L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés

Actes du colloque emf 2006

Expérimenter en mathématiques pour relever le défi de l'adaptation

Thierry Dias, *IUFM Lyon*, LIRDHIST – *Université LYON I, France*

Résumé

Dans cet article nous étudierons la prise en compte de la dimension expérimentale des mathématiques dans la conception et dans la conduite de séquences d'enseignement. Cette présentation se limitera à l'analyse élaborée dans un contexte particulier de l'enseignement spécialisé : celui d'un groupe de collégiens au sein d'une unité pédagogique d'intégration. Les élèves orientés dans cette structure présentent tous des troubles spécifiques du langage. Cette situation de handicap qui induit de nombreuses difficultés d'apprentissage, sera tout d'abord présentée à la lumière des textes fondateurs actuels. Dans un deuxième temps, nous ferons la description du terrain d'étude spécifique choisi par la présentation des éléments structurels et pédagogiques. Il sera ensuite question d'observer ce contexte du point de vue de l'enseignement des mathématiques grâce à la mise en œuvre d'une situation de recherche particulière. Elle est proposée sous la forme d'un problème se situant dans le champ de la géométrie dans l'espace mettant en jeu les solides de Platon. Nous étudierons alors plus particulièrement les conditions d'une adaptation réussie des enseignements afin de répondre à l'une des thématiques de ce colloque. Le défi de l'adaptation semble pouvoir être en partie relevé grâce à l'apport d'outils de modélisation permettant des allers et retours entre les objets sensibles et les objets mathématiques et leurs propriétés. Des répercussions sont donc à envisager tant du côté de la formation des enseignants que dans les apports transférables à des cursus d'enseignements ordinaires.

Introduction

Les politiques d'intégration menées en France depuis plusieurs années concernant les élèves en situation de handicap posent de nouvelles questions professionnelles aux enseignants. La prise en compte de la spécificité de chacun de ses élèves nécessite un dépassement de la réponse apportée par la différenciation des parcours personnalisés. Si faire des mathématiques semble si difficile dans certains contextes, faire faire des mathématiques[1] n'en est alors que plus complexe. Cette complexité de l'acte d'enseignement ne doit cependant pas empêcher d'apporter des réponses à la prise en compte de la réalité plurielle de l'école dont il est question dans ce colloque.

Cependant, alors que la pluralité des difficultés est de mise dans l'enceinte de la classe aujourd'hui, l'enseignant reste bien isolé tant pédagogiquement que didactiquement pour les affronter quotidiennement. Les projets individualisés, la différenciation pédagogique et autres parcours personnalisés représentent autant de solutions adaptées, mais ces dispositifs pédagogiques demandent parfois des performances qui peuvent user rapidement l'acteur principal…

1 En référence à l'article de François Connes cité en bibliographie.

En suivant Conne (2004), il est possible de faire le pari de mettre en œuvre des situations[2] d'enseignement pouvant concerner tous les élèves sans pour autant proposer une approche unitaire et simultanée des connaissances. Un pari sur la capacité des élèves en difficulté à entrer dans des situations signifiantes en s'appuyant sur la dimension expérimentale des mathématiques, une problématique que j'explore dans une recherche en cours à l'Université Lyon I[3].

1. Cadres et contextes de la recherche

1.1. La dimension expérimentale en mathématiques

La question de savoir si les mathématiques comportent ou non une dimension expérimentale reste ouverte et d'actualité. Dans un récent travail de recherche, j'ai abordé cette question dans le cadre de l'étude des phénomènes de construction et de diffusion des savoirs scientifiques dans ce qui relève des disciplines elles-mêmes, à partir d'une initiation aux techniques et théories propres aux deux domaines que sont la didactique et l'épistémologie des sciences. Il s'agissait aussi d'une étude des modèles de fonctionnement des connaissances en situation de résolution de problèmes.

Le but étant d'interroger encore et toujours les relations qu'entretiennent les mathématiques et la réalité, relations qui se doivent d'être expérimentales comme le rappelait tout récemment Chevallard (2004) :

> *En quelques décennies, l'idée a été expulsée de la mathématique scolaire qu'elle est un outil pour penser le réel… Les objets sur lesquels éprouver une construction mathématique ont été peu ou prou chassés de l'univers culturel et intellectuel de l'enseignement, si bien qu'on entretient au mieux un commerce purement théorique, et non pas expérimental, avec les constructions mathématiques essentielles. Or l'absence d'expérience affecte le sens de la théorie.*

Dans un article récent[4], nous avons soutenu l'intérêt et la possibilité de concevoir des situations d'apprentissage mettant en œuvre le recours à l'expérience dans la perspective de favoriser l'accès aux connaissances mathématiques pour le plus grand nombre d'apprenants. Nous avons choisi d'aborder cette question en géométrie des solides en nous appuyant alors sur notre expérience de formateurs pour les professeurs du premier degré, où le travail de réconciliation avec les mathématiques s'avère particulièrement crucial. Le choix d'un travail sur les solides de Platon étant motivé par l'intérêt mathématique du problème de leur existence et de leur nombre, auquel s'ajoute leur valeur culturelle et symbolique comme nous le verrons un peu plus loin.

C'est à partir de cette même situation que j'ai proposé différents moments de recherche à des élèves de collège d'une unité pédagogique d'intégration en 2005, élèves présentant tous des troubles spécifiques du langage. L'enjeu étant d'attester que le va-et-vient entre les objets sensibles et les

2 Par situation, je fais référence à la Théorie des situations didactiques de Guy Brousseau pour qui une situation didactique n'est pas un « problème » de mathématiques, ni même une « situation problème », parce qu'elle est relative à une classe de problèmes qui ne peut s'étudier en une seule séquence d'enseignement.

3 Dans le cadre d'une thèse en cours sous la direction de Viviane Durand-Guerrier au sein du laboratoire LIRDHIST-UCBL LYON1.

4 Thierry DIAS, Viviane DURAND-GUERRIER, article REPERES n° 60

objets théoriques qui caractérise la démarche expérimentale permet à ces élèves d'entrer dans une pratique mathématique effective.

1.2. Politique nationale et textes officiels

À propos des troubles spécifiques du langage

Les troubles spécifiques du langage[5] oral et écrit peuvent être définis comme une perturbation durable (non limitée à l'enfance et à l'adolescence) et significative de la structuration du langage. Elle se manifeste chez un enfant normalement intelligent, qui entend et qui voit bien, et qui n'a pas d'autre pathologie neurologique gênant la communication orale. L'origine de ces troubles est supposée développementale et donc indépendante de l'environnement socio-culturel.

Ces troubles interfèrent avec les capacités de communication de l'enfant et de surcroît avec ses possibilités d'apprentissage. Les conséquences sont nombreuses concernant l'apprentissage du langage écrit, dans la scolarité puis dans la vie sociale.

Ces pathologies doivent être connues et reconnues des enseignants et ce d'autant plus qu'elles sont par définition, durables : les implications pédagogiques devront donc être constantes et les adaptations nécessaires tout au long de la scolarité de l'enfant. Une circulaire[6] ministérielle existe donc à cette intention, elle situe ces troubles spécifiques dans l'ensemble plus vaste des troubles spécifiques des apprentissages qui comportent aussi les dyscalculies (troubles des fonctions logico-mathématiques), les dyspraxies (troubles de l'acquisition de la coordination) et les troubles attentionnels avec ou sans hyperactivité.

La classification de ces pathologies au sein de l'ensemble plus vaste des troubles des apprentissages n'est pas sans poser un certain nombre de questions. On peut notamment citer celle de la possibilité réelle d'établir un diagnostic pertinent avec des élèves ayant développé de nombreux troubles associés au cours de leur cursus scolaire.

Concernant l'apprentissage des notions mathématiques, il me semble important de poser la question de l'accès aux connaissances dans le cas des élèves présentant des troubles spécifiques du langage tant nos démarches d'enseignement privilégient justement le langage dans les processus d'acquisition. Le recours à des situations mathématiques me semble ainsi relever d'un certain détour, d'une possible adaptation. En effet, cette discipline n'est pas identifiée par les élèves comme responsable de leur difficulté.

À propos du dispositif Unité Pédagogique d'Intégration

Depuis plusieurs années les politiques éducatives françaises privilégient la notion d'intégration scolaire dans le cadre de l'accueil des élèves en situation de handicap. Cette orientation relève d'une logique de parcours en lieu et place d'une logique plus traditionnelle de filières représentées

5 Les troubles spécifiques du langage regroupent les troubles spécifiques du développement du langage oral (retards de parole et de langage, dysphasies) et les troubles spécifiques du développement du langage écrit (dyslexies).

6 CIRCULAIRE N°DGS/SD6D/MEN/2002/68 du 4 février 2002 relative à la mise en œuvre d'un plan d'action pour les enfants atteints d'un trouble spécifique du langage oral ou écrit.

par le développement de structures et d'établissements d'enseignement spécialisé. Dans le même temps, il est néanmoins apparu nécessaire de résoudre l'équation : à trouble spécifique, environnement d'apprentissage et processus d'enseignement particulier. Dans l'esprit de la création des classes d'intégration spécifiques (CLIS) pour le premier degré, la mise en place de dispositifs pour le second degré a été décidée et accompagnée d'une circulaire[7] parue au bulletin officiel en 1995. Il s'agissait alors d'accueillir des préadolescents ou des adolescents présentant différentes formes de handicap mental qui peuvent tirer profit, en milieu scolaire ordinaire, d'une scolarité adaptée à leur âge et à leurs capacités, à la nature et à l'importance de leur handicap. Il n'était alors pas encore question de regrouper des élèves présentant les mêmes troubles.

Ce texte a été complété en mars 2001 par une nouvelle circulaire parue au BO[8] et concernant la création de nouvelles UPI en collège et en lycée au bénéfice d'élèves présentant des déficiences sensorielles ou motrices. L'organisation et le fonctionnement de ces UPI doivent dès lors s'adapter aux particularités de chaque déficience, grâce à l'aménagement des lieux d'accueil et en lien étroit avec les services d'éducation ou de soins ou avec les personnels médicaux et paramédicaux exerçant en libéral.

Ainsi ont été créées par exemple pour le seul département du Rhône 22 UPI accueillant en tout environ 220 élèves. Des dispositifs de formation initiale et continue se sont parallèlement mis en place en vue de l'accompagnement de ces mesures. C'est dans ce cadre qu'un certain nombre d'enseignants (dont l'enseignante de l'UPI dont il est question un peu plus loin) ont été sollicités pour mettre en œuvre dans leurs classes des situations de recherche avec leurs élèves afin d'analyser la valeur ajoutée du recours à l'expérience en mathématiques.

1.3. Présentation de la recherche

Éléments du contexte

La recherche s'appuie sur un corpus provenant d'une unité pédagogique d'intégration pour élèves présentant des troubles spécifiques du langage (UPI-TSL) qui a été créée en septembre 2004, il s'agit donc d'une première année de fonctionnement. La structure est sous la responsabilité pédagogique d'une circonscription et d'un inspecteur de l'éducation nationale AIS (Adaptation et Intégration Scolaire) du premier degré. L'enseignante professeur des écoles qui en est responsable est expérimentée mais exerce dans ce contexte spécifique pour la première année. Elle a sollicité une année de formation spécialisée qu'elle a obtenue après entretien en vue de l'obtention du diplôme (CAPASH pour l'année 2004-2005).

Le collège est situé en réseau d'éducation prioritaire (REP) sur le plateau des Minguettes à Vénissieux (Rhône) et classé en zone dite « violence ». Il comporte 660 élèves qui proviennent des écoles

7 Circulaire n° 95-125 du 17 mai 1995 : Mise en place de dispositifs permettant des regroupements pédagogiques d'adolescents présentant un handicap mental : les Unités Pédagogiques d'Intégration. (B.O n° 21 du 25 mai 1995)

8 Bulletin Officiel du ministère de l'Éducation Nationale et du ministère de la Recherche N° 9 du 1er mars 2001 Scolarisation des élèves handicapés dans les établissements du second degré et développement des unités pédagogiques d'intégration (UPI).

du même secteur. Il intègre également deux classes d'accueil (CLA) pour des élèves nouvellement arrivés en France (ENAF).

Les raisons du choix de ce terrain d'études sont diverses. Bien entendu il s'agit en premier lieu de mener une recherche avec des élèves de collège présentant des difficultés de nature à perturber les apprentissages. Un tel contexte n'excluant pas l'analyse des répercussions dans des cursus d'enseignement tout à fait « ordinaires ». Une deuxième raison concerne la relative homogénéité de la situation de handicap des élèves reconnue et diagnostiquée en amont par des structures compétentes. Il est ainsi plus pertinent d'envisager les éventuelles répercussions à la fois sur la démarche d'apprentissage et sur la stratégie d'enseignement.

La reconnaissance de ces troubles spécifiques du langage est relativement récente. De ce fait cette situation innovante et « expérimentale » s'accompagne de nombreux travaux de recherche qui sont autant de garanties référentes pour accompagner l'analyse de la recherche.

Enfin, il m'a été possible de prendre appui sur une bonne évaluation diagnostique et sur un très bon suivi des élèves du fait de l'organisation de la classe par l'enseignante. Une enseignante très impliquée tant pédagogiquement que didactiquement et inscrite dans un processus de formation continue sur les situations de recherche en mathématiques. Et, pour terminer, les conditions matérielles pour le recueil des données s'est avéré déterminant : effectif de la classe permettant des enregistrements audio et vidéo de bonne qualité (un accord écrit a été demandé et obtenu auprès de chaque famille concernée).

Les élèves de l'UPI

La classe est constituée de dix élèves tous orientés par la commission départementale de l'éducation spéciale (CDES) car présentant des troubles spécifiques du langage reconnus (dyslexie, dysphasie, troubles associés). Cinq d'entre eux ont fait l'objet d'une confirmation de cette situation de handicap par un bilan effectué dans un centre de référence hospitalier.

Ces élèves sont par ailleurs intégrés dans deux classes de sixième et une de cinquième du même collège. Les temps d'intégration en cours de mathématiques sont divers selon les élèves (certains sont intégrés partiellement d'autres complètement) et peuvent varier dans le courant de l'année en fonction des évolutions de chaque situation individuelle conformément au projet défini par l'enseignante en accord avec l'équipe enseignante des classes référentes.

L'enseignante de la classe a dû adapter les conditions de déroulement des évaluations d'entrée en sixième afin de tenir compte des difficultés des élèves provoquées par leur situation de handicap (durée des épreuves, aide à la lecture et à la compréhension des consignes, format des supports de travail). Sur un plan général en mathématiques, deux élèves ont des résultats nettement supérieurs à ceux de leurs camarades de l'UPI, à ceux du collège mais aussi à ceux du score national. Cet indicateur est confirmé par l'enseignante lors de plusieurs bilans intermédiaires. En revanche, les trois autres élèves sont tous en dessous des 50 % de réussite, un seuil qui est dépassé par les élèves du collège dont les résultats sont eux-mêmes relativement inférieurs aux scores nationaux (voir les graphiques en annexe).

Ces résultats tendent à confirmer qu'un diagnostic similaire de troubles spécifiques du langage chez plusieurs individus peut se traduire par le développement de difficultés différentes dans le champ des mathématiques. Cette variabilité me paraît ouvrir des possibilités concernant la remédiation à envisager avec ces élèves. La discipline des mathématiques pouvant notamment apparaître chez certains de ces élèves comme un premier élément positif pour le retour de la confiance en leur capacité à apprendre.

Description du dispositif de recueil des données

Dans le cadre d'une session de formation continue pour des enseignants spécialisés consacrée aux situations de recherche dans un dispositif de rallye mathématique, j'ai proposé la mise en œuvre d'un moment de recherche en géométrie (dont les enjeux ont été décris précédemment dans cet article). À la suite de cette session, une enseignante de ce groupe de formation a conduit deux séquences de recherche dans sa classe. Ces séances ont été filmées (grâce à une caméra numérique mini-DV) et enregistrées en audio (avec un appareil de type mini-disc), soit 5 heures d'enregistrement et d'observation en tout dans l'UPI TSL de Vénissieux.

La première séquence a été consacrée à quelques rappels de connaissance sur les polyèdres grâce à la manipulation d'un matériel (type polydrons à voir en annexe), le but pour les élèves étant de réaliser le plus possible de solides fermés, de les décrire puis d'en proposer un classement argumenté. Une séquence qui a notamment permis de reconvoquer le vocabulaire de la géométrie dans l'espace au sein d'une situation problématique relativement ouverte. Ce fut aussi l'occasion d'amorcer la mise en mots de quelques notions clés en termes de relations, de propriétés et de classification.

Lors de la deuxième séquence, une situation de recherche a été proposée aux élèves. Elle s'est déroulée en deux temps distincts, celui de la résolution de l'énigme[9] par chaque groupe d'élèves, puis celui de la présentation et discussion des résultats. L'objectif principal étant alors de stimuler l'activité langagière au titre de l'explication, du débat, de la validation, de l'argumentation et de la confrontation des procédures.

Dans l'organisation de la situation, il est mis à la disposition des participants du matériel permettant de faire et défaire facilement des solides : polygones en plastique avec procédés d'articulation type Polydron ou Clixi. Les figures proposées comprennent des triangles isocèles, rectangles ou équilatéraux, des rectangles, des losanges et des carrés, ainsi que des pentagones, des hexagones, des heptagones et des octogones réguliers. Sont également proposés règles, compas, ciseaux, équerre etc. La mise à disposition de l'ensemble du matériel vise à faciliter le va-et-vient entre les objets sensibles et les objets mathématiques lors de l'activité de résolution.

Le point nodal de la situation réside dans l'impossibilité matérielle de réaliser un polyèdre régulier avec des faces hexagonales, ce fait étant concordant avec la propriété que ces mêmes hexagones

9 Énoncé de l'énigme : Le maître du Donjon est un grand sorcier qui jette tout le temps des sorts. Pour cela il utilise des objets mystérieux qui lui servent de dés. Mais personne ne sait combien il en cache. Une seule chose est sûre : les objets mystérieux sont tous des polyèdres réguliers*. Pouvez-vous dire combien le maître du Donjon en possède ? Vous pouvez utiliser le matériel pour faire des essais de constructions.

* Définition d'un polygone régulier.

isométriques permettent de paver le plan. Ce problème (Dias et Durand-Guerrier, 2005) pose donc de manière « naturelle » la question des relations entre le plan et l'espace et la confrontation avec la réalité s'avère alors « cruciale ». L'hypothèse forte étant que cette situation de résolution de problème va permettre, au moins dans certains groupes, la rencontre effective avec la question « Peut-on réaliser un polyèdre convexe avec des hexagones réguliers isométriques ? ».

2. Dimension expérimentale et adaptation dans l'enseignement des mathématiques

2.1. Adaptation de l'enseignement

Dans l'analyse suivante, j'essaierai de montrer en quoi une situation dite « de recherche » (telle celle des solides de Platon) et comportant une phase expérimentale peut être assimilée à une forme d'adaptation de l'enseignement. Il s'agit dans ce contexte d'une adaptation en terme d'ajustement opéré par l'enseignant aux difficultés de ses élèves quant à la prise en charge des apprentissages mathématiques ; une difficulté récurrente bien repérée dans des démarches d'enseignement constructivistes (Peix et Tisseron, 2002). Afin de donner à ces situations de recherche une réelle consistance en terme d'aménagement à des troubles spécifiques, l'enseignant devra alors choisir d'insister sur l'une ou l'autre des caractéristiques qui en font à la fois l'intérêt et l'adaptation.

Qu'est-ce qu'une adaptation de l'enseignement

La définition du *Petit Robert* du verbe adapter (du latin *adaptare* « ajuster à ») donne deux sens à cette action ; celle de réunir (de joindre, de rattacher) et celle d'approprier (d'aménager, d'accorder). Une question pédagogique est dès lors posée à l'enseignant : doit-il adapter son enseignement ou plutôt s'adapter aux difficultés d'apprentissages de ses élèves ? Adapter relevant d'une intention du professeur, s'adapter renvoyant plutôt au sujet en cours d'apprentissage se trouvant en situation de difficulté, une sorte « d'opération de survie » lui étant nécessaire pour avancer. La relation enseignement/apprentissage n'étant jamais en sens unique, l'adaptation s'inscrit dans un processus de médiation au service de l'appropriation des objets de la situation.

Dans la terminologie actuelle concernant le handicap on ne désigne plus l'élève comme « personne handicapée » mais comme sujet en « situation de handicap ». Le mot situation dont il est ici question peut être vu comme un des éléments du milieu au sens de la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998 ; Bloch, 2001) dans ses dimensions matérielles, symboliques et humaines. Les paramètres qui le constituent sont autant de variables qui permettent l'aménagement, l'adaptation.

Adapter est un processus qui intègre une phase de diagnostique préalable à celle d'une re-médiation entre sujets et objets d'apprentissage. Cette nouvelle médiation pouvant alors être assimilée à un détour comportant des caractéristiques essentielles : il prend plus de temps, ne se fait pas seul mais accompagné, ne reprend pas le même « itinéraire » tout en veillant bien à rejoindre le « chemin principal » in fine. Cette notion de détour pédagogique s'accompagne de la création d'un milieu didactique particulier permettant sa réalisation : le milieu de type expérimental. L'expérimentation dont il s'agit est celle qui permet le dépassement de l'activité manipulatoire vers la formalisation et la représentation avec pour finalité la formalisation.

À propos de la formation des enseignants

À l'issue de mes précédents travaux de recherche[10], j'ai établi une liste de quatre critères pouvant caractériser un milieu de type expérimental[11]. Ces paramètres peuvent dès lors faire l'objet d'une analyse du point de vue de l'adaptation des enseignements.

La situation de recherche concernant les solides de Platon a été conduite à plusieurs reprises en formation continue et en formation initiale (Dias et Durand-Guerrier, 2005). À chacune de ces sessions il a été proposé aux enseignants une réflexion épistémologique sur les objets mathématiques en jeu dans la situation. Ce «détour» par des connaissances épistémologiques a priori, première caractéristique du milieu expérimental, me semble constituer une forme d'adaptation dans la conception d'une situation d'apprentissage. Il s'agit en effet d'un ajustement nécessaire entre un savoir et les connaissances de l'enseignant. Cette forme d'articulation représente un investissement temps non négligeable qui ne rend pas cette démarche systématique, mais qui peut permettre une mise au point (au sens photographique de rendre plus clair). En effet, bon nombre des savoirs ne sont pas transparents (dans leurs énoncés, leurs définitions), pas plus pour les élèves que pour le professeur. Le détour épistémologique permet cette clarification puisqu'elle donne l'occasion aux enseignants d'appréhender la dimension historique qui peut notamment révéler les obstacles à la découverte de ce savoir. C'est aussi bien souvent le moment de retrouver les liens qui ancrent les objets mathématiques dans la réalité d'une résolution de problème. Il est alors plus efficace de concevoir une situation d'apprentissage adaptée à la fois aux compétences et connaissances des élèves. Cependant la difficulté de cette démarche nécessite que la formation d'enseignants prenne en charge la présentation et l'argumentation de cette posture particulière représentée par le détour épistémologique.

Une deuxième caractéristique concerne la médiation particulière établie entre sujets et objets dans la situation, une médiation renforcée grâce à la présence simultanée de trois registres. Le premier étant le registre sémantique, celui qui permet le discours sur les objets. Un registre sans lequel le dialogue entre les joueurs n'est pas envisageable. Sur ce point, la formation des enseignants doit pouvoir démontrer la force et l'intérêt de prendre en compte cette dimension du sens qui met en relation le langage et les objets dont il parle. Il est tout à fait essentiel de faire comprendre par exemple que c'est l'indétermination des mots que les élèves utilisent dans la construction des objets de savoirs par définition problématiques sur laquelle on peut s'appuyer[12]. C'est seulement ainsi que les discours autorisés ne seront pas canalisés ni contraints dans une forme imposée a priori aux élèves.

Un exemple de cette indétermination est fourni dans la séance enregistrée. La problématique concerne le mot «carré» qui est employé par plusieurs élèves pour désigner des objets différents. En effet, lors de la phase de recherche, le cas du cube est évoqué lors de la construction du solide. Un élève désigne l'objet qu'il vient de construire par le mot «carré» (dans ce contexte très précis il ne pense vraisemblablement pas au mot cube qu'il connaît certainement par ailleurs), ce qui provoque une ambiguïté dans le débat puisque l'on cherche à valider les propriétés des polyèdres

10 Dans un mémoire de Diplôme d'Études Approfondies pour l'Université Claude Bernard Lyon I.

11 Notion de milieu (Brousseau puis Bloch).

12 Ceci est développé dans Durand-Guerrier *et al*. (dir.), à paraître.

réguliers notamment en caractérisant la régularité des faces. Pour certains élèves le mot « carré » renvoie donc à la propriété d'un polygone et à la géométrie plane, alors que pour l'élève qui vient d'utiliser ce mot, il s'agit de désigner l'objet réel construit en trois dimensions que l'on a sous les yeux. L'enseignante choisit alors de relancer la question sur l'utilisation du mot à l'ensemble du groupe sans clore le débat par une intervention normative renvoyant définitivement le mot « carré » à sa signification conventionnelle.

Deux autres registres sont présents dans les interactions suscitées par une situation de recherche. Le registre syntaxique, qui est représenté par la théorie que chaque acteur possède a priori sur les objets et les phénomènes associés à leur mise en mots et en actes. Des conflits naissants de la confrontation de ces théories sont alors à l'origine de la formulation de questions voire de véritables problématiques pouvant être assimilées à des hypothèses ou des conjectures. Enfin, le troisième registre est pragmatique, il est abordé dans une phase expérimentale fortement contextualisée où chaque joueur peut ou non modifier son propre rapport aux savoirs et connaissances.

En quoi un milieu de type expérimental contribue-t-il à l'adaptation d'un enseignement ?

La troisième caractéristique du milieu expérimental réside dans la mise à disposition des « acteurs » d'outils de modélisation dans la situation. Ces outils pouvant être symboliques ou matériels selon l'énigme à résoudre. Les différentes modélisations sont alors autant de confrontations à une réalité construite dans la création de phénomènes et comme essais de réponse aux problématiques et autres conjectures émises. Il s'agit là du paramètre essentiel en terme d'adaptation. En effet, s'il est bien admis que la modélisation est une phase importante dans le processus de résolution de problème (et plus largement dans celui du raisonnement), la possibilité d'utiliser des outils pour favoriser cette construction de modèles est un aménagement didactique nécessaire pour des élèves en difficulté.

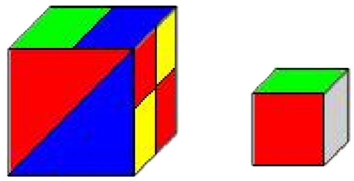
La dernière caractéristique réside dans les différents statuts et rôles qui sont donnés aux élèves dans une situation de recherche. La possibilité d'être tour à tour joueur, chercheur et acteur est un élément clé dans cette démarche d'enseignement. Elle doit être susceptible d'enrôler dans la tâche par le jeu qu'elle propose, et notamment grâce à l'indétermination provisoire des mots utilisés dans l'énigme proposée ou des faits soumis à l'observation critique. La dévolution du problème posé va progressivement entraîner un changement de rôle des joueurs qui deviennent alors des apprentis chercheurs. Dans ce moment didactique ils peuvent faire référence à des théories, formuler des conjectures. Une phase d'action de type expérimentale lui est intimement associée, les chercheurs étant aussi des acteurs de l'expérimentation. Ce rôle entraîne le développement de projets d'explications et de communications utilisant des procédés argumentatifs plus ou moins évolués.

2.2. Des objets sensibles aux objets mathématiques et vice-versa

Ce que font et ce que disent les élèves

Afin d'illustrer les nombreux allers et retours du sensible au mathématique qui me semblent caractéristiques de l'expérience mathématique, j'ai choisi de présenter ici deux extraits provenant du corpus d'étude, le premier se déroulant avec le groupe des élèves de cinquième.

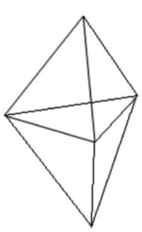
Le premier concerne un débat portant sur la fabrication de deux cubes de tailles et de constitutions différentes pour lesquels la question posée concerne la réponse à fournir à l'énigme : « Peut-on considérer que ces deux solides sont deux solutions différentes ou bien qu'ils représentent la même réponse ? » Ces constructions réelles sont une tentative de réponse à un énoncé proposé dans un registre géométrique plus abstrait représenté par la définition du polyèdre régulier. Il y a donc eu un premier passage du sensible au géométrique. Mais les constructions dont il est question posent problème.



Dans un premier temps, les avis sont très partagés notamment entre les deux auteurs des constructions. De toute évidence, les objets sensibles sont différents. Afin de faire avancer le débat, le professeur choisi alors de rappeler l'énoncé des propriétés d'un polyèdre régulier. On demande ainsi aux élèves de prendre appui sur une définition qui relève du champ théorique alors que le désaccord portait sur des objets sensibles. Chaque solide construit est donc revisité à ce moment-là par la vérification point par point des conditions énoncées. C'est ainsi que l'on valide le fait que chacun de ces objets correspond au concept de polyèdre régulier. Comme on pourra le lire dans l'extrait retranscrit de ce passage en annexe, les élèves utilisent alors le mot « pièce » pour différencier l'objet réel de sa dénomination « face » en langage géométrique. Ainsi l'accord dans le groupe est trouvé et l'on s'entend pour admettre que les deux solides ne représentent qu'un même objet géométrique certes constitué de pièces différentes.

L'introduction par le professeur de la définition du polyèdre régulier dans le milieu de la situation oblige les élèves à un aller et retour de l'objet sensible vers l'objet géométrique. Cette expérience permet d'avancer dans l'argumentation nécessaire à la résolution du problème posé. Il est incontestable que la résolution du problème posé naît des deux allers retours entre les objets sensibles représentés par les constructions et les objets mathématiques représentés par leurs propriétés.

Lors de la séance de recherche avec le deuxième groupe (celui des sixièmes), les élèves réalisent un nombre assez important de solides sans réellement interagir pendant cette phase de construction. Vient ensuite un temps de mise en commun sollicité par le professeur qui choisit encore une fois de relire la définition du polyèdre régulier telle qu'elle est présente dans l'énoncé de l'énigme. Chaque solide est confronté aux conditions imposées afin d'être ou non validé comme réponse au problème posé. Après quelques discussions consensuelles, vient le cas d'un solide problématique :



L'ensemble des élèves du groupe pense d'emblée que ce solide est une réponse correcte à l'énigme du fait de sa constitution avec des faces identiques et régulières. Cependant l'un des élèves du groupe surprend tout le monde en déclarant :

« C'est pas un dé du sorcier (un polyèdre régulier) parce que le cercle y peut pas rentrer dedans, c'est pas régulier. »

Il prend alors le solide dans ses mains et tente de figurer par des gestes un cercle passant par les deux sommets extrêmes du solide. Il montre ensuite les autres sommets et déclare que ces derniers « ça va pas toucher le cercle ». Il y a là une référence à une propriété des polygones réguliers, donc à la géométrie plane qui peut s'expliquer par le fait que des constructions ont été réalisées sur l'ordinateur quelques jours auparavant. Le professeur avait fait expérimenter le logiciel Cabri-Géomètre et notamment la fonction polygone régulier qui témoigne assez radicalement de la propriété d'inscription dans le cercle de tout polygone régulier. L'appel à cette connaissance à partir de la construction dans l'espace est surprenant car elle relève d'un transfert plutôt inattendu dans ce contexte d'enseignement. Cependant, cette remarque d'abord déstabilisante pour le groupe est prise en considération puis validée grâce à l'explication donnée : les gestes pour l'espace sensible et les mots pour le registre langagier. Le professeur intervient alors pour demander aux élèves de bien regarder le nombre de faces à chaque sommet du solide construit. Cette fois il n'y a plus de toute, le solide n'est pas validé.

La dimension expérimentale qui se traduit par les allers et retours entre l'objet sensible et l'objet géométrique est une nouvelle fois lisible dans ce deuxième extrait. On voit comment les propriétés d'un objet géométrique peuvent rencontrer un réel résistant qui, grâce à son statut problématique renforce l'utilisation d'arguments théoriques pour enclencher le processus de validation.

Un renforcement de la fonction outil

L'enjeu principal de la situation de géométrie proposée dans le paragraphe précédent est de favoriser le va-et-vient entre la réalité et les modèles mathématiques. Il s'agit ainsi de présenter les maths non pas comme une vérité universelle définitivement formalisée, mais au contraire, de faire expérimenter que toute construction d'objet s'inscrit dans un parcours d'apprentissage. Ce n'est qu'à l'issue de ce cheminement qu'une notion mathématique deviendra un objet d'étude. Il m'apparaît essentiel de renforcer ainsi la fonction outil (Douady, 1986) dans le cadre d'une volonté d'adaptation pédagogique tant il est crucial dans l'enseignement spécialisé de faire du langage formalisé non pas un a priori, mais une finalité à atteindre progressivement. La médiation par la référence aux modèles est dans ce contexte une sorte de détour. C'est parce que les élèves pourront agir sur des objets réels dans le cadre d'une résolution de problème qu'on a de fortes chances de les diriger vers la formulation de conjectures. Dès lors, l'expérience qui consiste à confronter les premiers éléments d'une théorie archaïque à la réalité du monde sensible[13] fournira la controverse nécessaire à toute élaboration d'un concept scientifique même encore mal défini.

Renforcer la fonction outil c'est aussi permettre la construction de modèles pendant la phase d'apprentissage dédiée à la formulation de conjectures. J'entends ici par modèle l'émergence de représentations (simplifiées on non) qui naissent de la nécessité de résoudre un problème. Le modèle n'étant pas la réalité elle-même, restant toujours perfectible, une sorte d'échantillon qui est une manifestation de la fonction outil de la notion en jeu dans la situation. L'activité mathématique des élèves est ainsi favorisée puisqu'il est fortement probable que le statut d'instruments de recher-

13 Par exemple, dans la situation des polyèdres le fait de se rendre compte que l'assemblage de trois hexagones conduit à un pavage du plan et non pas à la réalisation d'un solide.

che[14] (Giusti, 2000) conféré aux objets en jeu dans la situation soit plus accessible que celui d'objets d'études relevant d'une abstraction beaucoup plus importante.

Pour l'enseignant, intégrer cette dimension expérimentale des mathématiques signifie qu'il soit à même de proposer dans le milieu de la situation à la fois des possibilités matérielles d'anticipation et de confrontation au réel, mais aussi des conditions propices aux échanges langagiers sans lesquels le processus d'apprentissage n'est pas permis. Le tout sera possible avec un accompagnement rapproché du professeur qui garanti la réussite de cette adaptation de son enseignement. Il est en effet peu probable que la seule mise à disposition des élèves des matériaux soit suffisante dans le cadre spécifique de l'enseignement spécialisé pour lequel les relances positives et rassurantes (tout en restant bien entendu questionnantes) restent nécessaires.

Vers la conceptualisation

Proposer des situations de recherche à ses élèves caractérise un type d'enseignement, celui de « déposer » dans le milieu un certain nombre d'obstacles au sens de Bachelard[15] afin de mettre en scène une situation qui fait sens. Notons alors que cette mise en scène didactique s'appuie nécessairement sur la connaissance de la difficulté relative des tâches cognitives proposées, sur le répertoire des procédures disponibles ainsi que des représentations possibles. Dès lors, une adaptation possible réside dans l'aide à la conceptualisation, il s'agit ainsi de favoriser la production de signes lors de l'activité des élèves. Cette dernière étant trop souvent limitée à des traces écrites, il est très délicat pour le professeur d'en analyser les fondements et ainsi de remonter aux sources des difficultés de ses élèves. Chacun sait que la mise en mots (à l'oral) par les élèves est alors une phase déterminante en situation d'apprentissage, surtout lorsqu'elle accompagne une activité d'investigation qui nécessite la formulation d'hypothèses de résolution par exemple, ou la confrontation d'idées par la comparaison de procédures.

Cependant, prendre en compte la dimension expérimentale dans l'enseignement des mathématiques ne se limite pas à susciter des activités langagières dans le cadre de la formulation. Il s'agit aussi de développer en parallèle du langage oral, une production graphique et/ou symbolique lors d'une autre phase d'apprentissage : celle de la validation. Le recours à l'utilisation et à la construction de modèles permet aux élèves de confronter leurs premières élaborations théoriques à la réalité sensible. Ils produisent alors des représentations très utiles à un enseignant soucieux de comprendre les procédures de ses élèves. En effet, la phase de validation ne se réduit pas à une mise en rapport des découvertes des élèves avec un savoir mathématique déjà là. Elle s'affirme d'avantage dans le va-et-vient nécessaire entre la réalité (sensible ou symbolique) et la théorie en cours d'élaboration dans un contexte de recherche de preuve ou d'expérimentation d'une hypothèse. Il faut alors noter à nouveau que le maître, lors de ces situations, a un rôle dynamique puissant à jouer surtout lorsque l'élève se trouve face à un obstacle qu'il n'arrive pas à surmonter.

14 Ce terme d'instruments de recherche est emprunté dans l'ouvrage « La naissance des objets mathématiques » où Enrico Giusti soutient l'hypothèse d'une génération des objets mathématiques dans un processus en trois temps. Ils apparaissent d'abord comme des instruments de recherche, puis ils deviennent solutions de problèmes avant d'être des objets d'étude.

15 « C'est en terme d'obstacles qu'il faut poser le problème de la connaissance scientifique » (Bachelard, 1938).

Développer l'accès aux concepts demande donc d'une certaine façon une adaptation de l'enseignement surtout dans un contexte très spécifique d'élèves présentant des troubles du langage comme on l'a vu auparavant. Dans l'expérience menée en UPI, la démarche utilisée proche d'un problème ouvert et prenant en compte la dimension expérimentale des mathématiques a permis aux élèves d'améliorer leurs capacités de conceptualisation comme ils ont pu notamment en témoigner lors de la séance de présentation des solutions à l'énigme et du débat qui s'en est suivi.

Conclusion

Certaines situations de handicap entraînent de grandes difficultés d'apprentissage. Les élèves qui en sont victimes en mathématiques interrogent fortement l'enseignement de cette discipline. Dans de tels contextes, il s'avère nécessaire de mettre en œuvre une adaptation des enseignements, un projet se déclinant en quelques étapes clés. La première étant de recourir à la dimension expérimentale de l'activité mathématique en montrant que le savoir construit de cette discipline scientifique s'oppose à la simple observation de la réalité physique qui se donne à voir. Il se forge au contraire dans la rencontre des contraintes du réel. Il est donc nécessaire d'organiser le milieu de la situation d'apprentissage choisie afin de permettre le va-et-vient entre les objets sensibles et les objets théoriques et leurs propriétés. Il est de plus primordial d'intégrer aux paramètres de ce milieu, la présence d'un enseignant épistémologiquement et didactiquement prêt quant aux notions en jeu dans la situation.

La recherche en cours s'appuie sur les outils théoriques développés principalement[16] pour l'étude des situations d'apprentissages et d'enseignement dans l'enseignement dit ordinaire et se déroule dans le contexte spécifique de l'enseignement spécialisé. Il est d'ores et déjà certain que des répercussions seront possibles dans des cursus d'enseignement ordinaires. L'originalité de ce cheminement montre qu'une étude didactique dans le champ du handicap peut nourrir la formation initiale et continue des enseignants même dans le domaine de l'enseignement des mathématiques. Nous rejoignons sur ce point certains aspects des travaux de l'équipe DDMES[17] (Conne *et al*., 2004).

Références

BACHELARD Gaston (1938), *La formation de l'esprit scientifique*, Paris : Vrin 1970.

BLOCH Isabelle, 2001, « Différents niveaux de modèles de milieu dans la théorie des situations », *Actes de la 11e école d'été de Didactique des Mathématiques*, La Pensée Sauvage.

BROUSSEAU Guy, 1998, *Théorie des situations didactiques*, Grenoble, La pensée sauvage

CHEVALLARD Yves, 2004, « Pour une nouvelle épistémologie scolaire », *Cahiers pédagogiques*, Paris, CRAP, n° 427, p. 34-36.

CONNE François, 1999, « Faire des maths, faire faire des maths, regarder ce que ça donne », *in Le cognitif en didactique des mathématiques*, Les Presses de l'Université de Montréal.

16 Mais pas seulement comme le montre Brousseau, G. et Peres J. (1981) : Étude d'un enfant en difficulté en mathématiques : « Le cas de Gaël », Bordeaux : IREM de Bordeaux.

17 Didactique des mathématiques pour l'enseignement spécialisé.

CONNE François *et al*. (2004) L'enseignement spécialisé : un autre terrain de confrontation des théories didactiques à la contingence, Durand-Guerrier et Tisseron (dir.) *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques*, Année 2003, ARDM et IREM de Paris 7, p. 77-186.

DELAHAIE Marc, *L'évolution du langage chez l'enfant : de la difficulté au trouble*, éditions INPES.

DIAS Thierry, DURAND-GUERRIER Viviane, 2005, « Expérimenter pour apprendre en mathématiques », *Repères IREM*, Metz, Topiques, n° 60.

DOUADY Régine « Jeux de cadres et dialectique outil-objet », *RDM*, Volume 7.2, 1986 La Pensée Sauvage.

GUISTI Enrico (2000), La naissance des objets mathématiques, *L'esprit des sciences*, Ellipses Éditions

PEIX Annie et TISSERON Claude, 2002, Concepts didactiques pour analyser et réorganiser une formation à la conduite de problèmes de recherche à l'école élémentaire, *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques*, Année 2002, ARDM et IREM de Paris VII, p.123-150.

VERGNAUD Gérard (1990) La théorie des champs conceptuels, *Recherches en Didactique des Mathématiques* vol 10 2/3 p. 133-170.

Pour joindre l'auteur

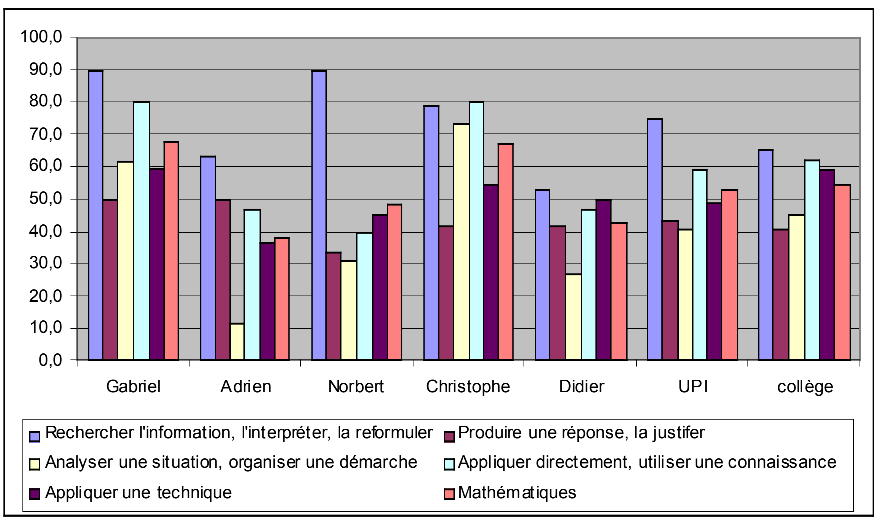
Thierry Dias
IUFM Lyon/LIRDHIST – Université Lyon I
Adresse postale : route de Leveau – 38200 Vienne – France
Courriel : thdias@wanadoo.fr

Annexe 1
Résultats de l'évaluation d'entrée en sixième

Remarque : par souci de confidentialité, tous les prénoms des élèves ont été changés.

	Gabriel	Adrien	Norbert	Christo	Didier	UPI	Collège	France	Écart type
Rechercher l'information, l'interpréter, la reformuler	89,5	63,2	89,5	78,9	52,6	74,7	65,3	71,7	16,4
Produire une réponse, la justifer	50,0	50,0	33,3	41,7	41,7	43,3	40,6	58,6	7,0
Analyser une situation, organiser une démarche	61,5	11,5	30,8	73,1	26,9	40,8	45,4	55,9	25,6
Appliquer directement, utiliser une connaissance	80,0	46,7	40,0	80,0	46,7	58,7	61,9	64,3	19,7
Appliquer une technique	59,1	36,4	45,5	54,5	50,0	49,1	58,7	67,3	8,7
Mathématiques	68,1	38,3	47,9	67,0	42,6	52,8	54,6	64,3	13,9

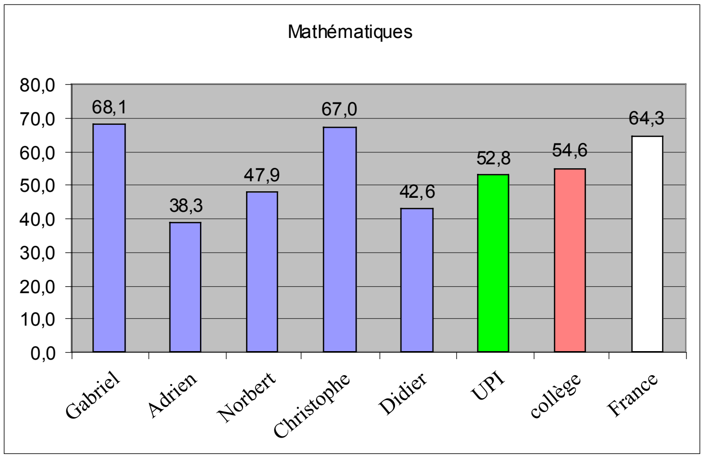
Bilan par type de capacités[18] :



Les deux élèves Gabriel et Christophe marquent leur différence essentiellement sur les capacités 3 et 4 (écart type important).

Tous les élèves de l'UPI ont des résultats supérieurs à ceux du collège sur la capacité 1, ce que l'enseignante de la classe attribue essentiellement à l'adaptation des conditions de passation des épreuves.

18 Capacités définies par le document national d'accompagnement à l'évaluation année 2005.



Il semble intéressant d'observer plus attentivement les résultats portant sur les capacités 2 ; 3 et 4 compte tenu de la situation de recherche qui sera proposée aux élèves lors des séances conduites auprès d'eux. La situation comporte en effet des enjeux concernant la capacité à analyser une situation, à organiser des démarches de résolution, mais aussi à produire une présentation voire une argumentation des résultats obtenus. L'aspect relevant de la technique et de l'utilisation d'une connaissance doit aussi pouvoir être observé dans les phases de « tâtonnement expérimental » (action/réflexion sur le matériel).

Annexe 2
Déroulement des séances ayant servi à l'analyse

Séquence 1

Organisation

Séances consacrées au rappel de quelques connaissances sur les polyèdres avec phase de manipulation du matériel (polydrons + clixi).

Élèves de sixièmes : 9 heures à 10 heures

Élèves de cinquième : 11 heures à 12 heures

Objectifs

« Faire fonctionner » le vocabulaire de la géométrie dans l'espace : face, arrête, sommet, solide, polyèdre, côté, angle, convexe, concave, volume, plan.

Commencer à dégager quelques notions clés : en terme de relations, de propriétés et de classification.

Découvrir et agir avec un matériel spécifique.

Mettre en œuvre une situation pouvant provoquer des échanges langagiers (de type énonciatif).

Consignes données et écrites au tableau

1/ Pour les sixièmes :

> Avec le matériel proposé, essayez de construire des solides complètement fermés différents. Attention, il faudra les décrire avec des mots et peut être commencer à les classer en expliquant ses choix.

2/ Pour les cinquièmes (modification non envisagée a priori) :

> Avec le matériel proposé, essayez de construire des solides complètement fermés différents.
>
> Construire le plus de solides possibles.
>
> Dire comment on les a construits.
>
> Expliquer comment on peut les classer.

Déroulement de chaque séance

Lecture collective de la consigne : 3 minutes

Temps d'appropriation et d'explicitation : 5 minutes

Recherche : 35 minutes

Mise en commun (portant sur les différentes constructions et leur classement) : 15 minutes

Séquence 2

Organisation

Séances consacrées à la situation de recherche puis à la présentation des résultats.

Recherche avec les élèves de cinquième : 8 heures à 9 heures

Recherche avec les élèves de sixième : 9 heures à 10 heures

Mise en commun et débat avec tous les élèves : 11 heures à 12 heures

Matériel : une caméra numérique (mini DV) et un enregistreur mini-disc.

Consigne de la situation de recherche

Le maître du Donjon est un grand sorcier qui jette tout le temps des sorts. Pour cela il utilise des objets mystérieux qui lui servent de dés. Mais personne ne sait combien il en cache. Une seule chose est sûre : les objets mystérieux sont tous des polyèdres réguliers*.

Pouvez-vous dire combien le maître du Donjon en possède ? Vous pouvez utiliser le matériel pour faire des essais de constructions.

* Un polyèdre régulier est constitué de plusieurs faces régulières (polygones réguliers : côtés et angles égaux). De plus ces faces doivent être toutes identiques entre elles (même forme et même taille).

Déroulement des séances de recherche

Lecture collective de la consigne : 3 minutes

Temps d'appropriation et d'explicitation : 5 minutes

Recherche : 35 minutes

Mise en commun (portant sur la préparation de la communication) : 15 minutes

Déroulement de la séance de présentation des travaux

Chaque groupe présente ses résultats : 2x 10 minutes

Temps de questionnement et de remarques d'un groupe à l'autre

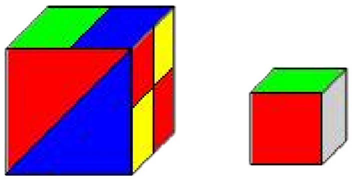
Débat autour de la solution à cette énigme.

Annexe 3

Transcription d'un moment de la recherche avec le groupe des élèves de cinquième

E : élève indéterminé, P : professeur

On parle des deux cubes construits :



…

E – C'est pareil, c'est le même solide.

E – Non, regarde il a pas les mêmes pièces ici.

E – Mais si c'est pareil.

E – Non.

E – C'est pareil en fait.

P –La question est là.

E – C'est pareil.

P – C'est pareil ?

E – Oui.

P (montrant l'un des cubes) – Est-ce que ça c'est un cube ?

Tous – Oui.

P – Qu'est-ce qu'il a de différent avec celui-là ? (il montre l'autre)

E – Il a pas les mêmes pièces.

P – C'est les pièces qui sont différentes, mais est-ce que les faces du solide sont les mêmes ?

E – Oui.

E – Non.

E – Oui.

P – Oui, les faces sont les mêmes hein, ça c'est un carré ? (il montre la surface d'une face)

Tous – Oui !

P – Et ça, cette face-là ? (il montre une face de l'autre solide)

Tous – C'est un carré.

P – C'est aussi un carré, sauf qu'il est fait avec des pièces différentes, mais les faces sont les mêmes, alors est-ce que vous voulez dire que c'est deux dés du sorcier différents ou un seul, qu'est-ce que vous choisissez ?

Tous – Un seul.

…