Titre: Situations de recherche pour faciliter l'accès aux concepts mathématiques à l'entrée à l'université

Auteurs: GIBEL Patrick et BLOCH Isabelle

Publication: Actes du huitième colloque de l'Espace Mathématique Francophone – EMF 2022

Directeur: Adolphe Cossi Adihou, Université de Sherbrooke (Canada/Bénin) avec l'appui des membres du comité scientifique et des responsables des groupes de travail et projets spéciaux

Éditeur: Les Éditions de l'Université de Sherbrooke

Année: 2023

Pages: 514 - 527

ISBN: 978-2-7622-0366-0

URI:

DOI:

Situations de recherche pour faciliter l'accès aux concepts mathématiques à l'entrée à l'université

GIBEL[1] Patrick – BLOCH[2] Isabelle

Résumé – Cet article présente un dispositif mis en place à l'université de Pau afin d'aider les étudiants de première année de Licence à surmonter les difficultés d'adaptation aux mathématiques du niveau supérieur, et à s›impliquer dans la recherche de problèmes mathématiques. Le dispositif aide les étudiants à mieux comprendre les attendus des enseignants du supérieur et à questionner le sens des concepts, donc à s'insérer dans la logique mathématique de niveau supérieur.

Mots-clefs : Situations de recherche à l'Université, concepts mathématiques, outils sémiotiques, disponibilité des savoirs et des signes.

Abstract – This article presents a system set up at the University of Pau to help first year undergraduates overcome difficulties in adapting to higher level mathematics and to become involved in the search for mathematical problems. The system helps students to understand the expectations of teachers and to question the meaning of concepts, and thus to integrate themselves into the mathematical logic of the higher level.

Keywords: Situations of investigation at the University, mathematical concepts, semiotic tools, availability of knowledge and signs.

1. Laboratoire Lab-E3D, Université de Bordeaux, France, patrick.gibel@u-bordeaux.fr

2. Laboratoire Lab-E3D, Université de Bordeaux, France, isabelle.bloch@u-bordeaux.fr

Introduction

La volonté politique de l'UPPA[3] d'expérimenter des dispositifs innovants pour lutter contre l'échec en première année de Licence (L1) de mathématiques et de licence MIASHS[4] a conduit des enseignants-chercheurs intervenant en L1 et les didacticiens de l'INSPE[5] de l'académie de Bordeaux, site de Pau, à se concerter pour élaborer la mise en œuvre d'un « projet pédagogique innovant ». Les interactions entre enseignants-chercheurs en mathématiques et ont conduit certains collègues de mathématiques de l'UPPA à vouloir diversifier leurs méthodes d'enseignement, suite au constat du manque manifeste d'investissement des étudiants de L1 dans l'étude approfondie des cours dispensés en CM et dans la recherche des activités proposées en amont des séances de TD, et donc de leur échec fréquent. Un objectif de ce dispositif est donc de diminuer le nombre trop important d'abandons de ce cursus universitaire.

Dans cet écrit, reprenant certains éléments formulés dans (Bloch et Gibel, 2022) nous présentons le dispositif élaboré puis mis en œuvre en première année de Licence de 2018 à 2021, puis présentons la première situation de recherche proposée aux étudiants. C'est ce qu'on appelle des *situations à dimension adidactique* (Mercier, 1995), (Bloch, 1999) : elles comportent une dimension de recherche de problème dévolue aux étudiants, et mobilisant leurs savoirs anciens.

Les situations proposées ont donc permis de mettre à jour les difficultés conceptuelles de ces étudiants, et de leur faire travailler la nature des objets mathématiques ainsi que les raisonnements nécessaires pour résoudre le problème posé. Les productions des étudiants nous permettent d'analyser leurs difficultés à maitriser les raisonnements : au secondaire, l'autonomie à utiliser les théorèmes enseignés n'est que peu travaillée, et les démonstrations sont souvent prescrites étape par étape. Ce fonctionnement induit chez ces étudiants un manque de confiance et un blocage à faire des choix de raisonnement, notamment par déduction.

Par ailleurs les programmes du secondaire n'indiquent pas que les concepts mathématiques de l'Analyse doivent être introduits comme des outils permettant de résoudre des situations mathématiques ; de plus le sens de ces concepts dans la construction d'une théorie de l'Analyse n'est pas toujours explicité en cours de mathématiques. Ceci conduit à des défauts dans l'interprétation des propriétés – notamment un manque de lien entre les propriétés numériques et les concepts d'Analyse, comme le décrit par exemple Bergé (2016).

Cet état de fait produit des difficultés qui deviennent manifestes à l'entrée à l'université, à un niveau où les concepts de base sont assez évidents pour les enseignants, mais où les étudiants entrants risquent d'être désorientés. C'est ce qui nous a conduits à élaborer une UE (Unité d'Enseignement)

3. Université de Pau et des Pays de l'Adour
4. MIASHS : Mathématiques et Informatique appliquées aux Sciences Humaines et Sociales
5. INSPE : Institut National Supérieur du Professorat et de l'Education

spécifique conjointement avec nos collègues de mathématiques du collège STEE de l'UPPA, afin d'aider ces étudiants à mieux comprendre et maîtriser les exigences nouvelles du niveau L1.

Caractérisation du dispositif pédagogique

L'élaboration du projet

Le souhait des enseignants de l'UPPA était donc de mettre en place un dispositif pédagogique spécifique ciblant les difficultés des étudiants et visant à augmenter leur compréhension des savoirs mathématiques en jeu, en vue de permettre une plus grande responsabilisation de ces étudiants de L1 et de favoriser leur implication dans les activités de résolution de problèmes, notamment en les faisant travailler en groupes. La volonté de privilégier les échanges au sein de groupes d'étudiants et de permettre des travaux en trinômes a reposé sur une méthode : il a été décidé d'aménager un effectif réduit de 24 étudiants.

A l'issue d'une phase de recherche du problème posé (où les étudiants en groupe de TD sont initialement accompagnés par les enseignants présents puis prolongent leur recherche de façon autonome), un trinôme[6] présente sa solution au groupe-classe, répond ensuite aux questions du jury composé de trois autres étudiants. Puis un autre trinôme est chargé de rédiger la solution présentée ; cette dernière est évaluée et commentée par l'enseignant et conduit, si l'enseignant le juge nécessaire, à une réécriture de la solution.

Étude didactique de situations mathématiques

Le but du projet est donc de motiver et responsabiliser chaque trinôme d'étudiants, en leur dévoluant une situation mathématique proche d'une situation adidactique ou à dimension adidactique au sens de la théorie des situations didactiques, c'est-à-dire une situation comportant une dimension de recherche. Les situations présentées ont pour but de faire approfondir les connaissances présentées notamment durant les CM et les TD classiques dispensés en L1.

Rappelons qu'une situation à dimension adidactique est en quelque sorte un problème ouvert – donc sollicitant la recherche autonome de solution par les étudiants – mais visant un savoir particulier, par exemple le concept de fonction associée à une variable et la différence entre fonction et graphique (situation 1).

Ces situations sont documentées dans les recherches sur la TSD (Théorie des Situations Didactiques) dans l'enseignement secondaire et supérieur : voir par exemple (Bloch & Gibel, 2011) ; (Bergé, 2016). Elles comportent une phase de recherche de la solution du problème (milieu heuristique), puis

6. Tiré au sort par l'enseignant

une étape d'exposé de ces solutions et d'interaction avec les étudiants et le professeur (milieu de formulation) et enfin une synthèse (institutionnalisation des savoirs) effectuée par le professeur, mais en se basant sur les productions des étudiants. Les raisonnements produits sont aussi analysés ; pour approfondir cette approche, on peut consulter Bloch & Gibel (2011) et Gibel (2018 et 2020).

Nous précisons maintenant quelles sont les difficultés qu'éprouvent les étudiants à surmonter le décalage entre les mathématiques du secondaire et du supérieur.

Nature des difficultés des étudiants constatées en L1

Connaissances mathématiques du secondaire versus supérieur

Le décalage de connaissances et de pratiques mathématiques observé lors de la transition secondaire/supérieur s'avère particulièrement difficile à gérer pour les étudiants ; en effet, le contrat didactique évolue, conduisant les étudiants à une plus grande responsabilisation liée aux choix :

- des connaissances et des savoirs qu'il convient de mobiliser pour répondre à la situation de recherche dévolue par l'enseignant ;
- du cadre (numérique, géométrique, algébrique, graphique…) qui est le plus adéquat pour répondre à la question posée ;
- du mode de raisonnement qu'il faut mobiliser (inductif, déductif, abductif[7]) et de la forme de raisonnement associée : raisonnement par l'absurde, raisonnement par récurrence, raisonnement « direct » ou par contraposée pour élaborer la solution ;
- de l'interprétation et de l'usage des signes mathématiques (Bloch et Gibel, 2019), signes dont le niveau de complexité est levé, par exemple les quantificateurs.

Les nombreuses études menées en didactique sur la transition secondaire-supérieur mettent en évidence un attendu spécifique en L1, à savoir une pratique maîtrisée du raisonnement au travers de ses différentes fonctions (Bloch et Gibel, 2016 ; Kidron & Tall, 2015 ; Pedemonte, 2007 ; Grenier-Boley et al., 2012 ; Borji & Martínez-Planell, 2019). Parmi les attendus du raisonnement on peut citer (Gibel, 2018) : organiser sa recherche, chercher, décider des savoirs à mobiliser, décider de la nature du raisonnement à utiliser pour conjecturer, expliquer, justifier, prouver, démontrer, valider, invalider, réfuter.

Les précédentes recherches en didactique montrent des déficiences importantes des étudiants dans la prise d'initiative quant aux connaissances et savoirs à mobiliser pour résoudre un problème et élaborer une procédure de résolution. Au lycée, les connaissances mobilisées dans le cadre des

7. Un raisonnement abductif consiste à mettre en relation une question posée avec une situation antérieure mobilisant une connaissance, et donc à adopter intuitivement la procédure précédemment utilisée pour tenter de résoudre le problème posé (Everaert-Desmedt, 1990), voir également Lalaude-Labayle (2019) ainsi que le tableau.

activités de résolution de problèmes sont le plus souvent en lien direct avec la notion mathématique étudiée précédemment, et ne nécessitent que la mise en œuvre de procédures enseignées et répertoriées directement lors du cours sur la notion étudiée, voire explicitement indiquées dans l'énoncé du problème. A l'université, les étudiants doivent être capables d'élaborer, puis de rédiger et communiquer une preuve mathématique de façon autonome en articulant les dimensions sémantiques et syntaxiques.

Ces points d'achoppement ont été étudiés dans la thèse de Praslon (2000) : il signale que le problème de la transition n'est pas uniquement le passage du pragmatique au formel, mais, lors du premier semestre universitaire, une accumulation de micro ruptures de contrat que les enseignants universitaires ne décèlent pas (Bridoux, De Hosson & Nihoul, 2020).

Ainsi, la conjonction de cette demande de plus de définitions et de démonstrations crée un décalage important, mais les professeurs de l'université n'en sont généralement que peu conscients. Ce que nous visons dans le dispositif décrit et mis en œuvre, c'est de faciliter cette transition par des tâches qui s'appuient sur les connaissances du secondaire mais permettent un accès aux nouvelles exigences des mathématiques du supérieur : notre objectif est donc précisément de proposer aux étudiants des situations « compatibles » avec leurs savoirs, et leur permettant d'accéder aux pratiques et savoirs essentiels du niveau universitaire.

Nature des difficultés

Nous pouvons alors classer les difficultés généralement observées chez les étudiants débutants (et documentées dans les études citées), en lien avec leur(s) origine(s) potentielles :

- Un contrat didactique spécifique au supérieur, reposant sur une responsabilisation des étudiants inhérente à l'étude approfondie des contenus des cours et des TD, et donc un contrat nouveau pour les étudiants ;
- Une capacité à travailler : effectuer un changement de points de vue sur les concepts mathématiques (ponctuel/local/global) dans le domaine de l'Analyse (Vandebrouck, 2011) ;
- La complexité des signes relevant de plusieurs registres sémiotiques et la maîtrise du développement et l''articulation des registres sémiotiques (Gibel, 2020 ; Bloch & Gibel, 2011 ; Kidron & Tall, 2015).
- Le choix du cadre le mieux adapté pour élaborer et formaliser une preuve, puisque les preuves sont devenues un élément essentiel de la pratique (Lalaude-Labayle, 2019) ;
- La maîtrise – à acquérir – des formes de raisonnements et la prise de conscience de leurs différentes fonctions.

Les grandes lignes du dispositif et le contrat didactique

La mise en œuvre du dispositif décrit précédemment repose donc sur un contrat didactique universitaire *et* spécifique qu'il nous semble important de définir. Ainsi, les principales responsabilités dévolues aux étudiants sont :

- L'implication dans la recherche, l'élaboration de raisonnements en réponses aux questions de l'énoncé, la formulation de questions en vue de surmonter certains obstacles, ainsi que la rédaction d'une solution reposant sur la mise en œuvre d'un mode de raisonnement adéquat et sur l'usage conforme des signes mathématiques.

- La présentation au groupe, par le trinôme tiré au sort, du raisonnement mathématique produit en réponse à chacune des questions de la situation de recherche.

- Le questionnement, par les trois étudiants constituant le jury, des raisonnements et des réponses produites par le trinôme exposant son travail.

- La rédaction[8] d'une solution intégrant les commentaires et les remarques effectués par les étudiants et l'enseignant suite à la présentation.

Intéressons-nous à présent aux responsabilités de l'enseignant relatives à la préparation de chacune des séances du dispositif. Ces responsabilités comprennent notamment une analyse *a priori* rigoureuse de la situation proposée, afin d'être en mesure d'anticiper les procédures des étudiants et les difficultés qu'ils peuvent rencontrer. Il s'agit pour l'enseignant de considérer la dimension heuristique de l'activité dévolue aux étudiants comme « première ». Ce processus de dévolution nécessite que les enseignants aient construit une réflexion didactique qui conduise donc à une analyse *a priori* de la situation. Cette dernière nécessite que l'enseignant ait envisagé en amont de la séance précisément :

- La ou les procédures de résolution de la situation en précisant le cadre (ou les cadres) qu'il convient de privilégier pour élaborer la procédure ou les nécessaires changements de registres dans la construction de la solution ;

- Les principales variables didactiques de la situation ;

- Les principales difficultés auxquelles les étudiants peuvent être confrontés dans l'appropriation de la situation objective et l'élaboration de la procédure de résolution

- La nature des aides qu'il pourra leur apporter en liens avec les ressources dont disposent les étudiants sur le plan des connaissances et des savoirs mathématiques (antérieures et actuelles : lycée et semestre 1 de la L1) ainsi que sur le plan des modes de raisonnements.

- Les ressources numériques et les TICE qui pourront jouer un rôle dans l'appropriation de la situation et le contrôle de la validité des procédures.

8. Par un trinôme n'ayant pas présenté son travail.

- Les moyens de contrôle et de validation que les étudiants pourront mobiliser de façon autonome pour déterminer la vraisemblance et la validité de leurs résultats.

Lors de la mise en œuvre de la séance, les principales responsabilités qui incombent à l'enseignant sont les suivantes :

- Observer les interactions au sein de chaque trinôme pour identifier leurs difficultés, les accompagner dans la résolution en apportant des éléments de réponses à leur questionnement.
- Identifier précisément la nature et l'origine des difficultés des étudiants en analysant les différents types d'erreurs produites lors de l'exposé de leurs travaux.
- En fin de questionnement par le jury, choisir de revenir sur certains éléments de la solution en vue de lever le doute sur certaines interrogations quant aux savoirs en jeu, à l'adéquation des signes mobilisés et à la pertinence des réponses proposées.
- A l'issue des questions, décider des connaissances et des savoirs qu'il convient d'institutionnaliser : identification des objets mathématiques qui définissent la situation objective, nature et forme des signes et des raisonnements mobilisés lors de l'étude, liens entre les procédures distinctes mises en œuvre par différents groupes.
- Commenter et questionner l'écrit de synthèse produit par le trinôme – en charge de produire la mémoire de la situation de recherche – en vue d'une réécriture valide sur le plan sémantique et syntaxique.

Ce contrat spécifique est exposé en début d'année aux étudiants inscrits dans cette unité d'enseignement ; une situation de recherche « initiale » leur est proposée et à l'issue de la phase de recherche, l'enseignant gère la mise en commun des procédures des étudiants et rédige ensuite au tableau la solution afin de mettre en évidence les attendus de la restitution des situations. Cette situation, appelée Situation 1, est détaillée ci-dessous. Puis, au fil des séances, les sept ou huit situations de recherche à résoudre en trinômes leur sont proposées.

Situation de recherche « initiale »

L'expérimentation a été menée de 2018 à 2021 dans cinq groupes de travaux dirigés au premier semestre de la première année de Licence de Mathématiques, d'autres licences scientifiques, et en licence MIASHS[9]. Les étudiants ont choisi de suivre cette Unité d'Enseignement intitulée « Outils de méthodologie pour comprendre les mathématiques ».

Le choix et la formulation des situations : importance de la situation 1 ou comment permettre l'appropriation de ce dispositif en précisant le contrat. Ainsi, dans cet article, nous présentons la situation d'introduction du dispositif (situation 1).

9. Mathématiques et Informatique appliquées aux Sciences Humaines et Sociales

Bartolini-Bussi (2009) pose un certain nombre de critères et de modalités qui lui paraissent conditionner l'entrée des élèves dans le processus souhaité[10]. Bien que son étude ait été faite dans le cadre de situations du primaire, les considérations invoquées nous paraissent pertinentes pour les situations à dimension adidactique à tous les niveaux. Ainsi :

- - la situation ne doit pas mener trop rapidement à la production de conjecture : les élèves/étudiants doivent avoir un délai de réflexion et de recherche non ciblée afin de définir l'objet adéquat de la conjecture et de la preuve ;
- - la situation doit permettre de cibler la procédure de recherche sur la façon générique d'obtenir le résultat, et non sur le résultat directement, ainsi que le remarque aussi Pedemonte (2007) : il peut exister, dit aussi cette auteure, une continuité structurelle entre la production de la conjecture et la construction de la preuve ;
- - le fait de guider trop la recherche peut amener des dérives dans le travail des étudiants, celui-ci se limitant à une suite de tâches à effectuer, sans en percevoir les véritables raisons ni même la logique de construction.
- Le but des situations, en général, est de faire comprendre aux étudiants que l'objectif des mathématiques n'est pas que de « faire des calculs » : il s'agit d'identifier les objets mathématiques « utiles », les concepts pertinents, et de raisonner sur ces objets pour en déduire des propriétés (cf. Bloch, 2015).

Présentation de la situation 1

L'objectif de cette situation initiale est que les étudiants donnent du sens au concept de fonction en le reliant à sa signification : dans cette première situation, il s'agit de déterminer et d'étudier l'aire d'une surface en fonction d'une variable identifiée. Certes, ce concept d'aire variable est introduit au lycée, mais proposer de calculer une aire en choisissant de considérer deux variables différentes n'est pas usuel au niveau du secondaire. Cela vise un recul sur les notions d'aire et de fonction.

Nous attendons des étudiants qu'ils pratiquent une lecture active et raisonnée de l'information (critique, traitement), en privilégiant les changements de registre (graphique, numérique, algébrique, géométrique).

La particularité de cette mise en activité est donc que – suite à la présentation du problème dans sa globalité – les étudiants sont partagés en deux groupes : l'un d'eux calcule l'aire en fonction de la variable « angle », l'autre en fonction de l'abscisse d'un point. Ceci conduit chaque groupe à étudier une fonction différente. Le but de cette situation est de comprendre que les propriétés qui résultent de l'étude de chacune de ces fonctions conduisent aux mêmes conclusions sur la variation de l'aire, et donc, une aire n'est pas associée de façon automatique à une unique fonction. La finalité est aussi d'amener les étudiants à mobiliser tour à tour différents registres (algébrique, numérique, graphique

10. Il s'agit du processus de preuve.

et géométrique) lors de l'étude de chaque fonction et ainsi de percevoir les propriétés de chacune des fonctions dans différents registres sémiotiques.

Nous donnons ci-dessous le schéma de cette situation 1.

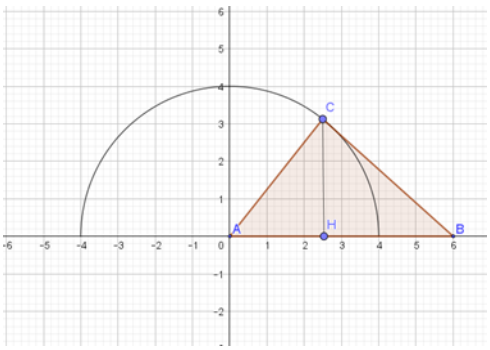

Figure 1. L'aire du triangle ABC

On considère (cf. Figure 1) un triangle déformable ABC constitué d'un segment fixe [AB] de 6 centimètres de longueur, et du segment [AC] de 4 centimètres de longueur, pivotant autour de A dans l'un des deux demi-plans de frontière (AB). On désigne par H le projeté orthogonal de C sur la droite (AB) et par (Γ) le demi-cercle décrit par le point C. On se propose d'étudier, de deux façons, les variations de l'aire du triangle ABC en fonction de la position du segment [AC].

La première façon consiste à calculer l'aire en fonction de l'angle $\widehat{BAC}$; la deuxième, en utilisant l'abscisse *x* du point C. Donc il s'agit de la variation d'une aire de triangle dont un sommet varie selon deux variables possibles : l'abscisse $\boldsymbol{x}$ du point variable ou la mesure α de l'angle $\widehat{BAC}$.

La formulation du contrat didactique est incluse dans la consigne donnée aux étudiants :

Consigne : On va traiter un même problème de deux façons différentes. Quatre groupes travailleront sur la partie 1 du problème, quatre groupes travailleront sur la partie 2 du problème. On va se donner 40 minutes pour que chaque groupe résolve le problème. Lors de la mise en commun chacun va présenter sa méthode de résolution et on va essayer de comprendre pourquoi chaque méthode conduit au même résultat alors qu'on a l'impression au départ que ce sont des fonctions différentes.

L'aire du triangle déformable ABC, en fonction de $\boldsymbol{x}$, est donnée par la formule

$\boldsymbol{A(x) = 3\sqrt{16 - x^2}}$ avec $\boldsymbol{x}$ qui varie de -4 à 4.

L'aire du triangle déformable ABC, en fonction de α, s'exprime sous la forme

$\boldsymbol{A(\alpha) = 12 \sin \alpha}$ avec α, en degré, variant de 0 à 180.

Cette deuxième expression algébrique de l'aire peut paraître plus simple à étudier pour les élèves.

Lors de la mise en commun, les étudiants sont amenés à calculer les variations de ces fonctions, et à construire des graphiques : x varie de - 4 à + 4, et α de 0 à 180 ; néanmoins, les courbes se ressemblent beaucoup, et notamment le maximum de l'aire du triangle correspondant.

Après la phase de recherche, l'enseignant a lui-même effectué la mise en commun des procédures, il a ensuite rédigé la solution pour expliciter la forme de l'écrit attendu lors de la restitution ainsi que le niveau de justification idoine. Puis il a répondu aux questions posées par un trinôme d'étudiants tiré au sort, constituant le jury. L'enseignant a enfin institutionnalisé les connaissances et les savoirs en jeu dans la situation étudiée : distinction entre fonction de x ou α et variation d'aire étudiée, étude des fonctions et représentation graphique, etc. La question de la cohérence des résultats, obtenus par chacune des deux études menées distinctement pour chacune des fonctions, a été soulignée. Les propriétés de la variation de l'aire – en fonction du déplacement du point sur le demi-cercle – sont similaires indépendamment de la variable choisie et il existe une relation qui lie ces 2 variables. On peut donc en conclure qu'étudier une grandeur ne conduit pas à la représenter par une unique fonction

Synthèse de l'expérimentation des situations

L'expérimentation a donc permis de confronter les étudiants à des problèmes à chercher, avec une attente de preuve mathématique à apporter dans des formulations adaptées. Les observations confirment que les étudiants de L1 ne sont pas habitués à ces exigences. Un résultat positif de ces mises en œuvre est cependant qu'ils ont une certaine expertise du calcul algébrique – ce n'est pas ce point qui les met le plus en difficulté. La première situation a conduit aux calculs d'aire sans peine. Les raisonnements et les signes qui les supportent se sont établis être la plus grande source de difficultés, ce qui n'a rien d'étonnant car cette expertise n'est que peu travaillée au secondaire, comme nous le disions.

Conclusion

Le dispositif expérimenté a confirmé que les étudiants ne sont pas habitués à vérifier si un calcul conduit à un argument recevable puis à une preuve : pour eux, le but serait juste de « faire un calcul ». Cependant, ce dispositif a permis une véritable implication des étudiants dans la recherche et la formulation des situations proposées. La problématique a mis en lumière la nature des obstacles des étudiants concernant l'identification des objets mathématiques, et leur formulation par des signes mathématiques adaptés. Nous avons aussi constaté leur difficulté quant au choix raisonné des procédures de preuve, et leur manque de discernement quant à la forme adéquate du raisonnement adapté au problème posé. L'étude didactique menée montre donc que ce dispositif s'avère complémentaire par rapport au cursus classique de licence, et peut aider les étudiants à comprendre et à réussir ce cursus.

Du point de vue des raisonnements, la mise en œuvre de cette expérimentation a permis aux étudiants non seulement de produire des raisonnements de différentes formes (raisonnement par récurrence, raisonnement par l'absurde, raisonnement par contraposée, etc.) mais encore de prendre conscience de leurs multiples fonctions en lien avec les conditions de leur élaboration : décider de l'utilisation d'une connaissance mais également du cadre adéquat de sa mise en œuvre, conjecturer, justifier, prouver, communiquer les étapes d'un raisonnement, argumenter et démontrer.

Contrairement aux études qualitatives souvent menées sur l'enseignement des mathématiques au supérieur, notre recherche vise à analyser l'implémentation réelle de situations à dimension adidactique à ce niveau et les connaissances générées par ces situations – connaissances « théoriques » sur les concepts en jeu et connaissances pratiques de raisonnement et de méthodes de calcul et démonstration. Cela implique d'étudier les conditions réelles de mise en œuvre de la situation et son fonctionnement, lors des phases organisées : dévolution, recherche des solutions par groupes, et institutionnalisation par l'enseignant après restitution des groupes.

Références

Bartolini-Bussi, M. (2009). Proof and proving in Primary school: An experimental approach. In Lin F.-L., Hsieh F.-J., Hanna G., de Villiers M. (Eds.) *Proceedings of the ICMI Study 19 conference: Proof and Proving in Mathematics Education* Vol.1 (pp.53–58).

Bergé, A. (2016). Le rôle de la borne supérieure (ou supremum) dans l'apprentissage du système des nombres réels. *Proceedings of INDRUM 2016, First conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics*. Nardi E., WinslØw C. & Hausberger T. editors.

Bloch, I (1999). L'articulation du travail mathématique du professeur et de l'élève dans l'enseignement de l'analyse en Première scientifique. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 19*(2), 135-193.

Bloch, I. (2015). Concepts, objets, symboles, enseignement des mathématiques : Quelques réflexions sur l'épistémologie et la didactique. *Petit x, 97*, 71-79. hal-02525717

Bloch, I., Gibel, P. (2011). Un modèle d'analyse des raisonnements dans les situations didactiques : étude des niveaux de preuves dans une situation d'enseignement de la notion de limite, *Recherches en Didactique des Mathématiques, 31*(1), 191-227.

Bloch, I., Gibel, P. (2016). A model to analyse the complexity of calculus knowledge at the beginning of University course. *Communication to INDRUM*, 43-52 Université de Montpellier, ISSN: 2496-1027.

Bloch, I., Gibel, P. (2019). A model to analyse the complexity of calculus knowledge at the beginning of University course – presentation and examples, *Annales de didactique et de sciences cognitives. 24*, 183-205.

Bloch, I., Gibel, P. (2022). Situations de recherche pour l'accès aux concepts mathématiques à l'entrée à l'université. *Revue EpiDEMES, Épijournal de Didactique et Epistémologie des Mathématiques pour l'Enseignement Supérieur*. Numéro spécial.

Borji, V., Martínez-Planell, R. (2019). What does 'y is defined as an implicit function of x' mean?: An application of APOS-ACE. *The Journal of Mathematical Behavior 56*.

Bridoux, S., De Hosson, C., Nihoul, C., (2020). Pratiques in situ d'enseignants universitaires et confrontation avec le vécu des étudiants. In *Proceedings of INDRUM 2020, Bizerte, Conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics*, (pp. 187-196). DOI: 10.4324/9780429346859-16

Chorlay, R. (2019). A Pathway to a Student-Word definition of Limits at the Secondary-Tertiary transition. IJRUME, https://link.springer.com/article/10.1007/s40753-019-00094-5

Ghedamsi, I., Fattoum, F. (2018). Étude de l'évolution des images de la convergence de suites lors d'un enseignement ordinaire. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 38*(2), 207–259.

Gibel, P. (2018). *Elaboration et usages d'un modèle multidimensionnel d'analyse des raisonnements en classe de mathématiques*. HDR, Université de Pau et des Pays de l'Adour.

Gibel, P. (2020). Analyse en théorie des situations didactiques d'une ingénierie visant une première approche de la notion de limite finie d'une suite. *Revue Québécoise De Didactique Des Mathématiques, 1*, 153-189.

Kidron, I., & Tall, D. (2015). The roles of visualization and symbolism in the potential and actual infinity of the limit process. *Educational Studies in Mathematics 88*(2),183-199. Springer.

Lalaude-Labayle, M. (2019). Un regard épistémologique sur l'évolution historique des notions de preuve et d'axiomatique. *Petit x, 110/111*, 5-26.

Mercier, A. (1995). Les effets de l'intervention enseignante dans le milieu des situations adidactiques. In Margolinas C. (Ed.) *Les débats de didactique de mathématiques* (pp.157-168). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Pedemonte, B. (2007). Quelques outils pour l'analyse cognitive du rapport entre argumentation et démonstration. *Recherches en Didactique des mathématiques, 25*(3), 315–348.

Praslon, F. (2000). *Continuités et ruptures dans la transition Terminale S/DEUG-Sciences en Analyse. Le cas de la notion de dérivée et son environnement*. Thèse, Université Paris Diderot – Paris 7.

Vandebrouck, F. (2011). Perspectives et domaines de travail pour l'étude des fonctions. *Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives, 16*, 149-185.