreurs typiques dans des tâches d'addition de fractions ( $1/4 + 1/2 = 2/6$ ) ou de comparaison de fractions ( $1/5 > 1/3$ ). Deuxièmement, il est possible de relier les difficultés éprouvées au champ conceptuel à l'intérieur duquel se situe la fraction (Kieren, 1980). En effet, la compréhension du concept de fraction est étroitement liée à la coordination de cinq sous-constructions (partie-tout, mesure, rapport, quotient et opérateur), lesquelles impliquent une réinterprétation des deux membres de la fraction et de la fraction elle-même (Kieren, 1980). Par exemple considérée sous l'égide du sens partie-tout, la fraction  $3/4$  pourra présenter une relation entre le nombre d'objets considérés (3) et le nombre total d'objets d'une collection (4). Cependant, considérée sous l'égide du sens mesure, la fraction  $3/4$  représentera plutôt l'expression d'une mesure qui résulte du triple report de l'unité  $1/4$ . Troisièmement, il peut être difficile, pour les élèves, de conférer un sens aux opérations sur les fractions, en raison de la façon suivant laquelle ces opérations sont enseignées. Desjardins et Héту (1974) soutenaient que l'enseignement était en partie responsable des difficultés éprouvées puisqu'il introduisait les algorithmes liés aux opérations sur les fractions avant même que les élèves aient atteint le niveau de la fraction-relation, c'est-à-dire avant qu'ils aient compris que la fraction représente non seulement une quantité, mais aussi une relation entre deux termes. Dans la même veine, un examen du traitement des opérations dans les manuels scolaires québécois du primaire et du secondaire révèle que « la conceptualisation des opérations est réduite à l'apprentissage de l'algorithme de calcul » (Barallobres & Lemoyne, 2006, p. 185). Ce constat est préoccupant puisque l'élève est susceptible de demeurer prisonnier d'une pensée algorithmique, laquelle peut potentiellement l'empêcher d'appréhender la richesse du champ conceptuel de la fraction (Benrherbal, 2021). Ainsi, considérant ce constat, cette étude souhaite explorer l'usage de fraction rapport et de proportions. Pour ce faire, nous voulons étudier si les fractions constituent des difficultés lors du traitement des situations lors du calcul de la concentration par l'entremise d'un cours en science et technologie. Ce cours fait référence aux concepts de la fraction rapport, de pourcentage, de la proportion et des opérations sur les fractions. Ces concepts s'organisent autour de la notion de concentration pour établir des équivalences entre deux rapports, transformer les concentrations, calculer un pourcentage et reconnaître une relation de proportionnalité entre deux concentrations. Compte tenu des difficultés qui viennent d'être esquissées, il apparaît légitime de poser la question suivante : Comment qualifier les interactions entre un enseignant et ses élèves à propos des fractions et des proportions dans le contexte du calcul de la concentration en science et technologie ? Par interactions didactiques, nous entendons les échanges entre un enseignant et ses élèves à propos du savoir dans le cadre d'une situation à finalité didactique. Les incidents didactiques (Roditi, 2005), les proximités (Bridoux et al., 2015) et le contrat didactique (Brousseau, 1983) offrent une perspective pour interpréter et analyser ces interactions.

## Cadre conceptuel

Il convient ici de définir les concepts utilisés pour analyser les interactions didactiques entre les élèves et l'enseignant lors du calcul de la concentration. Nous définissons ici ce que nous entendons par incident didactique, par proximité ainsi que par effet du contrat didactique.

### *Les incidents didactiques*

Un incident didactique peut être entendu comme « une manifestation publique (au sens où elle s'intègre à la dynamique de la classe) d'un élève ou d'un groupe, en relation avec l'enseignement, et en décalage négatif par rapport à l'ensemble des réponses correctes envisageables compte tenu de la tâche proposée » (Roditi, 2003, p. 11). Il s'agit d'un concept pertinent pour analyser les interactions didactiques, notamment lorsque les élèves commettent des erreurs qui n'avaient pas été anticipées par l'enseignant. Plus précisément, nous appellerons incident didactique un écart entre ce qui est attendu de l'action de l'élève et ce qui se passe effectivement dans une activité, marquant un décalage « négatif » par rapport au but visé par la tâche (Rogalski, 2000), qui se produit de manière imprévue (Aldon, 2011) et nécessite l'intervention de l'enseignant (Roditi, 2003). Dans la présente étude, les incidents vont être étudiés comme des éléments déterminants de la dynamique de la classe dans l'interaction entre l'enseignant et les élèves en relation avec le milieu didactique (Roditi, 2005). L'émergence d'incidents durant les interactions nécessite des interventions de l'enseignant pour apporter de l'aide et du soutien aux élèves. Ces interventions seront analysées selon le concept de proximités de Bridoux et ses collaborateurs (2015).

### *Les proximités*

Le concept de proximité permet de qualifier les actions de l'enseignant qui peuvent être associées à une tentative de rapprochement de ses élèves (Robert & Vandebrouck, 2014). En fait, une proximité est une activité de l'enseignant qui vise à réduire l'écart entre ce qu'il souhaite enseigner et ce que les élèves connaissent, font ou disent. Elle est toutefois manifeste lors des allers-retours entre les interventions de l'enseignant et l'activité des élèves. Bridoux et ses collaborateurs (2015) distinguent trois types de proximité en acte. C'est leur place par rapport aux moments d'exposition des connaissances et les liens qu'ils supposent entre l'activité et les interventions qui déterminent ces types de proximité. Le tableau 1 offre un aperçu synoptique des interventions associées à chaque type de proximité.

Type de proximité	Type d'intervention
<b>Proximités horizontales</b>	Ces proximités peuvent porter sur les interactions en train de se faire, à un niveau général. Elles peuvent aussi expliciter localement une suite de calculs ou des différences entre écrit et oral. Elles se traduisent souvent par des interactions limitées qui se caractérisent par des questions brèves et des réponses de faible « portée ». En effet, ce type d'interaction n'a pas d'impact concret sur le niveau de connaissance des élèves.
<b>Proximités descendantes</b>	Ces proximités donnent naissance à des interventions qui se placent entre ce qui a été exposé (les savoirs institutionnalisés) et les situations que les élèves devront ensuite traiter seuls ou avec l'aide leur enseignant. Elles ont lieu après le moment d'exposition des connaissances.
<b>Proximités ascendantes</b>	Ces proximités donnent naissance à des interventions qui se placent entre les situations que les élèves ont déjà traitées et les savoirs qui seront institutionnalisés (mots, définitions, propriétés). Elles ont lieu avant le moment d'exposition des connaissances.

**Tableau 1** – Les types de proximité selon les types d'intervention (Bridoux *et al.*, 2015)

### Les effets du contrat didactique

La construction du savoir par les élèves est l'enjeu fondamental du contrat didactique. En fait, tout apprentissage d'un nouveau savoir provoque des ruptures de contrat par rapport au savoir ancien et l'enseignement va reposer sur ces ruptures (Brousseau, 1983). Cela dit, si le rapport au savoir des élèves n'évolue pas comme prévu, ce qui est le cas lorsque se produit un incident didactique, l'enseignant doit absolument provoquer la rupture du contrat didactique, sans quoi les élèves ne réaliseront pas les apprentissages prescrits. En effet, à chaque rupture, l'enseignant doit établir un nouveau contrat, lequel permettra aux élèves de faire évoluer dans une autre direction le rapport au savoir initialement développé. Or, cette volonté de maintenir le contrat didactique peut affecter l'activité de l'enseignant de différentes façons ; il s'agit là des effets du contrat didactique (Brousseau, 1983). Dans cette étude, nous avons repéré trois effets qui ont été documentés dans la littérature : l'effet Topaze, l'effet du paradoxe du comédien et l'effet de l'attente incompressible. En voici une description succincte. L'effet Topaze se manifeste lorsque l'enseignant réduit la charge du travail demandé aux élèves en donnant des explications abondantes ou des indices pour les aider à traiter certaines situations. En ce qui a trait au paradoxe du comédien, cet effet se produit lorsque l'enseignant pose des questions aux élèves à propos d'un savoir et qu'au même moment, il apporte lui-même les réponses. Enfin, l'effet de l'attente incompressible consiste à croire qu'une réponse attendue des élèves va de soi pour eux.

### Objectifs spécifiques de recherche

La présente étude a pour objectif général la description et l'analyse des interactions entre un enseignant et ses élèves à propos des fractions et des proportions lors de situations de calcul de la concentration en science et technologie. De façon plus spécifique, nous avons fixé les objectifs suivants : 1) Décrire les incidents didactiques qui surviennent lors de l'enseignement de la concentration ; 2) Analyser les aides procurées aux élèves selon le type de proximité utilisé durant cet enseignement ; 3) Décrire les effets de contrat qui surviennent durant cet enseignement. Dans la section qui suit, nous donnons quelques indications quant à la méthodologie utilisée pour atteindre ces objectifs.

## Méthodologie

Nous avons décrit et analysé les interactions entre un enseignant et ses élèves au cours d'une situation d'enseignement et d'apprentissage (SEA) dans un cours de concentration en science et technologie. Le groupe classe de quatrième secondaire qui a participé à l'expérimentation est composé de 25 élèves. Le choix du concept de l'étude s'est arrêté sur la notion de concentration qui fait référence aux concepts de fraction rapport et de proportion partie d'un tout. Cette dernière met en relation la quantité de matière du soluté et la somme des quantités de matière de tous les composés qui constituent la solution.

### *Plan d'instrumentation*

Les productions d'élèves, les enregistrements vidéo de l'expérimentation, le journal de bord et l'observation directe sont nos outils de collecte de données. Ils nous donnent accès aux interactions didactiques lors des situations de calcul de la concentration.

### *Plan d'analyse*

Après avoir transcrit les verbatims, nous avons analysé les interactions entre l'enseignant et les élèves à l'aide de catégories selon les démarches proposées par Thomas (2006) et avons privilégié une approche de type « analyse de contenu ». Notre plan d'analyse est formé de 3 étapes. La première étape est consacrée à l'analyse des productions des élèves pour identifier la nature des erreurs qui émergent lors de leurs interactions avec la SEA. La deuxième étape correspond à l'analyse du verbatim pour déterminer la nature des interventions par rapport aux erreurs identifiées. Cette étape nous permet de qualifier les aides procurées aux élèves et d'identifier les effets du contrat didactique. Enfin, la troisième étape consiste à analyser les événements consignés dans le journal de bord. L'analyse des productions d'élèves nous permet de comprendre comment les élèves mobilisent les concepts de fraction/proportion dans le contexte de la concentration. L'analyse du verbatim des enregistrements vidéo nous permet de jeter un nouveau regard sur l'utilisation de ces deux concepts. Quant au journal de bord, il nous permet de retrouver la dynamique du terrain et de reconstituer l'atmosphère durant les expérimentations.

## Résultats

Dans cette section, nous commençons par décrire les incidents didactiques observés lors de l'enseignement de concentration. Nous poursuivons en analysant les aides apportées aux élèves selon le type proximité utilisé par l'enseignant. Nous terminons en décrivant les effets de contrat observés durant l'expérimentation.

## Les types d'incidents didactiques

PREMIER INCIDENT DIDACTIQUE : LE SENS QUE DONNE L'ÉLÈVE À LA FRACTION RAPPORT

3. Une préparation d'additifs alimentaires contient 7% de métabisulfite de sodium. Si un producteur d'aliments veut préparer 500 litres de vin contenant 100 ppm de métabisulfite de sodium, quelle sera la quantité de la préparation d'additifs alimentaires à utiliser?

**Production 1** – Le sens que donne l'élève à la fraction rapport

Les traces laissées par l'élève montrent qu'il représente correctement la concentration 100 ppm par le rapport. Cependant  $\frac{100g}{1\,000\,000g}$ , il exprime ce rapport par un nombre décimal 0,0001 g exprimé en unité de gramme. Lorsque l'élève interprète la concentration « parties par million » comme étant un rapport exprimé en unité de gramme, nous nous questionnons sur le sens que donne l'élève à la concentration et à la fraction rapport. Deux interprétations peuvent expliquer cette erreur. La première peut être attribuée au travail massif, en mathématique, sur les nombres sans unités contrairement en physique et en chimie où la connaissance des unités est un prérequis indispensable pour toute application numérique d'une équation. La deuxième interprétation est liée à la compréhension conceptuelle de la notion de la proportion. En effet, l'élève ne reconnaît pas la situation comme étant une situation directement proportionnelle, dans laquelle le coefficient de proportionnalité 0,0001 est le nombre par lequel il faut multiplier la valeur 1 000 000 g de la première variable pour obtenir la valeur 110 g associée de la deuxième variable.

DEUXIÈME INCIDENT DIDACTIQUE : TRANSFORMATION DE LA CONCENTRATION À 100 PPM =  $\frac{1g}{10\,000g}$  À 10 000 g

Nous avons relevé d'autres erreurs dans les traces laissées dans la production 1. L'élève doit changer le registre de représentation et modéliser le texte en une écriture algébrique (Duval, 1995). La première erreur concerne la concentration 100 ppm représentée dans la proportion par 10 000 g. En effet, à partir du rapport  $\frac{100g}{1\,000\,000g}$  l'élève a effectué une simplification par 100 :  $\frac{100g}{1\,000\,000g} = \frac{1g}{10\,000g}$ . Pour finir, il a transformé dans le même registre de représentation le  $\frac{1g}{10\,000g}$  à 10 000 g. Cette transformation a eu un impact sur le calcul du volume. De plus, l'élève a établi une proportion entre deux rapports qui n'ont pas de lien de proportionnalité ( $\frac{c_2}{V_2} = \frac{c_1}{V_1}$  au lieu de  $\frac{c_2}{V_1} = \frac{c_1}{V_2}$ ). Cette erreur pourrait constituer un obstacle à la modélisation du texte sous une forme de proportion.

Résultat possible :  $\frac{c_2}{V_1} = \frac{c_1}{V_2} \rightarrow \frac{0,0001}{x} = \frac{0,07}{500\,000ml} \rightarrow x = 714,29ml = 714,29g$

Résultat de l'élève :  $\frac{c_2}{V_2} = \frac{c_1}{V_1} \rightarrow \frac{10\,000g}{500\,000ml} = \frac{0,07}{x} \rightarrow x = 3,5ml = 3,5g$

TROISIÈME INCIDENT DIDACTIQUE : ERREUR LIÉE À LA STRATÉGIE DU RETOUR À L'UNITÉ ET À LA RECHERCHE DE FRACTIONS ÉQUIVALENTES

4. Quel volume de solution obtiendra-t-on si on désire avoir une concentration de 50 g/l et qu'on utilise 5 g de soluté?

**Production 2** – Erreur liée à la stratégie du retour à l'unité et à la recherche de fractions équivalentes

La production montre que l'élève trouve une concentration de 10 g/l plutôt que le volume d'une solution avec une soluté de 5 g, dont la concentration est de 50g/l. L'élève arrive à cette réponse en multipliant la concentration de 50g/l par 1 g et en divisant le tout par 5 g. La présence de 1 g d' $50\text{g/l} = \frac{50\text{g}}{1\ 000\text{ml}} \rightarrow \frac{50\text{g} \div 5}{1\ 000\text{ml} \div 5} = \frac{1\text{g}}{20\text{ml}}$ . L'élève voulait utiliser la stratégie du retour à l'unité:

QUATRIÈME INCIDENT DIDACTIQUE : ERREUR LIÉE À RÉVERSIBILITÉ DE LA PENSÉE EN TRANSFORMANT UNE CONCENTRATION D'UNE EXPRESSION À L'AUTRE

<p>Question : transforme la concentration suivante en gramme par litre (g/l)</p> <p>a) Du jus concentré à 25% (m/v) = <math>\frac{250}{1000} \checkmark</math> g/l</p>	<p>Question : Transforme la concentration suivante en pourcentage (m/v)</p> <p>c) 40 mg/ml = <del>400</del> 4 % (m/v)</p>
--	---

**Production 3** – Erreur liée à réversibilité de la pensée.

Cette tâche exige un raisonnement proportionnel car entre la concentration exprimée en pourcentage et la concentration exprimée en gramme par litres existe un lien de proportionnalité. Ce lien de proportionnalité est représenté par la règle suivante :  $25\text{g} \rightarrow 100\text{ml}$  &  $x\text{g} \rightarrow 1000\text{ml}$ . Pour la résolution de ce type d'exercices, la connaissance des rapports des équivalences entre les unités afin de faire les conversions est primordiale. Les traces de l'élève montrent une erreur lorsqu'ils représentent la concentration comme étant 25 sur 100 grammes au lieu de traduire 25% ( $\frac{m}{v}$ ) par  $\frac{25\text{g}}{100\text{ml}}$ .

CINQUIÈME INCIDENT DIDACTIQUE : CORRESPONDANCE ENTRE DEUX GRANDEURS QUI N'ONT PAS DE LIEN DE PROPORTIONNALITÉ

1. Le détergent pour lave-vaisselle Cascade a une teneur en phosphore de 7,4 % m/v. Quelle masse de phosphore est présente dans une boîte complète du produit, sachant qu'elle contient 3,4 l de détergent?

**Production 4** – Correspondance entre deux grandeurs qui n'ont pas de lien de proportionnalité

L'élève fait correspondre la concentration 7,4 % m/v au volume 3,4 l. Cette correspondance ne présente pas de lien de proportionnalité entre les données. Cette erreur semble avoir un impact sur le raisonnement de l'élève pour déterminer la valeur manquante. En effet, pour trouver la masse de phosphore présente dans la boîte complète du produit, l'élève applique la procédure du produit croisé sans contrôler le sens des données impliquées dans l'exercice. En effet, l'élève a gardé la concentration 7,4 % m/v sans toutefois la convertir en grammes par millilitres. La variété d'expression utilisées pour exprimer la concentration en soluté d'une solution (Arnaud, 1989) pourrait contribuer à cette erreur.

### *Les aides procurées aux élèves et les types de proximité selon le type d'intervention de l'enseignant*

LA PREMIÈRE FORME D'AIDE CONSISTE À TRANSFORMER UNE FRACTION EN FRACTION ÉQUIVALENTE EXPRI-MÉE EN POURCENTAGE

Enseignant : Alors, si j'ai 8 personnes sur 17, combien ça m'en donne sur 100 ? Alors on va faire le 8 fois 100, donc le produit des extrêmes, qui va donner 800. Mais là je vais faire  $8 \times 100 = 800$  divisé par le chiffre qui reste, 17. Quelqu'un peut me faire ça à la calculatrice ?

L'aide consiste à transformer une fraction  $\frac{8}{17}$  en pourcentage en appliquant le produit croisé. La proximité est qualifiée d'horizontale car elle porte sur un rappel qui englobe la transformation et les équivalences des fractions et la notion de pourcentage. En effet, selon un cheminement scolaire régulier, ces concepts devraient déjà avoir été vus lors des classes de secondaire 1 et 2 (MELS : progression des apprentissages, 2016, p. 6).

LA DEUXIÈME FORME D'AIDE CONSISTE À FAIRE DES RAPPELS

Enseignant : [...] Vous m'avez parlé de pourcentages. Les pourcentages, par contre, faut faire attention, il y a trois types de pourcentages. Et ça va dépendre de quelle nature est le soluté, quel état est le soluté, est-ce que le soluté est solide, liquide ou voire même gazeux ? Puis est-ce que mon solvant est liquide ou ma solution finale est-ce qu'elle est liquide ou solide ? Est-ce que ça se peut des mélanges avec à la fin une solution qui est solide [...]

L'aide consiste à rappeler l'importance de faire la distinction entre les différents pourcentages qui représentent les concentrations selon le type de soluté et le type de solvant. Ainsi, l'intervention utilise le même niveau de discours sans généralisation. Dans ce contexte, les élèves sont placés en position d'écoute, toutefois l'intervention ne peut pas garantir un changement au niveau des connaissances des élèves. La proximité est donc considérée horizontale.

### LA TROISIÈME FORME D'AIDE VISE À DONNER UNE SIGNIFICATION À LA CONCENTRATION 0,9 %

Enseignant : Ça veut dire 0,9 de soluté dans 100 de solution. [...] La dernière chose qu'il te reste à faire c'est de dire : Mon soluté est-tu solide ou liquide ? Là tu vas me dire : Eh bien... il est dilué... Attention : avant de le mettre, le NaCl est sous quelle forme ? Solide ! Donc quand tu pèses du sel, tu le pèses en grammes. Et la solution finale, elle, que tu injectes dans les veines du patient elle est... liquide [...]

L'aide consiste à donner une signification à la concentration exprimée en pourcentage. La proximité est qualifiée d'horizontale puisque l'enseignant donne des explications et met en garde les élèves sur le choix de la forme sur laquelle peut être exprimée la concentration.

### LA QUATRIÈME FORME D'AIDE CONSISTE À VALIDER LA PROCÉDURE DU PRODUIT CROISÉ DANS UN CONTEXTE PARTICULIER

Enseignant : Ah gang... vous êtes forts, gang ! Ça donne 0,28 ? Le principe est là... J'en ai 8 dans 100, combien dans... 3,5 ?

Élève : 0,28

L'enseignant valide la réponse de l'élève en verbalise le produit croisé utilisé par ce dernier pour déterminer la quatrième proportionnelle. La proximité est qualifiée de descendante puisque l'élève applique la procédure du produit croisé avec succès dans un contexte particulier.

### *Les effets du contrat didactique*

#### *Le Paradoxe du comédien*

Il arrive parfois que l'enseignant pose des questions et apporte lui-même les réponses attendues. Il prive ainsi l'élève des conditions nécessaires à la compréhension et à l'apprentissage de la notion visée.

Enseignant : Combien de millimètres dans un mètre ? 1 000. Combien de milligrammes dans un gramme ? 1 000.

#### *L'enseignant donne des indices pour simplifier la résolution de l'exercice*

« Si on a perfusé un patient avec une soluté de 9%, combien de grammes de sel dans le sang le patient va avoir eu après avoir perfusé un sac complet de soluté ? » Question posée par l'enseignant aux élèves lors des interactions en classe.

Enseignant : [...] à la fin le patient va avoir eu combien de grammes de sel dans son sang ? Je ne parle plus de concentration là, je ne parle que de quantité de solution. Je vous laisse le calculer [...]. Mets des unités, fais un calcul puis je te donne un indice : C'est sûr que c'est un produit croisé. C'est certain que c'est un produit croisé.

Afin d'éviter les difficultés chez les élèves, l'enseignant donne des indices pour simplifier la résolution de l'exercice en faisant en sorte que l'élève obtienne la bonne réponse par l'application du produit croisé. Ainsi, l'enseignant prend à sa charge l'essentiel du travail et les connaissances visées disparaissent complètement.

### *L'enseignant s'attendait que les élèves utilisent les unités quand ils font leurs calculs*

Enseignant : Thomas, tu peux te servir de ce qui est là, ou tu peux écrire totalement ce que tu veux. 6 dans 100... ou bien dans 500... et ça te donne 30, 30 quoi ? Ça là, faites attention à ça : en mathématiques vous perdez énormément de points si vous ne mettez pas vos unités qui est 30 millilitres.

L'effet de l'attente incomprise consiste à croire qu'une réponse attendue des élèves va de soi. Ici, l'enseignant s'attendait que les élèves utilisent les unités quand ils font leurs calculs. Comme les concentrations sont présentées sous différentes formes, leurs unités demeurent un indicateur pour comprendre la situation selon le contexte de l'exercice.

## Discussion

En somme, les interactions étudiées, entre l'enseignants et ses élèves, ont permis d'identifier comment les composantes de la situation influencent l'apprentissage et l'enseignement dans le contexte interdisciplinaire. Nous observons que les élèves considèrent la fraction rapport comme une quantité sans relation entre le numérateur et le dénominateur. Or, le prolongement de la fraction « rapport » dans le contexte de la proportionnalité a eu un impact sur la reconnaissance des relations proportionnelles. Un enseignement de la proportionnalité qui privilégie l'application de la règle de trois, par rapport à la construction de sens sur les propriétés caractéristiques de la proportionnalité et le travail sur les implicites pourrait expliquer l'origine de cette interprétation. Mobiliser les fractions dans les différentes situations pourrait exiger une conception plus globale qu'une conception locale liée à une institutionnalisation inachevée du savoir : « c'est le problème de l'institutionnalisation du savoir, car le savoir doit être extrait du contexte dans lequel il est apparu pour devenir autonome, négociable avec d'autres. L'institutionnalisation transforme une expérience en un savoir exportable » (Brousseau, 1984). Cette construction locale des savoirs va à l'encontre d'une construction de savoirs mobilisables dans les tâches nouvelles. Cela a sans doute un impact sur les apprentissages des savoirs en jeu. De plus, nous observons que les aides procurées aux élèves, par l'enseignant, se concentrent davantage au niveau des proximités horizontales. Elles ont un caractère très local et ne favorisent pas la rupture du contrat didactique, contribuant ainsi au maintien du contrat didactique par la présentation de

la procédure du produit comme étant la solution aux situations proposées. La difficulté de ce type d'intervention correspond à l'impossibilité d'adapter cette procédure à d'autres situations sans compréhension textuelle et relationnelle de l'énoncé (Voyer, 2006). La construction de la procédure du produit en croix se fait aux dépens de la construction du sens pour dégager les implicites des énoncés et de la construction du sens de la proportionnalité et du raisonnement proportionnel qui sont deux notions sous-jacentes à la procédure du produit croisé. Cela a pour conséquence un apprentissage basé sur la mémorisation des procédures influencé par les attentes des enseignants. De plus, les effets de contrat qui émergent tendent à susciter des attentes chez les élèves. Enfin, les erreurs observées chez les élèves pourraient avoir un effet sur la planification des enseignants puisqu'ils prévoient un temps pour faire un retour sur les concepts de fraction et proportion sous forme de rappel.

## Conclusion

Nous avons relevé trois types d'erreurs : le volet lié aux données de l'énoncé de la tâche lors du passage d'un registre de représentation sémiotique à un autre registre, le volet conceptuel et le volet procédural. Les erreurs des élèves, variées et imbriquées les unes aux autres, constituent des obstacles à l'apprentissage. Ces erreurs résultent des caractères implicites et textuels de la tâche et de l'application coûte que coûte de la procédure du produit croisé. L'enseignement et l'apprentissage sont également influencés par la relation didactique établie par le contrat didactique. Cette influence a été décrite dans notre analyse par la manifestation d'interventions qualifiées essentiellement de proximités horizontales. Ces dernières ne provoquent pas de conflit cognitif chez les élèves. Elles ont l'avantage de maintenir le contrat didactique en empêchant sa rupture. Si le traitement des incidents didactiques met en relief certains types de proximité, la volonté de l'enseignant de maintenir la relation didactique et d'empêcher une rupture du contrat didactique ouvre quant à elle la voie à certains effets de contrat. Ces derniers sont nombreux et contribuent à revoir à la baisse les objectifs des apprentissages pour faciliter la réussite des élèves de plusieurs manières.

## Références

- Aldon, G. (2011). *Interactions didactiques dans la classe de mathématiques en environnement numérique: construction et mise à l'épreuve d'un cadre d'analyse exploitant la notion d'incident* (Thèse doctorale, Université Claude Bernard-Lyon I).
- Arnaud, P. (1989). *Cours de chimie physique*. Dunod. Paris : Bordas.
- Barallobres, G. et Lemoyne, G. (2006). L'enseignement des opérations sur les fractions: une visite commentée de manuels québécois et argentins. *Le manuel scolaire. Un outil à multiples facettes*, Québec: Presses de l'Université du Québec, 159-189.
- Behr, M. J., Lesh, R., Post, T. et Silver, E. A. (1983). Rational number concepts. *Acquisition of mathematics concepts and processes*, 91-126.
- Benrherbal, A. (2021). *Comment les situations faisant intervenir les fractions et les proportions en mathématique et en sciences pourront-elles influencer l'apprentissage et l'enseignement de ces disciplines?* (Thèse de doctorat). Université Laval, Canada.
- Bridoux, S., Chappet-Pariès, M., Grenier-Boley, N., Hache, C. et Robert, A. (2015). *Les Moments d'exposition des Connaissances en mathématiques (secondaire et début de l'université)*. Paris: IREM de Paris. Repéré à <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02111575>
- Brousseau, G. (1981). Problèmes de didactique des décimaux. *Recherches en didactique des mathématiques*, 2(1), 37-127.
- Brousseau, G. (1983). Obstacles épistémologiques en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 4(2), 165-198.
- Brousseau, G. (1984). Le rôle central du contrat didactique dans l'analyse et la construction des situations d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques. *Actes de la 3<sup>e</sup> école d'été de didactique des mathématiques*.
- Brousseau, G. (2009). *Le cas de Gaël revisité (1999-2009)*.
- Desjardins, M., & Héту, J. C. (1974). *L'activité mathématique dans l'enseignement des fractions: Par Michel Desjardins et Jean-Claude Héту*. Montréal : Presses de l'Université du Québec.
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne: Peter Lang.
- Kieren. (1980). The rational number construct: Its elements and mechanisms. *Recent research on number learning*, 125-149.
- Kieren. (1988). Personal knowledge of rational numbers. Dans J. Hierbert et M. Behr (Éd.) *Numbers concepts and operation in the middle grade* (p. 1-18). Hillsdale, NJ Erlbaum: Reston, FA : National Council of Teachers of Mathematics.

- MEQ (2001). *Programme de formation de l'école québécoise*. Québec: Ministère de l'Éducation du Québec.
- MELS (2016). *Progression des apprentissages au secondaire. Mathématique*. Québec, Ministère de l'éducation, du Loisir et du Sport.
- Robert, A. et Vandebrouck, F. (2014). Proximités-en-acte mises en jeu en classe par les enseignants du secondaire et ZPD des élèves : analyses de séances sur des tâches complexes. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 34, 239-285.
- Roditi, E. (2003). Régularité et variabilité des pratiques ordinaires d'enseignement. *Recherches en didactique des mathématiques*, 23(2), 183-216.
- Roditi, E. (2005). *Les pratiques enseignantes en mathématiques. Entre contraintes et liberté pédagogique*. Paris: L'Harmattan.
- Rogalski, J. (2000). Y a-t-il un pilote dans la classe? Approche de psychologie ergonomique de l'activité de l'enseignant. ARDM, *Actes du Séminaire National de Didactique des mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Thomas, D. R. (2006). A general inductive approach for analyzing qualitative evaluation data. *American journal of evaluation*, 27(2), 237-246.
- Voyer, D. (2006). L'influence de facteurs liés à l'élève ou à l'énoncé sur la compréhension en résolution de problèmes écrits d'arithmétique.