Titre: Raisonnements des élèves dans la résolution de problèmes algébriques à la transition primaire/collège au Maroc

Auteurs: ABOUHANIFA Saïd, SQUALLI Hassane, SEDDOUG Belkacem, HADDAD Sabah, ANASSAY Saadia, ENNASSIRI Brahim et MESOUAKI Hajar

Publication: Actes du huitième colloque de l'Espace Mathématique Francophone – EMF 2022

Directeur: Adolphe Cossi Adihou, Université de Sherbrooke (Canada/Bénin) avec l'appui des membres du comité scientifique et des responsables des groupes de travail et projets spéciaux

Éditeur: Les Éditions de l'Université de Sherbrooke

Année: 2023

Pages: 229 - 244

ISBN: 978-2-7622-0366-0

URI:

DOI:

Raisonnements des élèves dans la résolution de problèmes algébriques à la transition primaire/collège au Maroc

ABOUHANIFA[1] Saïd – SQUALLI[2] Hassane – SEDDOUG[3] Belkacem – HADDAD[4] Sabah – ANASSAY Saadia – ENNASSIRI[5] Brahim – MESOUAKI[6] Hajar

Résumé – Cette étude vise la caractérisation des raisonnements des élèves selon leur degré d'analycité et la nature du registre de représentation sémiotique. Basé sur un cadre d'analyse qui s'est développé dans le cadre du projet international. Les résultats montrent qu'il y a des apprentissages à explorer chez les élèves (âge 11 à 12 ans) dans le passage de l'arithmétique à l'algèbre, qui comportent des traces d'un raisonnement algébrique.

Mots-clefs : Pensée algébrique, raisonnement algébrique, analycité, problèmes de comparaison, registre de représentation sémiotique.

Abstract – This study aims at characterizing students' reasoning according to their degree of analycity and the nature of the register of semiotic representation. It is based on an analytical framework that was developed within the framework of the international project. The results show that there are learnings to be explored in students (age 11 to 12) in the transition from arithmetic to algebra, which include traces of algebraic reasoning.

Keywords: Algebraic thinking, algebraic reasoning, analycity, comparison problems, semiotic representation register.

1. CRMEF CS, Maroc, saidabouhanifa@yahoo.fr

2. Université de Sherbrooke, Canada, hassane.squalli@usherbrooke.ca

3. CRMEF RS, Maroc, bseddoug@gmail.com

4. CRMEF RS, Maroc, sabahhaddad24@gmail.com

5. FST Université Hassan1, Maroc, ennassiri.prof.math@gmail.com

6. FST Université Hassan1, Maroc, mesouakihajar@gmail.com

Introduction

Cette recherche s'inscrit dans le cadre d'un projet du programme APPRENDRE mis en œuvre par l'Agence universitaire de la Francophonie (AUF) avec l'appui de l'Agence Française de Développement (AFD). Thématique : « Accompagner le développement du cycle fondamental : l'enjeu de la transition école / collège ». (Appel à projet d'avril 2019). Ce projet international est réalisé entre le Canada, Maroc, Bénin et Tunisie, est intitulé : « Transition primaire-collège au Bénin, Maroc et Tunisie. État des lieux, comparaison et perspectives de l'enseignement de l'arithmétique et de l'algèbre ».

Au Bénin, Maroc et Tunisie l'enseignement fondamental, consiste en 9 années de scolarité obligatoire (de 6 à 15 ans) et est reparti sur deux cycles pédagogiques, soit un premier cycle de 6 ans (école primaire) et un deuxième cycle de 3 ans (collège). En mathématiques, la transition de l'école primaire au collège est marquée essentiellement par la transition de l'enseignement de l'arithmétique à celui de l'algèbre. En effet, l'arithmétique occupe la partie prépondérante du temps alloué à l'enseignement des mathématiques au primaire, alors que l'enseignement de l'algèbre commence d'une manière explicite au niveau de la $7^{ème}$ année de l'enseignement fondamental, soit la première année du collège. Cette première année du collège est considérée comme une année charnière au cours de laquelle l'élève devrait passer d'un « mode de pensé arithmétique » à un « mode de pensé algébrique » (M.E.N., 1991).

Comme dans la plupart des pays du monde, l'algèbre occupe une place centrale dans les mathématiques du secondaire. Elle constitue en quelque sorte un filtre pour l'accès à des études post-secondaires, puisque des connaissances en algèbre s'avèrent indispensables pour poursuivre des études dans plusieurs disciplines. Cependant, l'algèbre enseignée est réputée être, depuis longtemps, un sujet scolaire aride et difficile et les élèves éprouvent de grandes difficultés lors de son apprentissage (Rosnick et Clément, 1980; Küchemann, 1981; Wagner, Rachlin & Jensen, 1984; Booth, 1984). Ce fait devient encore plus évident lorsqu'il s'agit d'enseigner l'algèbre à tous les élèves.

Dans cette communication, on s'intéresse au cas du Maroc dans le cadre de ce projet, les orientations pédagogiques (programmes) du secondaire collégial (2009) envisagent la voie classique des équations dans l'introduction de l'algèbre. Deux facettes sont préconisées à cette entrée à l'algèbre dans les premiers apprentissages du secondaire. La première facette s'occupe des expressions algébriques et la deuxième se consacre à la résolution des équations de premier degré à une inconnue. Cependant, l'apprentissage du calcul algébrique occupe une place importante dans l'enseignement de l'algèbre, il est mobilisé dans des activités de mathématisation de diverses situations par des expressions algébriques ainsi que dans des activités de résolution de problèmes se ramenant à la résolution d'équations algébriques du premier degré à une inconnue. Pour chercher à dégager des éclairages sur l'activité de l'élève, la nature des objets avec lesquels il résout les problèmes de comparaison, les méthodes et les raisonnements qu'il met en œuvre de même que le caractère algébrique de ses raisonnements. Dans la perspective de comprendre comment le programme de mathématiques au Maroc prépare les élèves au développement de la pensée algébrique, nous avons effectué une étude qui porte sur les stratégies de résolution de problèmes algébriques de type comparaison chez les élèves avant et après l'introduction de l'algèbre (Marchand et Bednarz, 1999, 2000). Nous cherchons en particulier à répondre aux questions suivantes : Qu'en est-il des raisonnements des élèves de la 6ème primaire qui n'ont pas encore reçu un enseignement de l'algèbre ? Quels sont les raisonnements utilisés par ces élèves ? Nous intéresserons aux prédispositions manifestées par ces élèves à produire des raisonnements algébriques, de les caractériser en distinguant le raisonnement algébrique du raisonnement arithmétique dans la résolution de problèmes se ramenant à la recherche de valeurs d'inconnues.

Degré d'analycité et nature du registre de représentation

Du raisonnement arithmétique au raisonnement algébrique

Les programmes de 6ème primaire et de 7ème (1er année du collège)

Au Maroc, l'algèbre est introduite comme une arithmétique généralisée ; la structure du programme du collège est basée sur l'extension des systèmes de nombres et l'établissement du calcul algébrique sur ces domaines de calcul dont la maîtrise par les élèves est l'un des objectifs essentiels du curriculum d'algèbre à ce niveau. L'enseignement de base repose sur une approche par compétences qui vise à développer chez l'élève la résolution de problèmes. Le programme au primaire ne fait pas référence explicitement à l'algèbre, mais il le positionne comme domaine relatif au nombre et calcul.

Les registres de représentation sémiotiques

Nous avons retenu trois types de registres au sens de Duval (1991, 1995) et de Hitt et Passero (2007) : le registre numérique, le registre algébrique conventionnel et le registre intermédiaire. Comme Hitt (2004) ainsi que Hitt et Passaro (2007), en plus de considérer les représentations sémiotiques institutionnalisées, nous nous intéressons aux mots et aux registres spontanés. À cette fin, il devient nécessaire d'étudier les contraintes du problème, mais aussi celles dont l'élève tient compte dans l'élaboration de sa résolution.

- Le registre de représentation est dit « numérique » quand les traces de la résolution de l'élève ne comportent que des nombres détermines et des opérations sur ces nombres.
- Le registre de représentation est dit « algébrique conventionnel » si l'élève recourt au langage algébrique littéral.
- Le registre de représentation est dit « intermédiaire » si l'élève recourt à un, ou à plusieurs, mode de représentation non purement numérique ou algébrique conventionnel. Par exemple, l'élève peut représenter une inconnue par un mot, par le dessin d'une ligne, ou par un carré vide. Il peut représenter les relations par un dessin, utiliser une table de va-

leurs numériques, etc.

Le raisonnement analytique : pont entre le raisonnement arithmétique et le raisonnement algébrique.

Pour illustrer quelques caractéristiques de la transition qui se manifeste entre l'algèbre et l'arithmétique dans ce contexte particulier de résolution de problème de comparaison, nous avons fait référence aux travaux de Marchand (1998) qui a étudié spécifiquement l'aspect analytique de l'introduction à l'algèbre. Aussi, nous avons fait état des travaux de Bednarz et Janvier (1996), qui ont étudié la résolution de problèmes sous l'angle de continuité et de discontinuité entre la résolution avec l'arithmétique et l'approche algébrique. Ainsi que le modèle épistémologique de référence construit et exploité dans ce projet, Najar et al, (2021), qui décrit les caractéristiques essentielles de la transition entre l'arithmétique et l'algèbre dans le contexte de résolution de problèmes, afin de mieux faire percevoir les manifestations chez les élèves des diverses ruptures et complémentarités.

L'analyse des raisonnements des élèves mobilisés dans la résolution de problèmes de partage inéquitable porte sur deux dimensions : le degré d'analycité du raisonnement et la nature du registre de représentation (Squalli et al., 2020).

Raisonnements algébrique

Dans ce type de raisonnement algébrique (analytique), l'élève considère l'inconnue, la représente par un symbole, utilise cette représentation pour exprimer les relations entre les données connues et les autres inconnues du problème et opère sur ces représentations pour former l'équation et trouver les valeurs des inconnues.

Les raisonnements à tendance algébrique

Nous incluons dans cette catégorie trois classes de raisonnements, Squalli et al (2020) :

- La première regroupe les raisonnements hypothético-déductifs où l'élève affecte une valeur déterminée à une inconnue sachant qu'elle est fausse, fait comme si cette inconnue possédait cette valeur, opère sur les relations et génère les valeurs des autres inconnues. Il raisonne ensuite sur les relations et les valeurs produites pour trouver la valeur exacte de l'inconnue de départ. Les raisonnements de type fausse position sont un exemple de tels raisonnements. Dans ce type de raisonnement, le sujet fait comme si la valeur de l'inconnue était connue, mais au lieu d'opérer sur une représentation de cette inconnue, il opère sur une valeur fausse mais déterminée. Pour cette raison, nous considérons que ce type de raisonnement est à tendance analytique mais n'est pas analytique.

- La seconde classe regroupe les raisonnements où l'élève considère les inconnues momentanément comme des variables. Pour trouver les valeurs de ces variables qui respectent les conditions du problème, il n'opère pas sur elles, comme dans le cas d'un raisonnement analytique, mais sur leurs instanciations numériques.

- La troisième classe regroupe les raisonnements où l'élève considère l'inconnue, la représente explicitement, utilise cette représentation pour traduire les relations entre les inconnues et les connues mais n'opère pas sur ces représentations pour trouver les valeurs des inconnues. C'est pour cette dernière raison que le degré d'analyticité du raisonnement n'est pas jugé optimal.

Méthodologie

Nous chercherons particulièrement à étudier les stratégies adoptées par les élèves dans la réalisation des tâches qui leur sont proposées et à comprendre les difficultés et obstacles rencontrés. L'analyse des réponses des élèves permet de décrire les rapports personnels des élèves à l'algèbre et l'évolution de ces rapports dans la transition primaire/collège. Pour cela, un questionnaire de cinq problèmes de comparaison a été administré un échantillon de 685 élèves marocains de la 6e primaire et de la 1ere année secondaire collégial (grades 7 à 9). Les mêmes problèmes sont proposés aux élèves des deux niveaux scolaires. Le but est de voir s'il y a des évolutions chez les élèves lors du passage du primaire au collège. L'administration du questionnaire a commencé le 7 Mai 2021 et elle a pris fin le 14 Juin 2021.

Dans ce questionnaire (Annexe), le problème 1 est connecté, les problèmes 2, 3, 4 et 5 sont déconnectés. Selon la typologie de Bednarz et Janvier (1996), les 5 problèmes se présentent par ordre croissant de complexité. Nous distinguons deux types de problèmes : les problèmes connectés et les problèmes déconnectés. Un problème est dit « connecté » s'il est possible de trouver la valeur de l'inconnue en opérant uniquement sur des données et des relations connues. Un problème est dit déconnecté, s'il n'est pas connecté, c'est à dire que pour trouver la valeur de l'inconnue il est nécessaire d'opérer sur l'inconnue.

Dans le déroulement de l'enquête, nous avons demandé à chaque élève de résoudre les problèmes proposés, individuellement, en respectant les consignes suivantes :

- Le travail est individuel ;
- Le temps estimé pour répondre à ce questionnaire est de 50 minutes ;
- Nous n'avons pas interdit l'usage de la calculatrice ;
- Nous avons demandé aux élèves de ne pas effacer, rayer au besoin ;
- Si l'élève ne parvient pas à résoudre un problème, il doit nous expliquer la cause qui l'empêche de l'accomplir.

Afin de collecter plus d'indicateurs sur les différents raisonnements manifestés, les stratégies utilisées, nous avons demandé aux élèves de laisser les traces écrites dans la copie, de tous ce qu'ils pensent.

L'analyse effectuée s'inscrit dans la continuité des études accomplies par les équipes de recherche de l'OIPA : (Adihou, Squalli, Saboya, Tremblay, Lapointe, 2015) ; (Squalli, Larguier, Bronner, et Adihou, 2018) et Abouhanifa (2021). Elle vise la caractérisation des raisonnements réalisés par les élèves dans la résolution de problèmes de partage inégaux, voire contribuer à éclairer et enrichir le développement de la pensée algébrique.

Catégories de raisonnements et registres de représentations sémiotiques illustrées d'exemples

Problème 2

Le problème 2 est déconnecté dont la structure est formée de deux branches et une relation additive entre les inconnues.

Exemple 1 : Raisonnement algébrique dans le registre de représentation numérique

L'élève (figure 1) commence par soustraire 17 600 de la somme totale 181 000, il trouve 181 000-17 600= 163400 dhs et ensuite il divise le résultat trouvé 163400 par 2 et il trouve 81700. Il en déduit le prix de la voiture de Chaima 81700 dhs. Ensuite, par une erreur d'inattention, au lieu d'ajouter 81700 à 17600, il ajoute 31700 à 17600 pour trouver le prix de la voiture de Maria.

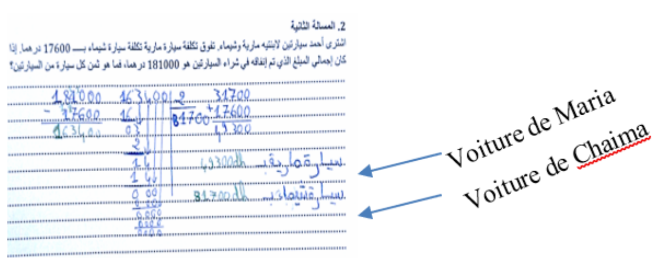


Figure 1 - Élève de 6^{e} primaire

Dans ce raisonnement, l'inconnue principale, qui est le prix de la voiture de Chaima, n'est pas représentée explicitement ni l'équation mathématisant le problème. Donc, l'inconnue et l'équation sont muettes bien qu'elles soient objets de la pensée de l'élève. C'est un raisonnement algébrique alors que le registre de représentation est exclusivement numérique.

Exemple 2 : Raisonnement à tendance algébrique dans le registre de représentation numérique

Dans la résolution du problème 2 (figure 2), l'élève commence par diviser la somme totale du prix des deux voitures 181 000 par 2, il trouve 90500. Ensuite il divise par 2 l'écart entre le prix de la voiture de Marie et celui de Chaima 17600/2, il trouve 8800. Il en déduit le prix de la voiture de Maria 99300 dhs, en additionnant 90500 à 8800 et il déduit le prix de la voiture de Chaima 81700dhs, en soustrayant 8800 de 90500.

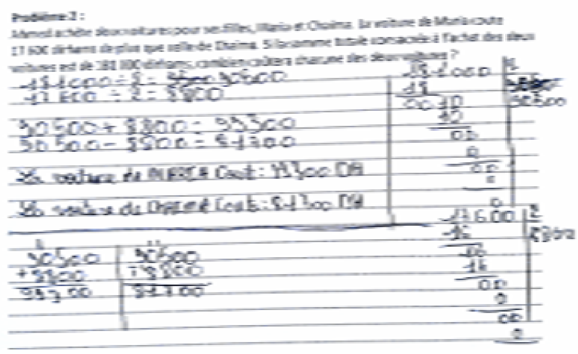


Figure 2 - Élève de 6e primaire

L'élève donne une valeur spécifique aux inconnues qu'il sait fausse. En se basant sur l'écart obtenu entre le prix de la voiture de Maria et celui de Chaima et le prix total des deux voitures, il ajuste en conséquence la valeur du nombre de départ en prenant en compte les relations entre les inconnues. Nous sommes donc dans le scénario des raisonnements à tendance algébrique et le registre et ici uniquement numérique. Nous voyons que l'élève maitrise bien l'équation mathématisant le problème bien qu'elle reste implicite. Les règles de traitement dans le registre numérique, peuvent être interprétées également comme celles effectuées dans le registre algébrique. En effet, si M le prix de voiture de Maria et C celui de Chaima, on aura $M - C = 17600$ et $M + C = 181000$, en divisant les deux égalités par 2 on trouve :

$(M + C)/2 = 181000/2 = 90500 \quad (1)$

$(M - C)/2 = 17600/2 = 8800 \quad (2)$

donc $(1) + (2) = (M + C)/2 + (M - C)/2 = M = 90500+8800 = 99300$

et $(1) - (2) = (M + C)/2 - (M - C)/2 = C = 90500-8800 = 81700$.

Problème 3

Le problème 3 est déconnecté dont la structure est formée de deux branches et une relation multiplicative entre les inconnues.

Exemple : Raisonnement algébrique dans le registre de représentation numérique

Dans un premier temps, l'élève commence par la division de 132000 par 3 il trouve 44000, il accorde ce nombre au produits de nettoyage et en suite, il soustrait 44000 de 132000 il trouve 88000. L'élève procède à une vérification, il voit que la relation 3 fois plus de produits de conserve que de produits de nettoyage n'est pas conservé. Dans ce cas, il barre ce raisonnement et il change de méthode de résolution, il divise 132000 par 4 il trouve 33000 produits de nettoyage. Ensuite pour trouver le nombre de conserve, il retranche 33000 de 132000, il trouve 99000(figure 3a).

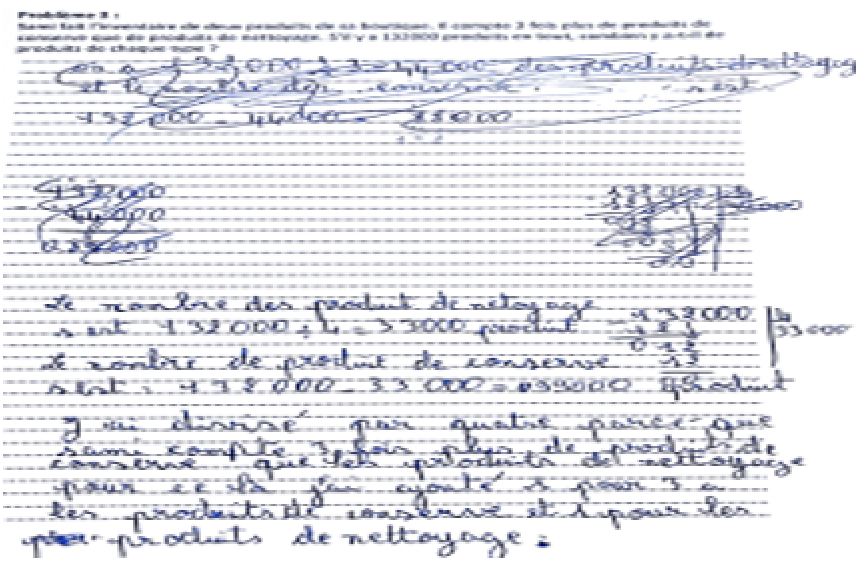

Le nombre des produit de nettoyage s'est 132000 : 4 = 33000 produit
Le nombre de produit de conserve s'est : 132000 - 33000 = 99000 produit
J'ai divisé par quatre parce que Sami compte 3 fois plus de produits de conserve que les produits de nettoyage pour ce là j'ai ajouté 1 pour 3 a les produits de conserve et 1 pour les produits de nettoyage :

Figure 3a - Élève du 1er collège

Quand l'élève a déposé sa copié, le chercheur lui a demandé d'expliquer pourquoi il a divisé par 4. La réponse de l'élève est la suivante (figure 3b) :

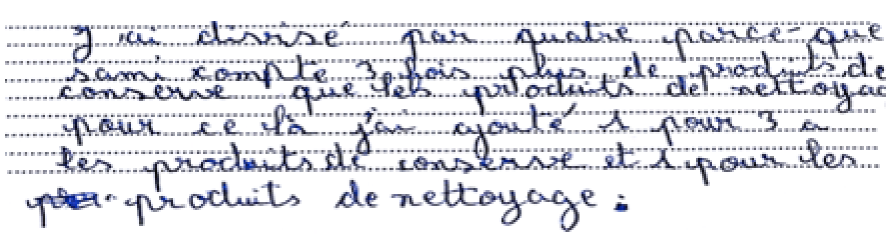

J'ai divisé par quatre parce que Sami compte 3 fois plus de produits de conserve que les produits de nettoyage pour ce là j'ai ajouté 1 pour 3 a les produits de conserve et 1 pour les produits de nettoyage :

Figure 3b - Réponse du même Élève du 1er collège

Dans ce raisonnement, l'inconnue principale, qui est le nombre de produits nettoyage, n'est pas représentée explicitement ni l'équation mathématisant le problème. Donc, l'inconnue et l'équation sont muettes bien qu'elles soient objets de la pensée de l'élève. C'est un raisonnement algébrique alors que le registre de représentation est exclusivement numérique. Dans ce raisonnement l'élève manifeste un mode de penser qui met en exergue la transition conceptuelle entre le raisonnement arithmétique et algébrique, tout en exploitant les registres de représentations sémiotiques.

Problème 4

Le problème 4 est déconnecté, de type Source : les deux relations ont la même donnée comme point de départ. Dans la structure de ce problème, trois paramètres ont été pris en compte, à savoir : Les branches sont en nombre de trois, les relations entre les données sont additives et la spécificité des quantités prises en comptes.

Exemple : Raisonnement algébrique dans le registre de représentation numérique

L'élève (figure 4) commence par soustraire 20000 de la somme totale 131000, il trouve 131000-20000= 111000 dhs, en fait 20000 est la somme 5000 et 15000 dhs. Ensuite, il divise 111000 par 3 et il trouve 37000. Il en déduit les frais d'alimentation 37000 dhs. Ensuite, il ajoute 15000 à 37000 pour trouver les frais de scolarité 58000 dhs et il ajoute 5000 à 37000 pour trouver les frais d'habillement 42000 dhs.

Cet élève n'utilise pas de représentation explicite des inconnues, des relations et de l'équation, mais son traitement numérique montre qu'il opère sur les inconnues et non sur les relations. L'élève a produit un raisonnement algébrique l'inconnue et l'équation sont muettes. Le registre du langage naturel comme trace du raisonnement de l'élève qui a introduit cette inconnue. Il traduit les trois relations entre les inconnues en représentant les inconnues par les noms des objets.

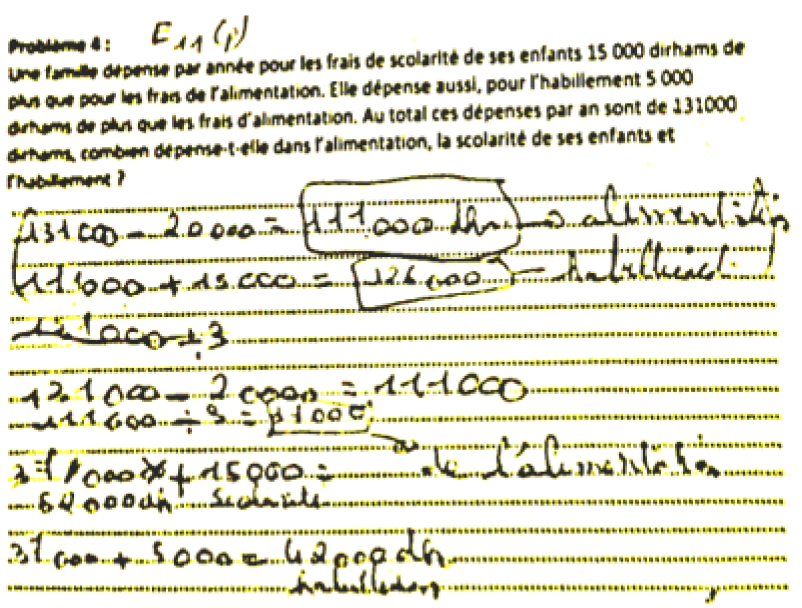

Problème 4 : E_{11} (p)
Une famille dépense par année pour les frais de scolarité de ses enfants 15 000 dirhams de plus que pour les frais de l'alimentation. Elle dépense aussi, pour l'habillement 5 000 dirhams de plus que les frais d'alimentation. Au total ces dépenses par an sont de 131000 dirhams, combien dépense-t-elle dans l'alimentation, la scolarité de ses enfants et l'habillement ?

Figure 4 - Élève de 6e primaire

Problème 5

Le problème 5 est déconnecté, de type Composition : une des données est le point d'arrivée d'une relation soit le point de départ de l'autre relation. Dans la structure de ce problème, trois paramètres ont été pris en compte, à savoir : Les branches sont en nombre de trois, les relations entre les données sont additives et multiplicatives, ainsi que la spécificité des quantités prises en comptes.

Exemple 1 : Raisonnement algébrique dans le registre de représentation intermédiaire

L'élève (figure 5) semble saisir la structure multiplicative et additif du problème 5. Il a représenté le nombre de timbres de Chaima par un segment « une partie », le nombre de timbres de Sophia est 3 fois de nombre de timbres de Chaima, et le nombre de de timbres de Maria est 3 fois celui de Chaima, donc « 3 parties » c'est-à-dire trois parties auxquelles, il ajoute 16. Le total des nombres de timbres des trois personnes étant le tout, c'est-à-dire 208. Le terme « partie » est un substitut de l'inconnue, il joue le rôle d'inconnue intermédiaire dont il faut calculer sa valeur en nombre de timbres. Le tout est donc constitué de « 7 parties » qui totalisent 208+16= 224 timbres.

Pour trouver la valeur d'une partie en nombre de timbres, l'élève commence par ajouter une valeur 16 du total des timbres 208 ; (208+16= 224). Il divise le résultat trouvé par 7 ; (224 /7 = 32) et il trouve le nombre de timbres de Chaima.

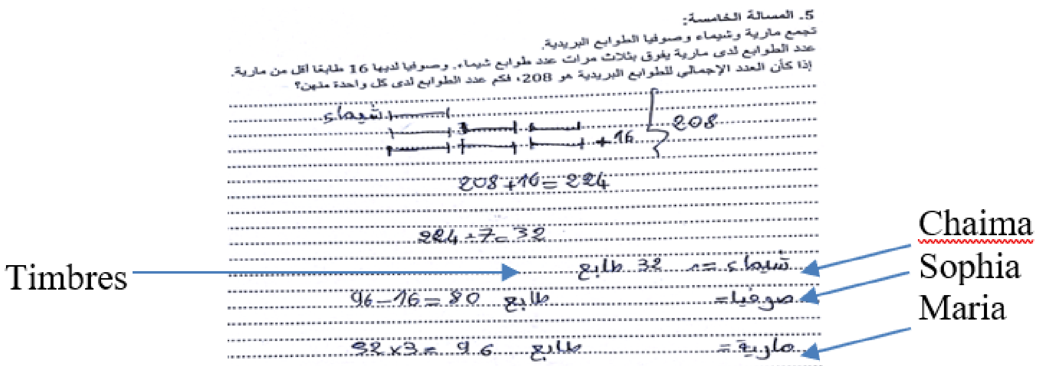


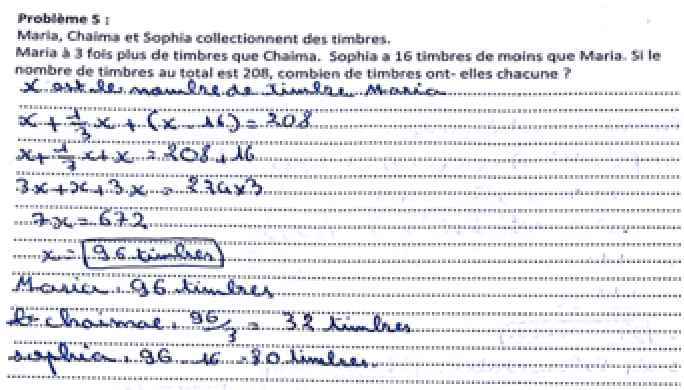
Figure 5 - Élève de 6e primaire

À travers une multiplication de 32 par 3, il en déduit le nombre de timbres Maria qui est de 96 timbres. Il en déduit ensuite, le nombre de timbres de Sophia qui est 80, en effectuant une soustraction de 96 par 16. L'inconnue et l'équation sont muettes bien qu'elles soient objets de la pensée de l'élève. L'élève a commis une erreur dans la représentation schématique, il faut noter -16 ou lieu de +16. Cependant, son raisonnement est correct.

Dans ce raisonnement, l'élève a recouru au registre des schémas qui est traité comme des parties. Cependant, le registre du langage naturel comme trace du raisonnement de l'élève qui a introduit cette inconnue intermédiaire, reste confiné au registre de représentation qui est uniquement numérique.

Exemple 2 : Raisonnement algébrique dans le registre de représentation algébrique

L'élève traduit les trois relations entre les inconnues en représentant l'inconnue principale(fig.7), il exprime l'équation mathématisant le problème en fonction de l'inconnue x qui est le nombre de timbres de Maria. Il utilise donc de façon correcte le registre algébrique pour former l'équation, il sait bien utiliser les règles de traitement dans le registre algébrique.



Problème 5 :

Maria, Chaima et Sophia collectionnent des timbres.

Maria à 3 fois plus de timbres que Chaima. Sophia a 16 timbres de moins que Maria. Si le nombre de timbres au total est 208, combien de timbres ont- elles chacune ?

x est le nombre de timbre Maria

$x + \frac{1}{3}x + (x - 16) = 208$

$x + \frac{1}{3}x + x = 208 + 16$

$3x + x + 3x = 224 \times 3$

$7x = 672$

$x = \boxed{96 \text{ timbres}}$

Maria : 96 timbres

Chaimae : $96/3 = 32$ timbres

Sophia : $96 - 16 = 80$ timbres

Figure 7 - Élève du 1er collège

Par une action de traitement dans le registre algébrique, l'élève a opéré sur l'équation pour la simplifier et isoler l'inconnue x en utilisant les transformations algébriques sans rattachement au contexte du problème. Le raisonnement est algébrique et le registre de représentation algébrique avec perte de lien avec le contexte du problème.

Conclusion

L'étude portée au Maroc, Abouhanifa (2021), tend à montrer ainsi, comme dans le cas de l'enquête présentée dans le cadre des recherches OIPA qu'en proposant aux élèves des problèmes de type déconnecté avant l'enseignement de la méthode algébrique conventionnelle de résolution de problèmes, cela pousse certains élèves à produire des raisonnements qui sont algébriques et des raisonnements qui ne sont ni arithmétiques, ni algébriques. La résolution de problèmes déconnectés a permis aux élèves de mettre en évidence des stratégies leur permettant de produire des raisonnements algébriques dans les registres de représentation numériques et intermédiaires. La structure du problème influence le processus de la résolution. En effet, les liens établis entre les relations et le nombre de branches qui sont introduites dans les problèmes, assurent cette influence.

L’analyse montre qu’il y a des apprentissages à explorer chez les élèves dans le passage de l’arithmétique à l’algèbre, qui comportent des traces d’un raisonnement algébrique. En effet, les raisonnements manifestés, dépasseront celles de la pensée arithmétique qui tendent vers des raisonnements algébriques, où l’inconnue et l’équation ne sont pas explicites bien qu’elles soient objets de la pensée de l’élève. Les registres de représentation sémiotique manifestés sont de nature numérique, intermédiaire et algébrique. Même si chez les élèves de la 6e primaire l’algèbre n’a pas encore été introduite, les catégories de raisonnement algébrique sont présentes dans les réponses des élèves et les raisonnements à tendance algébrique bien que peu représentés sont également présentes.

L’idée d’initier les élèves à la pensée algébrique dès le primaire est une opportunité pour enrichir les mathématiques du primaire, en leur apportant plus de profondeur et de cohérence, sans ajouter de nouveaux contenus, ainsi que de résoudre le problème de la transition entre l’arithmétique du primaire et l’algèbre du collège.

Références

Abouhanifa, S. (2021). Caractérisation des raisonnements des élèves Marocains de 11 à 13 ans dans la résolution de problèmes algébriques, *ITM Web Conf*. Volume 39.

Adihou, A., Squalli, H., Saboya, M., Tremblay, M. (2015). Analyse des raisonnements d'élèves en lien avec différentes structures des problèmes de comparaison, *Actes EMF2015* - GT3

Bednarz, N. et Dufour-Janvier, B. (1996). Emergence and development of Algebra as a problem solving tool: continuities and discontinuities with arithmetic. In N. Bednarz, C. Kieran et L. Lee (Eds.), *Approaches to algebra: perspectives for research and teaching* (pp. 115- 136). Dordrecht: Kluwer.

Booth, L. (1984). *Algebra: children's strategies and errors*. Windsor: NFERNELSON.

Duval, R. (1991). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 5, 37-65 et leur rôle dans une démarche heuristique. *Revue des sciences de l'éducation*, 30(2), 329-354.

Hitt, F. (2004). *Les représentations sémiotiques dans l'apprentissage de concepts mathématiques*

Hitt, F. et Passaro, V. (2007). *De la résolution de problèmes à la résolution de situations problèmes*

Küchemann, D. (1981). *Algebra. In K. M. Hart* (Ed.), Children's Understanding of Mathematics (pp. 102-119). London: John Murray. Le rôle des représentations spontanées. *Dans Actes de la Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques* (CIEAEM-59) (p. 117-123). Dobogókő, Hongrie, juillet 2007.

Marchand, P. (1998). *Résolution de problèmes en al- gèbre au secondaire : analyse de deux approches et des raisonnements des élèves*. Mémoire de maîtrise en mathématiques, option enseignement, Université du Québec à Montréal.

Marchand, P. et Bednarz, N. (1999). L'enseignement de l'algèbre au secondaire: une analyse des problèmes présentés aux élèves. *Bulletin AMQ*, 39(4), 30-42.

Marchand, P. et Bednarz, N. (2000). Développement de l'algèbre dans un contexte de résolution de problèmes. *Bulletin AMQ*, 40(4), 15-25.

Ministère de l'Éducation Nationale du Maroc. (1991). *Programmes et orientations pédagogiques de l'enseignement des mathématiques au premier et deuxième cycle de l'enseignement fondamental*. Direction de l'enseignement secondaire. Rabat.

Ministère de l'Éducation Nationale du Maroc. (2009), *Orientations pédagogiques du secondaire*.

Ministère de l'Éducation Nationale du Maroc. (2021), *Curriculum de l'enseignement primaire*.

Najar, R., Squalli, H., Adihou, A. et Abouhanifa, S. (2021). Transition primaire-collège au Bénin, Maroc et Tunisie : Pour un état des lieux, comparaison et perspectives de l'enseignement de l'arithmétique et de l'algèbre, *ITM Web of Conferences 39*, 01004 CIFEM'2020

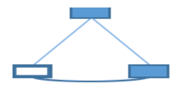
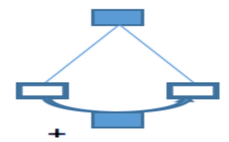
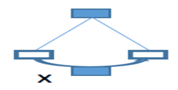
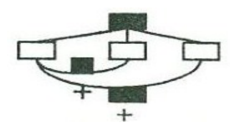
Rosnick, P. & Clement, J. (1980). Learning without understanding: the effects of tutoring strategies on algebra misconceptions. *Journal of Mathematical Behavior*, volume 3,n.1,pp.327.

Squalli, H. ; Najar, R. ; Abouhanifa, S. et Adihou, A. (2020). Transition primaire-collège au Bénin, Maroc et Tunisie. État des lieux, comparaison et perspectives de l'enseignement de l'arithmétique et de l'algèbre. *Communication présentée dans la 3ème édition du Colloque International sur la Formation et l'Enseignement des Mathématiques et des Sciences CIFEM'2020 25 & 26 Mars 2020, CRMEF* Casablanca-Settat, Section provinciale d'El Jadida, Maroc.

Squalli, H., Bronner, A., Larguier, M., et Adihou, A. (2018). Cadre d'analyse des raisonnements dans la résolution de problèmes algébriques de type partage inéquitable. *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation*, 25 pages.

Wagner, S., Rachlin, S.L. & Jensen, R.J. (1984). *Algebra learning project :Final report*. Athens : University of Georgia, Department of Mathematics Education.

Annexe

Nature des relations	Problèmes	Structures
Problème connecté	Problème 1 : Hussam a partagé la somme de 133 000 dirhams entre ses deux nièces, Maria et Chaima. Il a donné à Maria 33 000 dirhams. Combien Chaima a-t-elle reçu ?	
Problème déconnecté Une relation additive entre deux inconnues	Problème 2 : Ahmed achète deux voitures pour ses filles, Maria et Chaima. La voiture de Maria coute 17 600 dirhams de plus que celle de Chaima. Si la somme totale consacrée à l'achat des deux voitures est de 181 000 dirhams, combien coûtera chacune des deux voitures ?	
Problème déconnecté Une relation multiplicative entre deux inconnues	Problème 3 : Sami fait l'inventaire de deux produits de sa boutique. Il compte 3 fois plus de produits de conserve que de produits de nettoyage. S'il y a 132000 produits en tout, combien y a-t-il de produits de chaque type ?	
Problème déconnecté Le problème est de type **Source :** une seule inconnue permet de générer les deux autres inconnues.	Problème 4 : Une famille dépense par année pour les frais de scolarité de ses enfants 15 000 dirhams de plus que pour les frais de l'alimentation. Elle dépense aussi, pour l'habillement 5 000 dirhams de plus que les frais d'alimentation. Au total ces dépenses par an sont de 131000 dirhams, combien dépense-t-elle dans l'alimentation, la scolarité de ses enfants et l'habillement ?	
DLe problème est de type **Composition de relations :** une des données est le point d'arrivée d'une relation et le point de départ de l'autre.	Problème 5 : Maria, Chaima et Sophia collectionnent des timbres. Maria à 3 fois plus de timbres que Chaima. Sophia a 16 timbres de moins que Maria. Si le nombre de timbres au total est 208, combien de timbres ont-elles chacune ?