Titre: Bilan du Groupe de travail GT3

Auteurs: VENANT Fabienne, ABOUHANIFA Saïd et GBAGUIDI Ahonankpon Florent

Publication: Actes du huitième colloque de l'Espace Mathématique Francophone – EMF 2022

Directeur: Adolphe Cossi Adihou, Université de Sherbrooke (Canada/Bénin) avec l'appui des membres du comité scientifique et des responsables des groupes de travail et projets spéciaux

Éditeur: Les Éditions de l'Université de Sherbrooke

Année: 2023

Pages: 376 - 383

ISBN: 978-2-7622-0366-0

URI:

DOI:

Bilan du Groupe de travail nº 3

Responsables
VENANT[1] Fabienne – ABOUHANIFA Saïd[2] – GBAGUIDI Ahonankpon Florent[3]
Correspondante CS
DEMONTY[4] Isabelle

Introduction

L'étude des modes de pensées et de raisonnements dans l'enseignement des mathématiques est traditionnellement présente dans les discussions du colloque EMF. Initiée officiellement lors du colloque EMF2009, dans le GT10, « La pensée mathématique, son développement et son enseignement », la réflexion s'est poursuivie et développée lors des éditions suivantes, dans le GT3 du colloque EMF 2012 « les différentes pensées mathématiques et leur développement dans le curriculum », dans le GT3 du colloque EMF2015 « Les différentes pensées mathématiques et leur développement dans le curriculum » et dans le GT2 du colloque EMF 2018 « Les différentes pensées mathématiques ».

Les travaux fondateurs ont mis en avant le caractère fondamentalement épistémologique de tout questionnement autour de la pensée mathématique. Au fil des ans, la réflexion s'est élargie autour de la pluralité de la pensée mathématique, ou du moins des modes selon lesquelles elle se manifeste (intuitive, conceptuelle, analytique, algébrique, géométrique..). Les réflexions se sont rapidement structurées selon trois axes, toujours d'actualité : épistémologique, didactique et curriculaire. L'axe épistémologique explore la pertinence de considérer cette pluralité et, le cas échéant, les distinctions explicites entre les différentes pensées mathématiques. L'axe didactique examine les manifestations de cette pluralité dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, du point de vue de l'histoire de l'enseignement, des différents ordres d'enseignements et des différents acteurs de l'enseignement. Cette (ou ces) pensée(s) se décline(nt) selon l'activité du sujet, la nature des objets qu'elle conceptualise et les méthodes mises en jeu par les élèves et les enseignants. L'axe curriculaire met au jour la prise en compte de cette pluralité dans les curriculums des différents pays de l'espace mathématique francophone et au-delà, dans les programmes, les manuels, les ressources pour les enseignants, dans les pratiques effectives des enseignants et leurs effets sur les apprentissages. Les objets mathématiques présents dans les documents officiels pourraient permettre de mettre en jeu différentes pensées mathématiques, même si elles ne sont que rarement explicitées. Dans le groupe de travail 2022, ces trois axes ont été abordés de façon transversale. Suivant les recommandations du

1. UQAM, Canada, venant.fabienne@uqam.ca
2. CRMEF CS, Maroc, saidabouhanifa@yahoo.fr
3. IMSP UAC, Bénin, florent.gbaguidi@imsp-uac.org
4. Université de Liège, Belgique, isabelle.demonty@uliege.be

dernier groupe de travail et du comité scientifique, la réflexion a été principalement orientée autour de la question de la pluralité des pensées mathématiques. Différentes pensées ont donc été abordées tout au long de la semaine

Déroulement

Le groupe a rassemblé 17 participants, originaires de cinq pays différents (Bénin 5, Canada 4, Maroc 2, France 5 et Tunisie 1).

Les communication proposées ont permis une réflexion portant sur 8 pensées différentes : algébrique, algorithmique, arithmétique, logique, mathématique, probabiliste, fonctionnelle, géométrique.

Pensée mathématique, pensée logique

La contribution de Jean-François Maheux, *Les mathématiques empiriques, la pensée mathématique et l'école* nous a permis d'aborder la question de la pensée mathématique à l'école à travers, d'une part, les liens qu'elle entretient avec la pensée algorithmique, et d'autres part la dimension expérimentale de l'activité mathématique scolaire. À travers ces questions, nous avons également discuté du rôle des ressources technologiques et de la formation des enseignants non seulement pour donner du sens à l'activité mathématique à l'école mais aussi pour établir un rapport dialectique entre activité mathématique empirique et axiomatique. La réflexion s'est poursuivie avec la contribution de Viviane Durand Guerrier, *La résolution des contradictions, un levier pour développer les compétences logiques*. La possibilité de tenir la résolution des contradictions comme un cadre conceptuel construit en articulant les dimensions syntaxique, sémantique et pragmatique a été discutée à partir de la présentation de pistes de résolution pour quatre exemples de contradiction. Nous avons exploré, en lien avec la contribution de Jean-François Maheux les possibilités de mettre ce travail au service de l'apprentissage, c'est-à-dire de mettre l'activité de la logique au service de l'activité mathématique. Le

lien avec l'algorithmique se fait naturellement à travers l'idée d'activité logico-mathématique mettant en jeu les trois dimensions : syntaxique, sémantique et pragmatique. La contribution d'Éric Laguerre, *Un sens intrinsèque et extrinsèque de l'enseignement des mathématiques*, nous a amenés vers la question de la modélisation et du rôle structurant que l'on peut faire jouer aux relations d'équivalence dans la construction du sens mathématique. Cette contribution a aussi été l'occasion d'explorer les cadre théoriques de la Didactique des Domaines d'Expériences et de la théorie anthropologique du didactique.

Pluralité des pensées

Nous avons d'abord abordé **la pensée algorithmique** avec la contribution de Marie-Frédérick St-Cyr *et al.*, *La pensée algorithmique comme une manière mathématique de penser*. En s'appuyant sur la théorie de l'objectivation (Radford, 2011), les auteurs étudient la pensée algorithmique comme une forme de pensée mathématique. Cette approche socio-culturelle permet d'aborder la pensée par l'activité. Quelques questions didactiques ont émergé durant la discussion comme celle des liens entre les problèmes algorithmiques et problèmes mathématiques. La contribution de Viktor Freiman et Alexei Volkov, *L'émergence des algorithmes et des outils de calcul dans l'histoire et l'enseignement des mathématiques : quelques exemples pour enrichir la discussion sur la pensée algorithmique* apporte un précieux éclairage sur ces questions. C'est aussi dans ce sens que va la proposition de Fabienne Venant *et al.*, *Pensée algébrique et pensée algorithmique : réflexion autour d'une tâche de généralisation* qui présente une analyse didactique de deux versions d'une même tâche, respectivement en didactique de l'algèbre et en programmation informatique, afin de mieux comprendre ces deux modes de pensée. Il a également été suggéré de recourir à la TAD afin de faire ressortir les techniques et les technologies relevant du type de tâches analysées, aussi bien au niveau mathématique qu'algorithmique. La **pensée probabiliste** a ensuite été abordée par Henri Dandjinou et Alain Bronner dans la contribution *Rapports originels à la notion de hasard dans le secondaire au Bénin*. Ce travail, s'intéresse au développement de la pensée probabiliste chez les élèves béninois des deux cycles de l'enseignement secondaire général. Un des plus grands écueils rencontrés est le biais d'équiprobabilité décrit par Gauvrit (2009). Le fait que cette problématique ne soit pas évoquée ni prise en considération dans les programmes officiels freine cette réflexion et son intégration dans les pratiques enseignantes. La contribution de Virginie Robert *et al.*, *La pensée fonctionnelle et ses interactions avec la pensée algébrique* nous a amenés à nous intéresser à la **pensée fonctionnelle**. Après avoir proposé une définition opératoire de la pensée fonctionnelle s'inscrivant dans le cadre théorique de la théorie de l'objectivation de Radford (2011), Virginie Robert a présenté et discuté des tâches axées sur la pensée algébrique pour le développement de la pensée fonctionnelle. Des questions ont émergé comme l'interaction, au sens anthropologique du terme, et les frontières entre les pensées algébrique et fonctionnelle, ou les processus curriculaires à mettre en place pour développer et combler l'interférence de ces pensées. Enfin, la contribution de Ahonankpon Florent Gbaguidi, *l'exploitation des transformations planes pour résoudre des problèmes de construction géométrique*, nous a emmenés vers **la pensée géométrique**. Ce travail cherche à faire vivre les transformations du

plan au collège, à travers la résolution des problèmes de construction géométrique. La proposition de l'auteur consiste à encourager l'heuristique dans des problèmes ouverts pour développer la pensée géométrique des élèves. C'est une pratique qui a disparu de certains systèmes scolaires dans lesquels on privilégie le travail sur des problèmes classiques. La discussion a porté sur la reproduction de figures géométriques artistiques réelles et le rôle de la figure dans la mobilisation d'un raisonnement d'analyse et de synthèse en géométrie.

Pensée algébrique

La pensée algébrique a été abordée dans plusieurs contributions. Hassane Squalli *et al.* ont proposé un cadre pour analyser la transition arithmétique-algèbre, dans lea contribution *Le développement de la pensée algébrique comme fondement d'un cadre d'analyse de la transition arithmétique algèbre*. L'élaboration de ce cadre articule le cadre du développement de la pensée algébrique, développé dans la perspective Early Algebra, avec le cadre d'analyse praxéologique de la TAD. Il a également été utilisé dans le travail proposé par Saïd Abouhanifa *et al. Raisonnements des élèves dans la résolution de problèmes algébriques à la transition primaire/collège au Maroc* et dans *Les problèmes de généralisation à la transition primaire/collège en Tunisie : quelles potentialités pour favoriser le développement de la pensée algébrique ?* par Sonia Ben Nejma *et al.* Ces travaux explorent respectivement les raisonnements des élèves selon leur degré d'analycité et la nature du registre de représentation sémiotique, et le potentiel des problèmes de généralisation proposées dans les manuels officiels de 6ème année primaire et de première année de collège en Tunisie. À travers ces présentations une discussion sur la distinction arithmétique/algèbre, ses fondements épistémologiques et l'idée de transition (vs, continuum) s'est initiée. Elle devra être poursuivie pour arriver à une référence commune. L'analyse du développement de la pensée algébrique chez les élèves s'est poursuivie dans la contribution *Analyse des raisonnements d'élèves de sixième sur des problèmes de comparaison : une étude de cas au Bénin*, par Gervais Marc A. Affognon *et al.* Les enjeux langagiers ainsi que la granularité de la catégorisation utilisée ont été discutés. Le mot de la fin a été donné par Jérôme-Ange Ciavaldini *et al.* dans la contribution *L'identification d'invariants - une entrée dans la pensée algébrique - un exemple au collège en France*, toujours sur l'entrée dans l'algèbre des élèves, analysée ici à travers l'identification d'invariants dans des activités mettant en jeu des nombres. Le but est d'amener l'algèbre comme un outil de preuve efficace.

Synthèse

Les travaux proposés dans cette session 2022 du groupe de travail ont montré une réelle ouverture vers la pluralité des pensées mathématiques. Des liens entre les différentes pensées sont esquissés (arithmétique/algébrique, algorithmique/algébrique…) mais doivent encore être approfondis. Nous recommandons de poursuivre les travaux en mettant les différentes pensées mathématiques dans l'enseignement et en cherchant à établir des indicateurs observables pour chaque mode de pensée

de l'activité mathématique, dans les domaines mathématiques, et ce, à travers des observations en classe. Nous encourageons l'approfondissement des réflexions curriculaire et didactique, sans perdre pour autant la richesse épistémologique actuelle. Les cadres théoriques et les éléments méthodologiques convoqués pourraient être choisis de façon à concevoir des interventions en classe permettant de solliciter les pensées probabilistes, statistiques, géométriques, fonctionnelles, algorithmiques, informatiques, et d'explorer leurs interactions. L'étude des rôles du langage et/ou de la logique dans le développement et la communication des pensées mathématiques pourrait constituer une exploration particulièrement intéressante et novatrice dans les travaux du groupe.

Références

Durand M., Dupont J. (2010) *De l'alignement des canetons jaunes dans le paysage cybernétique*. Paris : PUF.

Gauvrit, N. (2009). *From Borel's remarks to subjective probability studies*. Journal Electronique d'Histoire des Probabilités et de la Statistique.

Radford, L. (2011). Vers une théorie socioculturelle de l'enseignement-apprentissage : la théorie de l'objectivation. *Éléments, (1)*, 1-27

Annexe

Liste des textes du GT 3 par ordre alphabétique du premier auteur

Abouhanifa, S., Squalli, S., Seddoug, B., Haddad, S., Anassay, S., Ennassiri, B. et Mesouaki, H. *Raisonnements des élèves dans la résolution de problèmes algébriques à la transition primaire/collège au Maroc*.

Ben Nejma, S., Khaloufi-Mouha, F. et Adel. F. *Les problèmes de généralisation à la transition primaire/collège en Tunisie : quelles potentialités pour favoriser le développement de la pensée algébrique ?*

Ciavaldini, J.-A., Demailly, M.-C., Gravas, J., Le-Men, K., Sofonea, C., Boulais, P. et Durand-Guerrier, V. *L'identification d'invariants - une entrée dans la pensée algébrique - un exemple au collège en France*.

Dandjinou, H. et Bronner, A. *Rapports originels à la notion de hasard dans le secondaire au Bénin*.

Durand-Guerrier, V. *La résolution des contradictions un levier pour développer les compétences logiques*.

Freiman, V. et Volkov, A. *L'émergence des algorithmes et des outils de calcul dans l'histoire et l'enseignement des mathématiques : quelques exemples pour enrichir la discussion sur la pensée algorithmique*.

Gbaguidi, A. F. *L'exploitation des transformations planes pour résoudre des problèmes de construction géométrique*

Laguerre, E. *Un sens intrinsèque et extrinsèque de l'enseignement des mathématiques*.

Maheux, J.-F. *Les mathématiques empiriques, la pensée mathématique et l'école*.

Oké, S. E., Affognon, G. M. A. et Dossou Dossa, P. *Analyse des raisonnements d'élèves de sixième sur des problèmes de comparaison : une étude de cas au Bénin*.

Robert, V., Squalli, H. et Marchand, P. *La pensée fonctionnelle et ses interactions avec la pensée algébrique*.

Squalli H., Najar, R. et Adihou, A. *Le développement de la pensée algébrique comme fondement d'un cadre d'analyse de la transition arithmétique algèbre*.

St-Cyr, M.-F., Squalli, H. et Venant, F. *La pensée algorithmique comme une manière mathématique de penser*.

Venant, F., Jeannotte, D., Passaro, V, Saboya, M, Guillemette, D. et Knoll, E. *Pensée algébrique et pensée algorithmique : réflexion autour d'une tâche de généralisation*.