Titre: L'influence des la figure et ses dessus sur la définitions des étudiants de triangles congruents

Auteurs: TCHONANG YOUKAP Patrick, AMBOMO Nicole Aimée et NJOMGANG Judith

Publication: Actes du huitième colloque de l'Espace Mathématique Francophone – EMF 2022

Directeur: Adolphe Cossi Adihou, Université de Sherbrooke (Canada/Bénin) avec l'appui des membres du comité scientifique et des responsables des groupes de travail et projets spéciaux

Éditeur: Les Éditions de l'Université de Sherbrooke

Année: 2023

Pages: 528 - 541

ISBN: 978-2-7622-0366-0

URI:

DOI:

L'influence des la figure et ses dessus sur la définitions des étudiants de triangles congruents

TCHONANG YOUKAP[1] Patrick, AMBOMO[2] Nicole Aimée, NJOMGANG[3] Judith

Résumé – Cet article a pour objectif d'explorer l'influence de la figure et ses dessins sur la construction par les étudiants d'une définition de deux triangles congruents. Les données de cette étude sont constituées des réponses des étudiants à un questionnaire ainsi que des retranscriptions de leurs discussions. Le modèle de Vinner : concept-image concept-définition ainsi que les paradigmes en géométrie ont servi de cadre théorique pour cette étude. Il en résulte que les difficultés des étudiants pour construire une définition acceptable proviendraient d'un concept-image incohérent sur les figures, leurs images mentales semblent prendre le dessus sur les propriétés conceptuelles de ces figures. Les erreurs récurrentes sont dues à des traductions abusives des dessins.

Mots clé : figure ; dessins; concept-image ; construction de la définition ; paradigme géométrique

Abstract – This paper aims to explore the influence of the figure and its drawings on students' construction of a definition of two congruent triangles. The data for this study comes from students' responses to a questionnaire and the transcripts of their discussions. The Vinner's model, concept image concept definition and the paradigms in geometry were used as the theoretical framework for this study. It result that students' difficulties in constructing an acceptable definition are due to an inconsistent concept image of the figures; their mental images seem to predominate over the conceptual properties of the figures. The recurrent errors are due to abusive translations of the drawings properties.

Key words: figure; drawing; concept image; definition construction; geometric paradigm.

1. École Normal supérieur de Yaoundé, Cameroun
2. École Normal supérieur de Yaoundé, Cameroun
3. École Normal supérieur de Yaoundé, Cameroun

Introduction

Les objets étudiés en géométrie au début du secondaire sont constitués des figures et des transformations du plan. Les élèves étudient les éléments de la théorie (définition, théorème, etc.) sur la figure en manipulant leur représentation. La figure géométrique est perçue comme un objet géométrique sur lequel repose le raisonnement, c'est un objet abstrait, un objet idéel. Le dessin quant à lui est la trace laissée sur un support de représentation que symbolise l'écran dans l'environnement informatique (Laborde, 1994 ; Parzysz, 1988)but pupils (even sixth graders. D'après Fischbein et Nachlieli (1998), la figure géométrique a deux propriétés fondamentales : une propriété conceptuelle et une propriété sensorielle (constitué des images mentales qui lui sont associées). La définition de la figure est une composante de la propriété conceptuelle. De notre point de vue, avoir une bonne compréhension de la figure c'est savoir établir des connexions cohérentes entre ses composantes conceptuelles et sensorielles.

Les programmes de mathématiques du secondaire au Cameroun recommandent d'impliquer les élèves dans la construction des éléments de la théorie sur les objets géométriques étudiés. Toutefois, les définitions des figures géométriques sont proposées de façons axiomatiques, d'autres figures ne sont pas définies, leurs dessins sont montrés aux étudiants (Tchonang, Njomgang, Tieudjo, & Pedemonte, 2020). On pourrait penser que les élèves mémorisent les définitions qui leur sont présentées et construisent leurs définitions en interprétant les dessins qu'ils rencontrent au cours de leur expérience avec la figure. On peut donc craindre que cette façon de procéder ait des répercussions sur la compréhension des figures par les élèves, ce qui pourrait résister après leur étude secondaire.

Des recherches antérieures se sont intéressées à la définition en mathématiques (De Villiers, 1998 ; Fischbein & Nachlieli, 1998 ; Tchonang, 2021). De Villiers (1998) et Vinner (1991) rapportent que, lorsque la définition est donnée de façon axiomatique aux élèves, celle-ci peut être oubliée ou encore, les élèves peuvent construire des définitions personnelles qui sont en contradiction avec la définition formelle. De Villiers (1998) pense que les élèves devraient être impliqués activement dans le processus de construction des définitions des objets géométriques. Vodušek et Lipovec (2014) ont exploré les connaissances que les enseignants du primaire en formation mobilisent sur le carré pour résoudre un problème en géométrie. D'après eux, les réflexions des enseignants se limitent à l'image visuelle du carré. Les formes du carré contenues dans leur image mentale dominent sur l'élément conceptuel de cet objet. Noirfaliste (1991) observe que certaines figures sont mentalement plus prégnantes que d'autres. Elles agissent quelques fois comme des obstacles dans la résolution des problèmes, il les appelle « figures prototypes ». L'auteur a étudié l'influence du dessin sur la rédaction de la démonstration. D'après lui, les élèves sont incapables de faire abstraction des particularités des « formes prototypes ». Le dessin est utilisé comme support du raisonnement des élèves au détriment de la figure. Les travaux de Parzysz (1988)but pupils (even sixth graders et Duval (1988) montrent que le dessin joue un rôle de premier plan dans la construction des connaissances en géométrie au début du collège et peuvent induire de fausses conceptions chez les élèves.

Les travaux précédents montrent que la manipulation du dessin et les connaissances sur la figure peuvent induire des difficultés chez les élèves au secondaire. Cependant, on ne sait pas suffisamment les appréhensions qu'ont les étudiants ayant terminé leur cursus secondaire des dessins ainsi que les connaissances qu'ils mobilisent sur les figures pour résoudre des tâches en géométrie euclidienne. En particulier, lorsqu'il s'agit de construire la définition d'un objet géométrique. La question de recherche de cette étude s'énonce comme suit : *quelles connaissances sur la figure et ses dessins sont mobilisées par les étudiants en situation d'exécution des tâches conduisant à la construction d'une définition d'un objet géométrique ?*

Le cadre théorique de cette étude est constitué des paradigmes en géométrie (Houdement & Kuzniak, 2006) et du modèle *concept-image* et *concept-définition* (Vinner, 1983 ; Vinner & Hershkowitz, 1980). Les étudiants pour interpréter les propriétés du dessin mobilisent des modes de pensée qui les situent dans un paradigme particulier. Ceux-ci mobilisent leurs connaissances sur la figure et ses dessins pour résoudre les tâches qui leur sont prescrites. Le concept-image concept-définition est un cadre théorique qui peut guider le professeur et le chercheur dans la compréhension du processus mental de l'étudiant associé à un concept. D'après Vinner, la structure cognitive associée à un concept donné est constituée de deux cellules à savoir : le concept-image et le concept-définition. Les étudiants qui interprètent les dessins et décrivent une figure géométrique mobilisent les éléments de leur concept-image sur cette figure. On dira à cet effet que les règles de traduction qui permettent à ces étudiants de faire le lien entre la figure et ses dessins sont des composantes de leur concept-image sur la figure manipulée.

Méthodologie

Pour apporter des éléments de réponse à notre question de recherche, nous avons mené une étude qualitative de type exploratoire.

Population de l'étude

La population de cette étude est constituée de 60 étudiants volontaires des Classes Scientifiques Spéciales (CSS) de l'École Normale Supérieure (ENS) de Yaoundé[4]. Il s'agit d'une structure qui prépare les jeunes bacheliers pendant une année pour affronter les concours des grandes écoles scientifiques. La géométrie euclidienne fait partie des contenus étudiés par nos participants au secondaire. Ces derniers ont eu à étudier les définitions des figures géométriques ainsi que leurs propriétés. Ils ont eu à représenter les dessins des triangles et des quadrilatères et à interpréter les codes sur ces dessins. Les participants à cette étude ont l'habitude de travailler en groupe et ont déjà eu à participer aux recherches que ce soit dans le cadre d'une enquête ou d'une expérimentation.

4. Le niveau des étudiants correspond à ceux de licence1 mathématiques

Collecte des données

Les données de cette étude sont des productions des étudiants à un questionnaire et à une expérimentation. Le questionnaire était constitué de trois exercices, pour cet article nous analysons les réponses pour un exercice. Cet exercice correspond à une activité de construction d'une définition en géométrie (De Villiers, 1998). Ce questionnaire a été passé en décembre 2021 pendant les heures de cours durant une période de 1 heure. Nous avons recueilli les productions écrites des étudiants dans un premier temps. Ensuite, nous avons constitué 4 binômes parmi ces participants pour une expérimentation, nous avons enregistré leurs discussions. Ces étudiants ont été choisis en raison de leur réponse au questionnaire. En effet, parmi ces étudiants, certains ont proposé des propriétés ambiguës à la première question, d'autres ont produits un concept-définition personnel incohérent. Les discussions des participants ont été transcrites pour analyses. Cette analyse permettra de mieux comprendre les éléments de leur concept-image sur la figure qui sont évoqués dans leurs discussions, mais qui ne figurent pas sur leur copie. On pourra ainsi identifier les paradigmes géométriques dans lesquels ces derniers se situent. Dans cette étude, nous analysons les réponses des étudiants aux questions suivantes.

Les dessins de chaque figure ci-dessous représentent deux triangles congruents

Figure 1

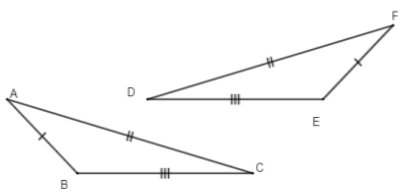


Figure 2

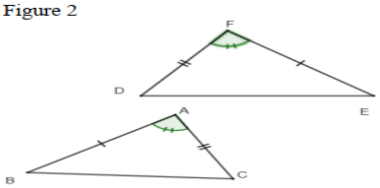
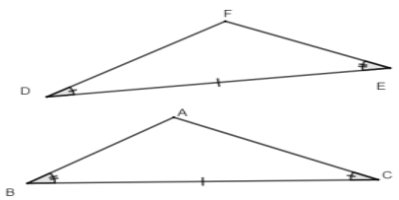


Figure 3



1. Fais la liste des propriétés communes aux couples de triangles des figures ci-dessus.

2. Comment peux-tu expliquer le plus simplement possible ce que sont deux triangles congruents à quelqu'un qui ne le sait pas ?

3. Analyse a priori

L'exercice précédent est constitué de trois couples de dessins codés représentant des triangles congruents suivis de deux questions. La première question invite les étudiants à produire la liste des propriétés codées sur chaque couple de dessins. On s'attend à ce que les participants se limitent à la traduction des codes sur les dessins. Dans ce cas, ceux-ci se situent en géométrie axiomatique naturelle et expriment un concept-image cohérent sur la figure. Par ailleurs, on peut également s'attendre

à ce que ces étudiants listent des propriétés visuelles (forme des dessins et disposition spatiale). De plus, ils peuvent également évoquer des informations géométriquement signifiantes non codées sur les dessins. En particulier, les étudiants peuvent évoquer l'égalité des mesures des angles sans que ces informations ne soient codées sur les dessins. De ce fait, on peut penser que ces étudiants ont un concept-image incohérent sur la figure et ces derniers se situent en géométrie naturelle.

À la deuxième question, il est demandé aux étudiants de produire une description de deux triangles congruents, en d'autres termes de produire un concept-définition de ces objets. On s'attend à ce que les étudiants expriment leur concept-image en évoquant l'égalité des longueurs des côtés homologues des deux triangles ou encore l'égalité des longueurs des côtés et des mesures des angles homologues des deux triangles. Il pourrait s'agir des définitions économiques ou non économiques. Par ailleurs, on peut également s'attendre à ce que les productions soient des définitions ambiguës, qui donnent lieu à plusieurs interprétations par exemple « les deux triangles ont les mêmes côtés ». Les étudiants pourraient également produire des définitions liées aux représentations des deux triangles. Par exemple, évocation des formes des dessins ou encore des dispositions spatiales des deux triangles. Dans ces cas, ces étudiants expriment un concept-image incohérent sur la figure et se situent en géométrie naturelle.

Analyse des données

Pour chacune des questions du questionnaire, nous commençons par analyser les productions écrites des 60 participants. Ensuite, nous analysons les extraits des retranscriptions des discussions de deux binômes d'étudiants.

Interprétation des propriétés sur le dessin

Les productions des étudiants ont été classées en catégorie et regroupées dans le tableau qui suit. Ces étudiants ont effectué un travail d'interprétations des dessins et ont retenu des informations qui leur semblent pertinentes pour ce genre de tâche.

Informations retenues par les étudiants	Effectif des étudiants
Informations codées sur les dessins	23,33%
Informations sur la forme des dessins	8.33%
Informations spatiales	8.33%
Informations non codées sur les dessins	51,66%
Autres	13,33%

Tableau 1-Informations évoquées par les étudiants sur les dessins des figures

Le tableau précédent permet de constater que 51,66% des étudiants ont évoqué des propriétés géométriquement signifiantes non codées sur les dessins. Par exemple, certains ont évoqué l'égalité des trois côtés homologues des triangles dans chacune des figures. Une tentative d'explication pourrait être la suivante : les étudiants ont déduit l'égalité des côtés non codés ou encore ils ont effectué un contrôle visuel. On note que 23,33 % des étudiants se sont limités à l'interprétation des codes représentés sur les dessins tels qu'attendus à l'analyse a priori. Toutefois, les productions des étudiants ont mis en lumière des difficultés sur l'utilisation les symboles qui permettent de représenter les objets géométriques. Plus précisément, on observe des confusions entre longueur et segment ; entre longueur et droite, ce qui peut rendre ambiguë la lecture des propriétés. En outre, 8 % des étudiants ont évoqué des informations sur la forme des dessins, 8 % ont évoqué la disposition spatiale des dessins. Ces résultats concordent avec ceux attendus à l'analyse a priori. Cela permet de les situer en géométrie naturelle. Par ailleurs, les 13,33 % restants ont produits des réponses que nous n'avons pas pu analyser. Les précédents résultats nous permettent d'inférer que les propriétés sensorielles des figures semblent dominer les propriétés conceptuelles de ses figures dans le concept-image des étudiants lorsqu'il s'agit d'interpréter les dessins. On peut supposer qu'au sortir du secondaire ces étudiants n'ont pas toujours un concept-image cohérent sur les objets géométriques étudiés.

Cas 1 : Analyse des discussions des étudiants DAMI « DA » et EDINGA « ED»

Les discussions des étudiants permettent de constater que ces derniers traduisent de façon abusive les propriétés visuelles des dessins. En effet, les informations évoquées ne sont pas associées aux propriétés géométriques de l'objet. L'extrait qui suit illustre les descriptions des étudiants.

ED : c'est quoi deux triangles congruents ? *DA : deux triangles congruents sont deux triangles quelconque et en même temps isocèle où on retrouve deux côtés égaux.* *ED : lorsqu'on regarde, ça ne peut pas avoir deux côtés égaux parce que ça la forme deux triangles rectangles.*	Les propriétés qui émergent des discussions des étudiants sont les suivants : « Être un triangle quelconque et en même temps isocèle ». On peut penser que le concept-image de l'étudiant sur les triangles est incohérent. En effet, il inclut des contradictions internes, un triangle isocèle est un triangle particulier et ne peut être quelconque. On observe que les étudiants évoquent le contrôle visuel pour comparer les longueurs des côtés.

L'extrait ci-dessus permet d'observer que les étudiants obtenus certaines informations par vérification expérimentale. En effet, les étudiants utilisent un contrôle visuel et instrumenté pour comparer les longueurs des côtés et les mesures des angles sur les dessins. De plus, les côtés non codés sur les dessins des deux triangles ont également fait l'objet d'une comparaison. L'extrait des discussions des étudiants ci-dessous permet de l'illustrer.

ED : AB égale à FE, AC égale à DF et BC égale à EF. Dans la figure 1, l'angle A est égale à l'angle F ; *DA [figure1] ici [angle en E] c'est 120 et 123 pour ceci [angle en B], regardes aussi. DA : mesure les angles des triangles dans la figure 2 ; on doit comparer tous les trois angles.*	On observe que les étudiants évoquent une relation superflue dans la figure 1. Aucune information ne permet d'affirmer que les mesures des angles sont égales. On pourrait penser qu'ils ont déduit ces égalités ou encore qu'ils aient procédé par un contrôle visuel. Les mesures des angles qu'évoque l'un des étudiants ne sont pas contenues dans l'énoncé du problème.

Les productions écrites révèlent que pour chaque figure, les étudiants ont exprimé l'égalité entre les côtés homologues dans chaque couple de triangles. On observe que ces derniers ont évoqué les relations d'égalité entre les angles homologues pour chaque couple de triangles représentés dans chacune des figures. On observe des confusions des relations entre les figures manipulées. Des difficultés ont émergé lorsque les étudiants ont exprimé les relations entre les objets géométriques, en l'occurrence l'égalité entre les segments au lieu des longueurs des segments ou encore l'égalité entre les angles au lieu des mesures des angles. En se référant au système sémiotique enseigné au secondaire au Cameroun, au lieu de noter $[AB] = [FE]$ il est préférable d'écrire $AB = FE$ pour signifier qu'il s'agit des longueurs qui sont égales. Il en est de même pour les angles on écrit $\widehat{ABC} = Mes\ \widehat{DEF}$ au lieu de $\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$.

Les productions orales et écrites des étudiants de ce binôme permettent de constater que les règles de traduction qui leur permettent de faire le lien entre la figure et ses dessins en géométrie ne sont pas cohérentes. On peut penser que cela est dû à un conflit dans leur concept-image sur les figures qu'ils manipulent dans l'exécution des tâches qui leur sont prescrites. En particulier, il semble ne pas exister des liens cohérents entre les images mentales des étudiants sur la figure manipulée et ses propriétés. Le fait que les étudiants aient procédé par vérification expérimentale sur les dessins permet d'inférer que ces étudiants se situent dans le paradigme de la géométrique naturelle.

Cas 2 : Analyse des discussions des étudiants AMBA « AM » et KENEKA « KEN ».

Dans leur dialogue, ceux-ci ont exprimé des difficultés dans la compréhension de la relation entre la figure et ses dessins. Leur production montre qu'ils ont pris en compte les formes des dessins parmi les propriétés des figures. En effet, les étudiants identifient la nature de certains triangles à partir de la forme des dessins. De plus, ceux-ci contrôlent visuellement la relation d'égalité entre les côtés d'un même triangle :

AM : le triangle DEF à deux côtés égaux; *KE : je t'écoute;* *AM : l'autre triangle à un côté égal avec l'angle;* *KE : c'est bizarre comment ? L'angle peut être égal avec le côté ?* *AM : c'est bizarre;* *KE : on dit faite la liste des relations entre les triangles ABC et EFD ci-dessous;* *AM : DEF a deux côtés égaux, figure 2;* *AM : hein oui c'est vrai, l'autre c'est un triangle isocèle;* *KE : ABC est un triangle isocèle;* *AM : Figure 2, le triangle EFD, l'angle est égal avec le côté parce qu'ils ont les mêmes codes;* *Figure trois l'angle est égale avec un côté et l'autre est différent;*	AMBA relève le fait que le triangle DEF a deux côtés égaux, ce qui fait de ce triangle un triangle isocèle. Cependant, aucun code sur ces dessins ne permet de valider leur affirmation. On peut supposer que cela provient d'un contrôle visuel sur le dessin. Il évoque chez l'étudiant un exemple de triangle ayant deux côtés égaux contenus dans son image mentale. De notre point de vue, il pourrait s'agir d'une «forme prototype». On constate que AMBA compare l'angle et le côté du triangle. C'est une erreur, car ces objets n'appartiennent pas à la même classe d'objets. Cela serait dû à une mauvaise interprétation des codes représentés sur le dessin. En effet, le même signe est utilisé pour coder le côté et l'angle du triangle.

Parmi les propriétés proposées par les étudiants, on retrouve des informations qui font référence à la disposition spatiale des dessins. En effet, ces derniers décrivent la façon dont les dessins sont positionnés sur la feuille. L'extrait qui suit permet de l'illustrer :

AM : on va dire que les deux triangles ont les mêmes côtés et chacun… ; *KE : on peut aussi dire qu'ils sont disposés de différente manière ;* *AM : et chacun d'eux a de différentes mesures ;* *KE : leurs côtés sont différents ;* *AM : les triangles là sont égaux non ?*	On constate que la propriété évoquée par AMBA est ambiguë. Il pourrait s'agir des triangles confondus ou des triangles équilatéraux. La propriété évoquée par KENEKA est une information spatiale qui n'est pas géométriquement signifiante. Les étudiants évoquent le fait que les côtés des triangles sont différents, on peut supposer qu'ils veulent parler des longueurs différentes.

On constate que les étudiants procèdent par vérification expérimentale pour identifier les propriétés sur les différents dessins. Cela permet de les situer en géométrie naturelle. Les relations d'égalité entre les côtés d'un triangle sont contrôlées visuellement sur les dessins. Les dessins évoquent chez les étudiants des exemples de figures contenus dans leur image mentale qui leur sert de référence dans l'exécution des tâches. De plus, les informations spatiales font partie des éléments du concept-image des étudiants sur la figure manipulée. On peut également noter les difficultés d'interprétation des codes représentés sur les dessins. Ces phénomènes permettent de penser que les règles de traduction qui permettent aux étudiants de connecter la figure à ses représentations dans leur concept-image n'ont pas atteint leur maturité.

Description de deux triangles congruents

Les étudiants ont proposé une caractérisation de deux triangles congruents. Ces derniers ont mobilisé les termes contenus dans leur concept-définition pour exprimer leur concept-image sur de deux triangles congruents. Le tableau qui suit indique le type de description produite par les étudiants.

Caractéristique de l'objet	**Effectif des étudiants**
Définition ambiguë	55 %
Définition empirique	38,33 %
Évocation des transformations	5 %
Autres propriétés	5 %

Tableau 2 — caractérisation des descriptions des étudiants de deux triangles congruents

Le tableau précédent permet de constater que 55 % des étudiants ont proposé des descriptions ambiguës de deux triangles congruents. En effet, il s'agit des descriptions qui peuvent donner lieu à plusieurs interprétations. Par exemple, « deux triangles sont congruents si les côtés du triangle de l'un sont égaux à ceux de l'autre et leurs angles sont égaux deux à deux ». Par ailleurs, 38,33 % des étudiants ont proposé des descriptions empiriques de deux triangles congruents qui correspondent à celles attendues à l'analyse a priori. Ce sont des descriptions qui sont liées aux représentations de ces triangles. Par exemple « si l'un est le reflet de l'autre dans un miroir ». Ces étudiants se situent dans la géométrie naturelle. Pour ces derniers, les objets manipulés semblent être des objets sensibles. On

note également que 5 % des étudiants ont évoqué le fait qu'il s'agit de deux triangles isométriques, ce qui est un synonyme de deux triangles congruents. Enfin, 5 % des étudiants ont évoqué des informations non pertinentes pour la tâche par exemple, l'hypoténuse des triangles représentée. On peut noter que les dessins de la première question représentent des triangles quelconques et non des triangles rectangles. Une tentative d'explication à cela serait que ces étudiants n'ont pas un concept-image cohérent sur les figures manipulées.

Cas 1

Les étudiants de ce binôme ont donné une description non conforme à celle qui peut être acceptée en géométrie au secondaire. Cette description est ambigüe. En effet, les propriétés évoquées par les étudiants peuvent donner lieu à plusieurs interprétations. Le tableau qui suit donne un extrait des discussions des étudiants.

ED : deux triangles congruents sont deux triangles ayant les mêmes côtés et les mêmes angles souvent codés de la même manière ;	Les propriétés contenues dans l'énoncé de cet étudiant peuvent donner lieu à plusieurs interprétations. On pourrait penser qu'il s'agit des triangles équilatéraux ou à deux triangles confondus.
ED : s'ils sont égaux, ça veut dire qu'ils sont complémentaires l'un de l'autre ; DA : explique-toi, complémentaire ? ED : je sais ce que je dis c'est-à-dire leurs angles sont complémentaires leurs côtés sont complémentaires ; ED : il s'agit de deux triangles ayant les mêmes côtés DA : quand tu dis ça, cela veut dire que tout ça est égal à tout ça ; c'est-à-dire tous les côtés se ressemblent ; cela veut dire que ce sont des triangles équilatéraux ;	On constate que les étudiants parlent de triangles complémentaires, ce qui n'a pas de sens en géométrie. Cependant, ils expliquent cette propriété en évoquant à nouveau, les côtés complémentaires. Lorsque nous les avons interrogés à ce sujet, ils disent qu'il s'agit des triangles superposables et des côtés de même longueur. On constate également que les étudiants évoquent les côtés qui se ressemblent, cela laisse penser qu'il s'agit d'une constatation visuelle.

On constate à travers cet extrait que les étudiants ont des difficultés à trouver des termes appropriés pour spécifier leur concept-image. Les descriptions qu'ils proposent ne concordent pas à celles qui peuvent être acceptées au secondaire. De plus, on constate qu'il existe un lien réel entre les productions des étudiants à cette question et ceux de la première question. On peut dire que les règles de traduction qui leur permettent de faire le lien entre les triangles congruents et ses dessins n'ont pas atteint leur maturité dans leur concept-image.

Cas 2

Les étudiants ont proposé un synonyme à deux triangles congruents, leur description intègre les propriétés spatiales des dessins ainsi que les formes des dessins. L'extrait qui suit en donne une illustration.

KE : on peut dire que deux triangles congruents c'est deux triangles qui ont la même forme, mais de dispositions différentes. Non, c'est deux triangles qui ont différentes formes, mais de mêmes dispositions. AM : je pense plutôt que c'est deux triangles sont égaux, mais placés de différentes manières, parce que le sommet du triangle regarde par ici alors que le sommet du triangle la regarde par là. On va dire qu'il s'agit de deux triangles égaux, mais disposés de manière différente.	On constate que les étudiants parlent de triangles égaux, il s'agit d'un synonyme de triangles congruents. Les étudiants évoquent les propriétés telles que : « avoir la même forme » et « être disposé des différentes manières » qui n'ont pas de sens en géométrie axiomatique naturelle.

On constate que les descriptions des étudiants intègrent les propriétés qui proviennent des interprétations abusives des dessins. On observe également que les éléments de leur concept-image sur les figures manipulées ne sont pas cohérents. L'évocation des formes et des propriétés spatiales permet de situer les étudiants en géométrie naturelle.

Les productions des étudiants permettent d'inférer que leur concept-image sur deux triangles congruents n'est pas suffisamment développé. Leurs définitions sont ambiguës et liées aux dessins. Les termes utilisés pour les décrire ne sont pas appropriés.

Conclusion et discussions

L'objectif de cet article était de mettre en lumière l'influence de la figure et ses dessins sur la construction d'une définition de deux triangles congruents par les étudiants. Pour ce faire, nous avons passé un questionnaire et conduit une expérimentation au cours de laquelle les discussions des élèves ont été enregistrées et retranscrites.

Les productions des étudiants font émerger des difficultés dans l'interprétation des propriétés des dessins associés au problème. On observe que les étudiants font des interprétations abusives des dessins. Certaines informations retenues proviennent d'un contrôle visuel ou instrumenté sur les dessins. Des propriétés spatiales sont également retenues comme caractéristiques de deux triangles congruents. Ces résultats permettent de situer ces étudiants en géométrie naturelle. On peut supposer que leurs concepts-images évoqués sur les figures manipulées ne sont pas suffisamment développés. Ces résultats convergents avec ceux de Coppé, Dorier, & Moreau (2005), Laborde (1994), Walter (2001) qui ont également observé que certaines difficultés des élèves en géométrie proviennent de l'utilisation des informations visuelles qui parfois n'ont pas de sens en géométries. Les formes des dessins font également partie des informations relevées par les étudiants pour caractériser la figure. Ce fait pourrait indiquer que ces derniers ont mobilisé les formes prototypes dans leur image mentale. Cette observation concorde avec les résultats de Noirfaliste (1991) qui a mis en évidence l'existence des formes auxquelles les étudiants se réfèrent pour exécuter des tâches en géométrie. Ces formes sont à l'origine des difficultés des étudiants tels que le rapportent les travaux de Tchonang et al. (2019). Ces résultats viennent compléter ceux de Vodušek et Lipovec (2014) qui ont observé que les enseignants en formation se limitaient aux formes du carré pour résoudre des problèmes. De notre point de vue, ses enseignants n'ont pas achevé leur transition vers la géométrie axiomatique naturelle. Les résultats montrent que les étudiants ont des difficultés pour représenter les symboles

des figures géométriques. On peut considérer au sens de Fischbein et Nachlieli (1998) qu'il n'y a pas fusion entre les propriétés conceptuelles et sensorielles de la figure géométrique.

Les résultats de cette étude montrent que l'évolution dans la scolarité n'améliore pas toujours l'interprétation des dessins et ne permet pas toujours à l'élève de construire un concept-image cohérent sur la figure en géométrie. La compréhension des élèves de la relation entre la figure et ses dessins a des répercussions sur la construction d'une définition acceptable en géométrie euclidienne. Ces résultats rejoignent ceux de Fischbein et Nachlieli (1998) qui montrent que l'évolution dans la scolarité n'améliore pas le contrôle des composantes conceptuelles sur l'interprétation des figures contrairement à ce que l'on pourrait penser.

Cette étude présente des limites. Tout d'abord, les résultats ne peuvent être généralisés en raison du faible nombre de participants. Ensuite, on pourrait réduire la subjectivité des résultats en analysant également les données vidéo qui vont permettre de voir comment les étudiants utilisent les instruments de géométrie pour collecter leurs informations sur les dessins. Des études futures pourraient consister à explorer les appréhensions des dessins dans les pratiques enseignantes.

Références

Coppé, S., Dorier, J.-L., & Moreau, V. (2005). Différents types de dessins dans les activités d'argumentation en classe de 5ème. *Petit X*, (68), 8–37.

De Villiers, M. (1998). To teach definitions in geometry or teach to define? *Proceedings of the Twenty-second International Conference for the Psychology of Mathematics Education, 2*(July), 248–255.

Duval, R. (1988). Approche cognitive des problèmes de géométrie en terme de congruence. *Anale de Didactique et Des Sciences Cognitives, 1*, 57–74. Retrieved from IREM de Strasbourg

Fischbein, E., & Nachlieli, T. (1998). Concepts and figures in geometrical reasoning. *International Journal of Science Education, 20*(10), 1193–1211. https://doi.org/10.1080/0950069980201003

Houdement, C., & Kuzniak, A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. In *Annales de didactique et de sciences cognitives* (Vol. 11, pp. 175–193).

Laborde, C. (1994). Enseigner la géométrie : Permanence et révolution. *Bulletin APMEP, 523–548*, 523–548.

Noirfalise, R. (1991). Figures prégnantes en géométrie. *Repères-IREM, 2*, 51–58.

Parzysz, B. (1988). "Knowing" vs "seeing". problems of the plane representation of space geometry figures. *Educational Studies in Mathematics, 19*(1), 79–92. https://doi.org/10.1007/BF00428386

Tchonang, P. (2021). Student Comprehension of The Concept of a Geometrical Figure : The Case of Straight Lines and Parallel Line. *Journal of Mathematics Education, 6*(2), 149–158. https://doi.org/http://doi.org/10.31327/jme.v6i2.1408

Tchonang, P., Njomgang, J., Tieudjo, D., & Nchian, L. (2019). Influence of Drawing and Figures on Secondary School Students' Argumentation and Proof: An investigation on Parallelogram. *Acta Didactica Napocensia*. https://doi.org/10.24193/adn.12.2.10

Tchonang, P., Njomgang, J., Tieudjo, D., & Pedemonte, B. (2020). The Introduction of Proof at the Secondary School in Cameroun: A First Approach trough the Study of Quadrilaterals and Triangles in the Textbook. *International Electronic Journal of Mathematics Education, 15*(3), em0599. https://doi.org/10.29333/iejme/8404

Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 14*(3), 293–305. https://doi.org/10.1080/0020739830140305

Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. *Advanced Mathematical Thinking*, 65–81.

Vinner, S., & Hershkowitz, R. (1980). Concept images and common cognitive paths in the development of some simple geometrical concepts. In *Proceedings of the fourth international conference for the psychology of mathematics education* (pp. 177–184).

Vodušek, H. B., & Lipovec, A. (2014). The square as a figural concept. *Bolema - Mathematics Education Bulletin, 28*(48), 430–448. https://doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a21

Walter, A. (2001). Quelle géométrie pour l'enseignement en collège? *Petit X, 54*, 31–49.