



Enseignement des mathématiques et développement : enjeux de société et de formation

Dakar, 6-10 avril 2009

Synthèse du GT1

**Formation mathématique des enseignants
contenus et pratiques**

Responsables :

Christophe Hache, France

Jérôme Proulx, Canada

Mohamed Sagayar Moussa, Niger

Introduction

Le thème de ce groupe de travail, la « formation *mathématique* des enseignants » de mathématiques était en continuité avec les différents groupes de travail sur la formation des enseignants des colloques précédents. Toutefois, par sa spécificité sur l'aspect disciplinaire de la formation, la formation *mathématique* de ces enseignants, il représente un thème nouveau jamais abordé explicitement en groupe de travail au colloque EMF. En ce sens, tel que nous le montre cette synthèse, ce thème aurait avantage à être reconduit dans les prochains colloques par sa pertinence et les nombreuses perspectives de recherche qu'il offre.

Un total de neuf heures a été consacré au groupe de travail. Huit présentations ont été offertes à l'intérieur de ces neuf heures sous quatre thèmes spécifiques :

Thème 1. Connaissances mathématiques des enseignants : Leur nature [présentations de D. Huillet, Mozambique, et J. Proulx, Canada]

Thème 2. Notes et constats sur les perspectives de formation – critiques, commentaires, propositions, reformulations [présentations de N. Bednarz & J. Proulx, Canada, et des membres de la COPIRELEM, France]

Thème 3. Études sur les connaissances des enseignants à l'intérieur d'initiatives de formation [présentations de M. Sangharé, Mali, et V. Deloustal-Jorrand, France]

Thème 4. Études sur divers aspects des connaissances des enseignants [présentations de N. Mawfik, Maroc, et M. Sagayar, Niger]

Ces huit présentations ont été utilisées comme tremplin pour les discussions entre les nombreux participants du groupe de travail¹.

La nature de la synthèse des travaux du groupe de travail

Plutôt que de constituer un retour sur les aspects abordés à l'intérieur des présentations offertes dans le groupe, puisque celles-ci sont disponibles dans les actes, cette synthèse offre plutôt un compte rendu abrégé des discussions, partages et conclusions qui ont eu lieu à l'intérieur du groupe de travail. Ceci s'avère essentiel, car la question de la formation *mathématique* des enseignants s'est présentée comme un sujet très préoccupant sur lequel

¹ Il est à noter qu'un total de 10 présentations était prévu au départ du colloque, mais deux d'entre elles ont dû être annulées. Vous trouverez tout de même dans les actes les textes de N. Sayac, France, et F.Z. Belkredim, M. Boumendien-Zidani et A. Chaoui, Algérie. Notez que ces textes n'ont pas été discutés au colloque.

l'ensemble des participants (enseignants, formateurs, chercheurs, instituteurs, etc.; provenant de différents pays) s'est prononcé et pour lequel un simple retour sur les présentations et leur contenu traduirait assez mal la nature des propos échangés dans le groupe. Ces présentations ont en effet servi davantage comme point de départ pour les échanges et n'ont pas occupé toute la place dans les discussions, loin de là.

Ainsi, à travers les discussions, certains points communs sont ressortis, mais encore beaucoup de disparités nécessitant davantage d'échanges subsistent. Cette synthèse tente donc de faire le point sur ces idées. Les points présentés ci-dessous, et qui l'ont été lors de la synthèse du GT#1 pendant la cérémonie de clôture à Dakar, sont ceux qui ont été largement discutés et débattus, c'est-à-dire ceux qui ont été au cœur des discussions et échanges (ce faisant, cette synthèse laisse évidemment de côté un certain nombre de pistes et idées peu défrichées lancées ici et là et sur lesquelles il semble difficile de développer ici).

La synthèse des travaux

Tous les participants se sont accordés sur un point central : un enseignant doit recevoir une formation universitaire en mathématiques. Toutefois, et c'était le thème et l'enjeu central, ce groupe de travail s'est intéressé à et a questionné la nature de cette formation mathématique. En d'autres mots, le groupe s'est intéressé à répondre à la question suivante : *Quelle formation mathématique est nécessaire pour que l'enseignant soit plus armé dans ses pratiques d'enseignement?*

Quatre perspectives possibles ont émergé et ont été débattues. De plus, ces perspectives ne sont pas exclusives, car certaines réflexions proposaient d'axer la formation sur les quatre perspectives en parallèle, d'autres en continuité dans le temps, d'autres d'axer sur uniquement une partie de ces perspectives. Mais, au total, ces quatre axes ont permis à chacun d'exprimer sa position et de débattre pendant le travail du groupe.² Nous présentons ci-après ces diverses perspectives.

Perspective 1 : Le travail des mathématiques académiques enseignées à l'université pour le futur mathématicien

Cette perspective nécessite peu d'explications, car elle représente le chemin pris par un grand nombre de programmes. Elle fait passer les futurs enseignants par la même voie que les futurs mathématiciens. C'est le parcours bien connu du travail des mathématiques académiques : on parle ici des cours de calcul différentiel et intégral, d'algèbre linéaire, de théorie des nombres, etc.

L'intention derrière ce choix, cette perspective, est de permettre à l'enseignant d'accéder à des mathématiques de haut niveau, de lui permettre d'en savoir plus que ce sur quoi il enseignera et de lui offrir un large panorama au niveau des mathématiques pour voir et comprendre, à terme, lorsqu'il enseignera, comment les concepts enseignés s'insèrent dans le vaste terrain mathématique lui-même.

Perspective 2 : Le travail des mathématiques académiques, avec des liens systématiques et explicites avec les contenus à enseigner

Cette perspective prend sa source directement dans la précédente. L'idée est de travailler les mathématiques académiques universitaires, mais en établissant, *in situ*, des liens explicites avec les contenus tels qu'enseignés aux élèves. Ici encore, l'idée est de permettre l'accès à des mathématiques de haut niveau, de permettre à l'enseignant d'en

² D'autres optiques auraient pu être empruntées et ce sera, lors de futurs colloques, aux groupes de travail sur les questions de formation mathématique des enseignants d'en faire état.

savoir plus que ce sur quoi il enseigne et d'offrir une vue d'ensemble de l'édifice mathématique à l'intérieur duquel les concepts travaillés/à enseigner s'insèrent. Par contre, l'ajout se situe au niveau des liens faits de façons explicites entre les contenus universitaires, secondaires et primaires.

À titre d'exemple, lors des cours de calcul différentiel et intégral, des liens importants peuvent être faits avec la notion de fonction, de taux de variation, de continuité et discontinuité, de tangente, etc., telles qu'abordées dans le secondaire; le même type de travail peut-être mené sur la nature des concepts étudiés en géométrie au début des études secondaires. Ainsi, la différence majeure entre la perspective 1 et la perspective 2 se situe au niveau de l'établissement explicite des liens entre les concepts des deux ordres d'enseignement. Ces liens ne sont pas perçus ici comme évidents et laissés à la charge de l'enseignant en formation, mais plutôt perçus comme quelque chose qui doit être travaillé lorsqu'on aborde les concepts universitaires *avec des futurs enseignants*. L'intention derrière cette deuxième perspective est de tenter de rendre explicites les liens entre les concepts mathématiques universitaires et les concepts mathématiques enseignées dans le primaire ou le secondaire, ainsi que de montrer explicitement comment s'insèrent et comment s'articulent les concepts travaillés dans le primaire ou le secondaire à l'intérieur du panorama mathématique. Il y a donc ici une finalité d'explicitation évidente, que la perspective 1 n'avait pas nécessairement en termes de formation mathématique pour de futurs enseignants.

Perspective 3 : *Le travail de mathématiques nouvelles, en lien avec les contenus du primaire ou du secondaire*

Cette perspective s'intéresse à travailler des mathématiques en lien avec les mathématiques enseignées aux élèves, mais qui ne sont ni des mathématiques enseignées à l'école, ni des mathématiques fréquemment enseignées à l'université. Ces mathématiques représentent des notions nouvelles pour les futurs enseignants, en dehors du cursus habituel. L'intérêt de ce travail est de faire vivre une activité mathématique authentique aux futurs enseignants; de leur faire vivre les mathématiques autrement que ce qu'ils ont habituellement connu dans leur parcours scolaire ou universitaire.

Un exemple est le travail des opérations arithmétiques et des nombres dans différentes bases (base 2, 3, 8, 13, etc., les systèmes de numération historiques en base 5, 60, etc.), qui est très rarement enseigné pour lui-même, mais qui permet de faire vivre et revivre l'apprentissage des nombres et des opérations aux enseignants – ce dernier travail est aussi en lien avec les travaux en théorie de nombres à l'université. Un autre exemple se retrouve dans le texte de M. Sangharé au sujet du travail des « traces » lors de l'apprentissage des transformations géométriques, une notion qui n'est pas au programme, mais en lien avec les concepts travaillés, et s'insère dans le travail universitaire sur les transformations; même chose pour le travail de la logique dans le texte de V. Deloustal-Jorrand, alors que la logique n'est que très rarement enseignée explicitement.

On voit donc à travers ces exemples qu'il s'agirait d'étudier des contenus mathématiques qui émergent des notions travaillées dans le primaire ou le secondaire, mais qui les dépassent, car elles n'auront pas à être enseignées aux élèves.

Ainsi, dans ce travail, l'enseignant en formation en apprend nécessairement sur les mathématiques à enseigner, car les contenus travaillés sont en lien étroit avec elles (sans être des contenus qui seront explicitement enseignés). Par le fait de faire vivre une activité mathématique vivante et authentique, il y a ici une intention de faire vivre les mathématiques aux futurs enseignants d'une façon similaire à celle qu'eux mêmes

pourraient faire vivre à leurs élèves. Donc, en leur faisant vivre la culture mathématique qui serait voulue dans leurs classes, il y a une intention que les futurs enseignants fassent vivre cette culture et la reproduisent dans leurs classes.

Perspective 4 : Le travail des mathématiques « scolaires »

Ici, on se situe directement sur les contenus enseignés aux élèves, c'est-à-dire les contenus du programme du primaire et du secondaire, mais surtout « les éléments et événements mathématiques qui entourent et émergent de l'apprentissage et de l'enseignement des mathématiques en classe [...] Par exemple, lors de l'enseignement et de l'apprentissage de concepts spécifiques, plusieurs éléments mathématiques émergent : des raisonnements clés, des approches et façons spécifiques (souvent non-standard) de faire du sens des concepts, des stratégies et représentations diverses, des conceptions erronées, erreurs et difficultés mathématiques sont au cœur du travail, voire des éléments historiques de l'évolution d'un concept sont en jeu. » (voir le texte de J. Proulx et N. Bednarz dans les actes, pp. 7-8; voir aussi le texte de M. Sagayar sur ces aspects dans les actes). Ces idées sont assez complexes et surtout en développement; nous invitons les lecteurs à se familiariser ici avec les textes de la COPIRELEM et de J. Proulx et J. Bednarz dans les actes pour des exemples plus spécifiques.

Ainsi, il est question ici de ce qui a été appelé les mathématiques directement pertinentes à la profession, les mathématiques professionnelles de l'enseignant dans sa pratique.

Voici un tableau avec les quatre perspectives, de droite à gauche. Encore une fois ces dernières ne sont pas exclusives et peuvent être imaginées travaillées en parallèle ou en continuité selon l'adhérence ou non à telle ou telle perspective.

| Perspective 4 | Perspective 3 | Perspective 2 | Perspective 1 |
|--|---|--|--|
| Le travail des mathématiques « scolaires » | Le travail de mathématiques nouvelles, en lien avec les contenus de l'école | Le travail des mathématiques académiques, avec des liens systématiques et explicites avec les contenus à enseigner à l'école | Le travail des mathématiques académiques enseignées à l'université pour le futur mathématicien |

De plus, un aspect important permet de qualifier *la nature* des mathématiques travaillées à l'intérieur des diverses perspectives : plus on va vers la perspective 4, plus les mathématiques sont « décortiquées », « défaites », « détaillées », etc., alors qu'elles sont de plus en plus « compressées », « condensées », « compactes », etc., plus on s'approche de la perspective 1.



| Perspective 4 | Perspective 3 | Perspective 2 | Perspective 1 |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|

Pour terminer sur ces quatre perspectives, il est important de mentionner que l'ensemble du groupe ne s'est pas entendu sur ce qui devrait ou ne devrait pas être fait. Les discussions se sont soldées plutôt par une acceptation de l'existence des différentes perspectives et de leur caractère différent. Des travaux et études supplémentaires sont ici nécessaires pour continuer à faire avancer le débat.

Toutefois, dans tous les cas et quelle que soit la ou les perspectives empruntées, il est important de réfléchir à l'articulation possible entre les diverses approches, c'est-à-dire à l'articulation à faire entre les mathématiques universitaires et les mathématiques vécues et travaillées dans une situation d'enseignement et d'apprentissage.

Ceci étant dit, le choix pour une ou l'autre ou plusieurs des perspectives n'a pas semblé d'emblée pouvoir se réduire à une question d'intérêt ou d'opinion envers une ou l'autre des approches. Des questions importantes ont semblé significatives à répondre pour arriver à se positionner face aux diverses perspectives. Ainsi, la nature de cette formation mathématique, les choix qui seront faits pour elle, semblent dépendre des réponses à certaines questions dont voici cinq d'entre elles (toutes de nature différente et qui ne sont pas offertes en ordre de priorité) :

- À l'école primaire et secondaire, l'intention est-elle de créer une élite ou de former « la masse »?
- Quel est le type d'enseignant qui est souhaité? Un transmetteur de connaissances, un guide, etc.?
- À quel moment au sein de la formation générale peut-on commencer à se sensibiliser ou à se former au métier d'enseignant? À quel moment la formation professionnelle est-elle séparée de la formation générale, destinée à un public spécifique? (Et, combien de temps dure cette formation?)
- Cette formation (mathématique et/ou professionnelle) se situe-t-elle à la formation initiale, à la formation continue, aux deux endroits? Existe-t-il des structures de formation continue? Quelle articulation existe-t-il entre ces deux structures?
- Forme-t-on des enseignants pour le secondaire, le primaire, ou les deux? Ces enseignants pourront-ils enseigner au post-secondaire? Forme-t-on des enseignants qui pourront facilement réorienter/changer leur carrière après quelques années?

Les réponses à ces questions ont des incidences majeures sur la perception des différentes perspectives de formation mathématiques proposées et ne peuvent pas être mise de côté dans la réflexion sur la nature de cette formation mathématique à offrir aux futurs enseignants.

Finalement, deux aspects plus généraux sont apparus importants à souligner en ce qui concerne toute perspective empruntée pour la formation disciplinaire des enseignants. Le premier constat est qu'il est important de réaliser que cette formation sera toujours insuffisante et qu'il y aura toujours plus à apprendre – d'autant plus que les contenus à enseigner peuvent varier significativement au cours d'une carrière d'enseignant. Il apparaît en effet impossible et utopique, voire malsain, de vouloir former les enseignants sur tous les contenus possibles et imaginables, cette formation n'aurait pas de fin et les enseignants n'iraient jamais en classe car ils ne seraient jamais prêts... De cette évidence découle une implication importante qui est de l'importance de former des enseignants autonomes, des enseignants qui sont formés à se former eux-mêmes, qui peuvent continuer d'apprendre par eux-mêmes. L'idée à la formation est ici donc de former autant aux contenus qu'aux habiletés, pour que les enseignants puissent faire et reproduire eux-mêmes le travail fait à la formation pour d'autres contenus. Il y a donc, comme il est soulevé dans les textes de J. Proulx et de M. Sagayar dans ces actes, un besoin de travailler les savoirs mathématiques, pour que les enseignants développent des connaissances, mais aussi les savoir-faire mathématiques, pour que les enseignants développent des habiletés à faire et comprendre les mathématiques ; en d'autres mots, apprendre des connaissances mathématiques et apprendre à faire des mathématiques.

Ces deux aspects peuvent sembler anodins et relever du sens commun, mais servent toutefois de guides permettant d'avoir un peu de recul sur les orientations empruntées, en plus d'enlever une certaine touche de gravité aux choix faits...

Conclusion ... et ouverture

À la lecture de cette synthèse, trois aspects ressortent par évidence comme manquants. Il s'agit des questions d'épistémologie et d'histoire des mathématiques, celle des conceptions/croyances sur les mathématiques des enseignants (leur rapport aux savoirs mathématiques), et celles sur l'articulation entre formation en mathématique et formation en didactique des mathématiques. Si la question des conceptions des enseignants a été initiée par le texte de N. Mawfik et ses collègues (voir le texte dans les actes), les aspects épistémologie/historique et l'articulation mathématique/didactique n'ont été qu'effleurés au cours des discussions. Ainsi, comme il réside un bon nombre d'études sur ces aspects dans la littérature en didactique des mathématiques, il semble opportun que ces questions soient aussi traitées si ce thème est reconduit pour un prochain groupe de travail – reconduction que le groupe a semblé considéré essentielle, et qui a semblé, à l'écoute de l'ensemble des synthèses lors de la séance de clôture, occuper implicitement ou explicitement une grande place à travers les divers groupes de travail et les projets spéciaux.

Ainsi, le thème « formation *mathématique* des enseignants » nous apparaît comme étant un thème sur lequel il serait important de se pencher à nouveau dans les prochaines rencontres pour stimuler davantage la recherche sur ces questions de fond pour lesquelles peu est fait à ce jour. Comme il a été souligné maintes fois lors des rencontres de ce groupe de travail, les questions de formation *mathématique* des enseignants reposent souvent sur le sens commun, sur ce que tout un chacun pense être la bonne solution. Par contre, la recherche dans le domaine pointe peu en direction de ces idées de sens commun et il apparaît important, vu l'intérêt de ces questions et l'incidence des choix faits pour les enseignants (et inévitablement leurs élèves), d'analyser en profondeur ce que la recherche dit et avance sur ces questions. On ne saurait se contenter de réponses simplistes sur un enjeu aussi important.

En ce sens, ce groupe de travail peut être vu comme étant au démarrage de réflexions nouvelles sur ces questions et à la mise en place d'analyses profondes et de recherches. La reconduction de ce thème lors des prochains colloques ne pourra que bonifier notre connaissance de cette dimension centrale de la formation des enseignants.