

Mémoires de DEUG

Maryse Maurel - Catherine Sackur

GECO-IREM de Nice

Résumé: Nous présentons un dispositif d'enseignement développé dans le cadre d'une Unité de Méthodologie sous le nom de Raisonnement Scientifique. Nous montrons comment, en jouant sur les contraintes de la situation d'enseignement, nous obtenons de la majorité des étudiants une activité mathématique et une posture se rapprochant par certains points de celles d'un mathématicien. Nous insistons en particulier sur le travail du professeur et sur la rigidité du cadre de travail qui offre aux étudiants un espace de liberté.

I. Introduction

Nous présentons un dispositif d'enseignement développé dans une Unité de Méthodologie et nommé Raisonnement Scientifique. Les étudiants qui suivent l'enseignement n'étaient pas les 'meilleurs' élèves du lycée et environ 25% ont un bac ES¹, Nous souhaitons prouver par l'existence de cet enseignement

- qu'il est possible d'obtenir des étudiants un travail mathématique présentant certaines caractéristiques du travail d'un mathématicien (se poser des questions, douter, persévérer, prendre et reprendre un problème).
- que les enseignants y trouvent plaisir et intérêt.

Nous allons montrer comment nous jouons sur les contraintes de la situation d'enseignement, temps des TD² et temps personnel, verbalisations et récits écrits, dans la langue naturelle, d'une activité mathématique effective, imposée par le dispositif, sur des questions laissées au libre choix des étudiants.

Nous décrirons l'enseignement, puis nous donnerons quelques exemples des effets produits sur la pensée et le travail des étudiants à travers ce qu'ils écrivent et nous conclurons sur une évaluation critique de cet enseignement.

Des exemples de mathématiques produites par ce dispositif sont analysées dans la communication de Catherine Sackur.

¹ Baccalauréat Economie et Mathématiques.

² Travaux Dirigés : un groupe de TD est formé d'environ 35 étudiants.

II. L'enseignement

II. 1. Le contexte

Depuis la rentrée 2001, la maquette du DEUG³ scientifique du premier semestre de la première année contient trois types d'enseignement, les enseignements fondamentaux (UEF1), les enseignements de méthodologie (UMED1), les unités de découverte (UDEC). Le chargé de TD de l'enseignement fondamental de mathématiques assure le TD de Raisonnement Scientifique⁴ dans le même groupe. Pour le DEUG MASS⁵, nous choisissons de donner une large place aux approches expérimentales des concepts mathématiques (Pham, 2003). Nous voulons aussi faire travailler les étudiants dans un esprit proche de celui d'un chercheur (Legrand, 1993) pour les amener, seuls ou en groupe, à se forger des convictions indépendantes de l'approbation externe du maître. Nous souhaitons que les séances de RS soient un espace de liberté où les étudiants peuvent prendre le temps d'apprendre à réfléchir sur des mathématiques déjà rencontrées, à se poser des questions sur leurs connaissances, à exprimer leurs doutes et à travailler leurs erreurs. Nous l'annonçons dès la rentrée⁶.

II. 2. L'enseignement de RS

Les documents sont préparées par Frédéric Pham. Chaque semaine, l'avancement de l'enseignement prend en compte ce qui se passe pendant les séances.

Cet enseignement ne peut pas être évalué par un examen, nous demandons chaque semaine aux étudiants une page de compte-rendu de séance⁷. Ce compte-rendu doit

- être tapé⁸,
- s'appuyer sur le travail mathématique effectivement fait pendant la séance,
- contenir des mathématiques et de la réflexion personnelle sur ces mathématiques.

³ Le DEUG est le premier cycle d'université, il dure deux ans.

⁴ 1h30 de cours et 2 heures de TD pour UEF1 maths et 2 heures de TD pour l'UMED1 RS pendant 13 semaines.

⁵ Le DEUG MASS est le DEUG Mathématiques Appliquées aux Sciences Sociales dont les enseignements fondamentaux sont les mathématiques, l'économie et l'informatique.

⁶ Nous explicitons le contrat autant que possible. C'est une des raisons de la confiance que les étudiants nous accordent .

⁷ Noté CR dans ce texte.

⁸ Pour faire le lien avec l'autre partie de l'UMED1 qui est une initiation à la bureautique.

La consigne est donnée oralement : nous proposons à chaque étudiant de prendre un moment pour repenser à la séance, pour noter ce qui a été important pour lui pendant cette séance, ce qu'il en a retenu, ses questions, ses doutes, et toute autre chose qui lui paraît intéressante. Cette consigne est précisée par nos réponses aux questions des étudiants et les commentaires que nous faisons en rendant les CR de la semaine précédente. Nous répondons à toutes les questions générales. Pour les mathématiques, nous retournons les questions par un “ Et vous, qu'en pensez-vous ? ”. Nous annonçons, dès le début que ces CR leur serviront à rédiger un mémoire et à regarder l'évolution de leur travail du semestre.

A mi-parcours, nous demandons oralement aux étudiants de reprendre ces CR pour en faire une synthèse structurée dans un mémoire partiel⁹, bilan du travail sur le thème *Fonctions exponentielles et fonctions puissances* ; l'examen est remplacé par la rédaction d'un mémoire final¹⁰. La consigne est donnée par écrit :

Quel effet les séances de Raisonnement Scientifique ont-elles eu sur *votre* méthode de travail, *votre* mode de raisonnement et *votre* approche des Mathématiques ?

Votre mémoire devra s'appuyer sur **votre propre** expérience de **votre** activité “ mathématique ” durant ce semestre.

Les CR ne sont pas notés, seulement annotés pour guider la réflexion des étudiants et leur demander d'explicitier opinions et généralités ; les mémoires sont notés à partir de quatre groupe de critères : présentation matérielle et syntaxique du texte, organisation logique du discours, validité et intérêt des mathématiques exposées, qualité de la réflexion et de la verbalisation de l'expérience personnelle.

Je souhaite observer, dans mon groupe de TD, l'effet d'un accompagnement individuel écrit et oral, obtenu en adaptant à cet enseignement des techniques de l'entretien d'explicitation (Vermersch, 1994).

II. 3. Le travail des étudiants et le rôle du maître

Le rituel des séances est toujours le même (sauf exceptions) :

- relevé des CR de la séance précédente, remise commentée des CR relevés la semaine précédente,
- distribution des feuilles de TD et consignes pour la séance,

⁹ Noté MP dans ce texte.

¹⁰ Noté MF dans ce texte.

- phase de travail personnel : les étudiants travaillent seuls, “ chacun pour soi et en silence ”, pendant une demi-heure,
- phase de travail en groupe de quatre, pendant une heure, pour la confrontation et la production d’une solution commune. L’enseignant passe de groupe en groupe pour demander aux étudiants où ils en sont et les aider à formuler leurs doutes et leurs questions,
- phase de synthèse d’une demi heure, institutionnalisation en fin de séance ou renvoi des questions non résolues aux séances suivantes (Sackur & al, 2000), (Maurel, 2001).

L’institutionnalisation peut se faire aussi en cours de mathématiques de l’enseignement fondamental.

L’avancement se fait au rythme du travail et des questions des étudiants. Nous attendons des étudiants

- qu’ils nous fassent confiance et acceptent le mode de travail du RS et nous donnons nos raisons,
- qu’ils rédigent chaque semaine leur CR,

et nous faisons le pari qu’ils seront suffisamment intéressés pour passer du temps sur les CR et les mémoires et qu’ils y apprendront des mathématiques.

Les enseignants se donnent comme contraintes

- de préparer les thèmes de travail : chaque thème dure longtemps car chaque question s’enrichit des questions personnelles que se posent les étudiants à eux-mêmes, entre eux et au professeur,
- d’annoter chaque semaine les CR : c’est agréable et intéressant ; pour un didacticien, cela apporte beaucoup d’informations sur le travail personnel des étudiants ; pour le professeur, c’est un retour qui sert à réguler l’avancement de l’enseignement ; cette lecture prend au maximum deux heures,
- de corriger les mémoires : c’est le travail le plus long, mais nous y apprenons beaucoup,
- de refuser de dire le vrai et le faux, de se contenter de guider les étudiants, d’organiser les synthèses et les débats scientifiques.

Les enseignants insistent sur la différence de nature entre l’écrit d’un CR et l’écrit d’un devoir de mathématiques. Les étudiants peuvent commenter leurs devoirs de mathématiques, mais ces commentaires doivent être clairement distincts des réponses mathématiques.

III Quelques effets sur la pensée et le travail des étudiants

III. 1. Le temps personnel

Dans les mémoires, les étudiants notent comme importante la découverte du temps qu'il faut passer sur les mathématiques pour les comprendre. Pour Gaëlle : *Réfléchir sur ces deux types de fonctions m'a apporté beaucoup plus de travail que je ne l'aurais cru ... Ce cours de RS m'a donc appris à prendre du temps pour comprendre les mathématiques* (MP). *Ce travail fut long pour bien comprendre, j'ai dû m'y reprendre à plusieurs fois* (MF). En décrivant son travail mathématique, Gaëlle montre qu'elle a fait l'expérience de l'importance de ce temps de travail personnel nécessaire à la compréhension des mathématiques. De même, Julien écrit : *Je pourrai affirmer que les séances de RS m'ont enseigné la persévérance* (MF). Ce temps personnel est supervisé par le professeur à travers les écrits et les dialogues. Il est inscrit explicitement dans l'enseignement.

Les étudiants font l'expérience de situations de réussite, ils sortent de l'équation " maths = échec ". Certains transfèrent cette acquisition sur d'autres disciplines : *Désormais aucun sujet ne reste incompris car bien évidemment j'utilise cette méthode dans d'autres matières* conclut Cécile (MF). Joëlle, sportive de haut niveau, fait le parallèle avec le sport et pense *au travail que [l'athlète] qui a gagné a dû fournir, aux doutes pré-victoire, aux sentiments qu'il éprouve lors de sa victoire* (MF). Elle ajoute : *Grâce à ces séances, j'ai pu prendre conscience que je devais accepter des périodes de flou pour que mon questionnement soit plus riche, et ne pas les considérer trop vite comme un échec* (MF).

III. 2. Les connaissances expérientielles

Je ne peux citer ici les descriptions qui permettent à Cécile de conclure son MF par : *Le but de ces séances de RS est donc de résoudre ce problème : " Comment passer de l'intime conviction à la certitude ? ",* mais elle argumente ses propos tout au long du mémoire en s'appuyant sur des exemples. Pour elle : *Ça n'est que lorsque nous arrivons à la certitude qu'il est possible d'imposer notre sentiment aux autres.*

Certains produisent du discours conventionnel non valide : ils écrivent sans se référer à leur expérience, ils disent que les séances de RS leur sont bénéfiques, qu'ils ont progressé, acquis des méthodes. Mais la majorité font une démarche personnelle de vrai retour sur leur activité mathématique ; il apparaît que leurs conclusions sont ancrées dans une expérience singulière et réelle. Nous disons qu'ils acquièrent ainsi des connaissances

expérientielles, connaissances implicites le plus souvent, inscrites dans l'action, que le travail des CR et des mémoires peut parfois faire expliciter.

III. 3. Les connaissances d'ordre II

Dans la recherche CESAME (Sackur & al, 2001) nous avons identifié des connaissances mathématiques, connaissances d'ordre II, qui s'acquièrent dans la pratique et l'expérience des mathématiques. Ce sont ces recherches jointes à l'expérience de mathématicien de Frédéric Pham que nous avons utilisées pour concevoir le RS. Nous proposons aux étudiants un cadre de travail où ils peuvent faire l'expérience des mathématiques des mathématiciens et nous les invitons à prendre ces expériences comme objet de réflexion. Ce travail les conduit à mettre en place une activité de pensée qui ne leur était à l'origine ni familière, ni spontanée. Ils prennent chaque semaine du temps pour repenser à la séance précédente (contrainte CR), il la refont exister pour eux et racontent par écrit les moments saillants pour eux (contrainte d'écrire sur leur propre activité mathématique). Ils font une synthèse à mi-trimestre (contrainte MP) et doivent évaluer l'effet des séances en fin de semestre (contrainte MF). Ils acquièrent ainsi des connaissances d'ordre II (contrainte du mode de travail et de la confrontation aux mathématiques par l'intermédiaire d'autrui).

Un travail important est fait sur l'écriture symbolique où apparaissent des traces de l'acquisition de connaissances sur le système sémiotique : Laurence, après le récit de plusieurs expériences faites en RS, conclut : *D'autre part j'ai acquis une idée à laquelle je n'avais jamais songé auparavant : les mathématiques sont un vrai langage avec des règles qui lorsqu'elles ne sont pas respectées peuvent conduire au non-sens* (MF). Gaëlle a tiré de son expérience *que l'écriture mathématique installe des modes de pensée, qui deviennent plus ou moins des réflexes* (MF).

Nous donnons aussi aux étudiants l'occasion de travailler sur le rôle des définitions, théorèmes et propriétés caractéristiques (voir communication Sackur).

III. 4. Un espace de liberté

Il est inutile de parler des étudiants qui écrivent des banalités sur ce qu'ils croient que nous attendons (dévolution non faite, travail conforme). Certains étudiants entrent dans le jeu du RS avec curiosité et intérêt et apprennent des mathématiques, pas les mêmes pour tous ; chacun s'attarde sur ce qui l'intéresse, le dérange ; certains débordent du RS en prenant pour thème de réflexion les mathématiques du lycée, ou de l'enseignement

fondamental ou autre chose. D'autres résistent parce qu'ils n'ont pas besoin du RS pour réussir en mathématique. Ils font des mathématiques, mais ne souhaitent pas les prendre comme objet de réflexion.

Le cadre est extrêmement rigide, les mathématiques que nous y introduisons résistent aux étudiants (Sackur & al, 2000), nous créons un espace d'accueil où les étudiants peuvent travailler librement questions, doutes et erreurs, nous introduisons dans ce cadre une pincée de mathématiques ; ils en font ce qu'ils veulent et inventent très vite leurs chemins personnels d'exploration.

IV. Conclusion

Nous avons voulu montrer ici qu'il est possible

- de concevoir un accompagnement individuel des étudiants, peu coûteux pour le maître, à partir de l'état des connaissances de chacun dans le cadre d'un enseignement collectif,
- d'aller vers un vrai travail de conceptualisation en partant d'une approche expérimentale : pour les fonctions exponentielles, on commence avec un double décimètre et on arrive à la caractérisation de l'exponentielle par son équation différentielle.

Le mode de travail, induit par la rigidité du cadre du RS et par l'espace de liberté que les étudiants y trouvent quand ils sont confrontés à des mathématiques qui résistent, leur permet de se poser des questions, entre eux et à eux-mêmes, de chercher les réponses sans aide du professeur, c'est pour eux l'occasion de travailler leurs propres mathématiques, à partir de l'état réel de leurs connaissances (que ni eux ni le maître n'ont besoin de connaître pour que chacun puisse travailler et progresser). Ils font des mathématiques, ils font l'expérience qu'ils peuvent sortir des connaissances encyclopédiques et conventionnelles pour réorganiser des connaissances déjà acquises, les enrichir, leur donner du sens ... à condition que nous arrivions à en créer le désir.

Laissons le dernier mot à Céline : *Désormais je sais que donner une solution n'est que l'aboutissement d'une série de questions que l'on se pose. ... Le RS nous a fait redécouvrir ces questions qui restent la plupart du temps dans l'ombre ...Le RS est en quelque sorte la conscience de ces petites questions de l'ombre* (MF).

V. Références

GECO. (1997), Comment recueillir des connaissances cachées en algèbre et qu'en faire ? REPÈRES-IREM numéro 28, Topiques.

LEGRAND M., (1993) Débat scientifique en cours de mathématiques et spécificité de l'analyse. Repères-IREM n°10, Topiques éditions.

MAUREL M., (2001), Derrière la droite, l'hyperplan, REPÈRES-IREM numéro 42, Topiques Éditions.

PHAM F., (2003), Fonctions d'une ou deux variables. Chemins de découverte, ELLIPSES. (en cours de parution).

SACKUR C. & MAUREL M. (2000), Les inéquations en classe de seconde. Une tentative pour enseigner la nécessité des énoncés mathématiques. Petit x53 5-26.

SACKUR C., MAUREL M., DROUHARD J-P. & ASSUDE T. (2001), Ordres de connaissances et institutionnalisation, Actes du Séminaire National des Didactique des Mathématiques.

VERMERSCH P., (1994), L'entretien d'explicitation, ESF.