

A propos de l'enseignement de l'algèbre linéaire aux étudiants en sciences économiques

HDIA Abdessatar

Institut Supérieur de l'Education et de la Formation Continue
Abdessatar.Abidi@fsjegj.rnu.tn

Résumé : Centré sur l'algèbre linéaire comme un des éléments importants du programme de mathématiques en économie, notre travail de thèse (en cours) traite la question de l'enseignement de ce savoir mathématique en rapport avec la particularité du contexte dans lequel il s'insère. Au cœur de notre travail, se trouve une étude clinique, dans une institution tunisienne de sciences économiques, qui tente de donner des éléments de réponses à cette question. Le travail envisagé s'organise autour de deux grands axes:

Dans un premier temps, il s'agit de dresser l'état des lieux des enseignements existants d'algèbre linéaire, d'abord au sein des cours de mathématiques et ensuite dans leur utilisation en économie.

Ce travail effectué, en prenant en compte les résultats des recherches didactiques sur l'enseignement de l'algèbre linéaire, nous nous proposons de tester l'effet d'une pratique interdisciplinaire au sein de cette institution.

Cette communication présente nos premiers résultats sur les rapports développés avec l'algèbre linéaire par les enseignants de mathématiques et d'économie dans cette institution, sur les praxéologies qu'ils mettent en œuvre lorsqu'ils font intervenir l'algèbre linéaire dans leurs cours, et sur les tâches qu'ils soumettent aux étudiants dans les devoirs et examens.

1- Introduction:

Les sciences économiques utilisent les mathématiques. Outre le fondement de formulations empiriques avec des variables économiques, l'usage des mathématiques se manifeste essentiellement dans les analyses économiques, dans l'étude des modèles économiques statiques élaborés et dans l'étude des systèmes dynamiques qui caractérisent les processus économiques. Ainsi, une part importante de l'économie utilise des modèles mathématisés. Travailler dans ces modèles suppose donc de solides bases mathématiques. C'est pourquoi l'enseignement des mathématiques représente une part importante (au moins dans les premières années) dans la plupart des formations à dominante économique de l'enseignement supérieur. Les contenus mathématiques qui constituent ces enseignements sont assez bien délimités et varient assez peu d'une institution à l'autre. Cependant, leur fonction (voir rôles et applications) par rapport au savoir économique est souvent peu connue des enseignants de mathématiques. De plus, la façon de présenter ces contenus à des étudiants dont la première préoccupation, dans une visée professionnelle, est dirigée vers l'économie reste problématique. Il

est clair qu'on ne peut enseigner les mathématiques dans un tel contexte sans prendre en compte de façon centrale leur rapport à ce que les étudiants savent et doivent apprendre de l'économie. Néanmoins, les organisations mathématiques et didactiques des enseignements de mathématiques obéissent à des contraintes internes à cette discipline et doivent, pour leur légitimité, rester sous le contrôle des mathématiciens.

Dans le cadre de notre activité d'enseignant de mathématiques dans une faculté d'économie, que nous nommerons l'institution « I » dans la suite, nous nous sommes confrontés aux faits suivants :

1. Il n'existe pas de documents officiels qui définissent le rapport institutionnel¹ que doivent entretenir enseignants et étudiants avec les objets de savoir mathématiques (Os) mis en jeu dans « I »,
2. Il n'y a pas de communication et de coordination, au sein de cette institution, entre les différents départements et entre les enseignants d'économie et ceux de mathématiques.

Cette situation nous a conduit à soulever la question de l'enseignement des mathématiques en rapport avec la particularité du contexte dans lequel elles s'insèrent. C'est à cette question que nous tentons de donner des éléments de réponse dans notre travail de thèse (en cours), en nous centrant sur un des éléments importants du programme de mathématiques en économie: l'algèbre linéaire².

2- Cadre théorique et méthodologique:

Le fait que notre réflexion ait comme fil conducteur la question de la particularité du contexte dans lequel s'insère le savoir mathématique en jeu, nous a conduit à soulever les deux questions suivantes :

- a. Quels sont les enseignements existants d'algèbre linéaire, au sein des cours de mathématiques mais aussi dans leur utilisation en économie ? La réponse

¹ Il s'agit du rapport qui précise "*ce qui se fait, dans I, avec Os, comment Os y est mis en jeu ; ou ce qu'est le destin de Os dans I*" (Chevallard, 1992).

² Ce domaine mathématique recouvre dans l'enseignement dans les institutions supérieures de sciences économiques, plusieurs notions variées correspondant à diverses problématiques. Par ailleurs, il est omniprésent en économie (microéconomie, macroéconomie, calculs financiers et comptabilité nationale).

à cette question nécessite de regarder la part de responsabilité laissée à l'étudiant dans la modélisation et dans la mise en œuvre de connaissances l'algèbre linéaire dans des problèmes issus de l'économie.

- b. Dans quelles mesures la pratique interdisciplinaire, dans cette institution, permet-elle un apprentissage fructueux des notions d'algèbre linéaire enseignées ?

Afin d'apporter des éléments de réponses à nos deux questions, nous avons orienté notre recherche selon les axes suivants :

- **Axe 1 :** Examen des rapports développés avec l'algèbre linéaire par les enseignants de mathématiques et d'économie dans l'institution « I »,
- **Axe 2 :** Etudes des praxéologies qu'ils mettent en œuvre lorsqu'ils font intervenir l'algèbre linéaire dans leurs cours, dans les exercices des TD et des tâches qu'ils soumettent aux étudiants lors des examens.

L'enjeu de ce premier travail est *de rendre compte du fonctionnement de l'enseignement de l'algèbre linéaire, dans cette institution, et de cerner les éventuels lieux de dysfonctionnement et leurs répercussions en termes de difficulté d'apprentissage.*

- **Axe 3 :** Elaboration et expérimentation d'un enseignement qui intègre des praxéologies "mixtes". Ce travail a pour but *de tester l'effet d'une prise en compte, à la fois, des résultats des recherches didactiques sur l'enseignement de l'algèbre linéaire et la particularité du contexte dans lequel s'insère ce savoir mathématique.*

Sur le plan méthodologique, nous nous inspirons, pour l'analyse des tâches prescrites, des exemples d'analyse de praxéologies mathématiques (Cf. Actes de l'U.E. de la Rochelle, juillet 1998) et de l'exemple fourni par Robert (1998, 183). De plus, nous retenons, pour l'analyse des textes d'exercices dont le traitement implique des éléments de d'algèbre linéaire, la grille qu'elle propose et qui regroupe cinq points à savoir : Les indications des concepts à utiliser (disponibles

ou mobilisables³), le caractère ouvert ou non, le degré de généralité, le degré d'implicite et le cadre de l'exercice. Enfin, pour l'évaluation des organisations mathématiques, nous retenons la grille proposée par Chevallard (Cf. Leçon 3, Actes de l'U.E. de la Rochelle, juillet 1998). Cette grille se compose de six critères répartis comme suit: les trois premiers sont réservés pour l'évaluation des types de tâches, le quatrième pour l'évaluation des techniques, le cinquième pour l'évaluation des technologies et le dernier pour l'évaluation des théories.

3- Méthodologie:

Dans un premier temps, nous avons soumis nos collègues à un premier questionnaire visant à cerner leurs points de vue sur l'échec remarquable de leurs étudiants dans les différents examens de mathématiques.

Ensuite, et dans le but de dresser un état des lieux des enseignements existants d'algèbre linéaire, d'abord au sein des cours de mathématiques et ensuite dans leur utilisation en économie, nous avons mis en place le plan de travail suivant :

- Etude de l'évolution, durant les six dernières années, de l'enseignement de l'algèbre linéaire dans cette institution,
- Analyse des manuels de référence, des notes de cours, des séries d'exercices, des textes des examens dans chacun des deux secteurs (Mathématiques et Economie) et d'un second questionnaire adressé aux enseignants d'économie.

L'enjeu de ce travail, qui s'inscrit du point de vue théorique dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique mise au point par Chevallard est double : Il s'agit d'une part, de déterminer les rapports officiels, dans chacune des deux disciplines, à l'algèbre linéaire au sein de cette institution, et d'autre part, de faire une analyse des différentes praxéologies mathématiques à l'œuvre en algèbre linéaire et dans les parties des cours d'économie utilisant des connaissances de ce domaine.

³-Nous rappelons qu'il s'agit de deux catégories de fonctionnement des connaissances. Elles ne seront pas observées en tant que telles, mais inférées des organisations mathématiques et

4- Quelques résultats:

➤ Concernant le premier questionnaire.

Certains enseignants consultés attribuent l'échec des étudiants à la formation initiale de ces derniers, d'autres font référence aux autres institutions tunisiennes des sciences économiques pour légitimer leur insatisfaction vis-à-vis du faible pourcentage de réussite. Enfin, la responsabilité des étudiants semble un "refuge" partagé par plusieurs enseignants. Quant au fonctionnement de l'enseignement des mathématiques dans cette institution, il apparaît comme "allant de soi" et ne peut être susceptible d'engendrer de difficultés d'apprentissage. Aussi, la spécificité de certaines notions enseignées, en particulier les notions d'algèbre linéaire, dont l'apprentissage est réputé difficile, est une dimension non retenue, pour ne pas dire ignorée, par les enseignants questionnés. Toutefois, ceux-ci s'accordent sur le fait qu'il n'est pas sûr que la mise en œuvre des connaissances mathématiques (savoirs et savoir-faire) dans des problèmes économiques aura lieu facilement.

➤ Concernant le second questionnaire.

Les enseignants d'économie au sein de « I » s'accordent sur l'importance pour leur discipline d'une bonne maîtrise de l'algèbre linéaire par les étudiants. Par ailleurs, leurs témoignages attestent que plusieurs étudiants sont incapables, dans diverses situations, de mettre en œuvre de l'algèbre linéaire dans des tâches d'économie. Face aux difficultés des étudiants qui s'inscrivent plutôt dans l'accomplissement d'une tâche, souvent algorithmique, que dans une démarche de compréhension globale permettant le va et vient entre les deux secteurs (Mathématiques et Économie), ces enseignants trouvent que seule la pratique de

didactiques. Les critères que nous retenons pour la distinction reposent sur les définitions de

l'interdisciplinarité qui suppose un travail préalable en équipe sur les contenus des deux disciplines, est susceptible d'apporter des remédiations pertinentes et fiables.

➤ **Concernant l'étude de l'évolution de l'enseignement de l'algèbre linéaire**

Conformément au régime des études en économie⁴, l'enseignement des mathématiques s'étale, dans cette institution, sur les deux années du premier cycle. Les notions d'algèbre linéaire sont réparties sur deux modules semestriels (Maths II et Maths III) à raison de trois heures de cours magistral et une heure et demi de travaux dirigés par semaine.

Durant les six dernières années universitaires, qui correspondent à l'âge actuel de notre institution, le cours d'algèbre linéaire du module « Maths II » a été assuré successivement par deux enseignants. L'examen des notes des différents cours et des séries d'exercices proposés en TD montre que le programme d'algèbre linéaire de ce module a connu durant cette période des transformations. Afin de rendre compte des motifs conduisant à ces transformations, nous avons réalisé un entretien avec chacun de ces enseignants. L'analyse de ces deux entretiens nous a permis de mettre en évidence une divergence dans leurs rapports à l'objet de savoir "algèbre linéaire", qui portent à la fois sur leurs connaissances des besoins économiques en algèbre linéaire et sur les critères retenus pour la mise en place du programme enseigné. Par contre, la pratique de l'interdisciplinarité est sollicitée par ces deux enseignants.

Par ailleurs, le cours d'algèbre linéaire du module « Maths III » a été assuré successivement par quatre enseignants. Si les notes du cours des quatre enseignants ainsi que les séries d'exercices proposés en TD témoignent d'une stabilité au niveau du programme, ce dernier apparaît presque identique au programme d'algèbre linéaire dispensé pour les étudiants scientifiques. Ceci nous conduit à conclure que la spécificité du contexte dans lequel s'insère l'algèbre linéaire est une dimension négligée par ces enseignants.

Concernant les praxéologies mathématiques

Un examen des huit ouvrages de mathématiques, mentionnés dans la bibliographie du polycopié du cours de « Maths II », nous a montré que la mise en œuvre de l'algèbre linéaire pour produire de l'économie est une question très peu traitée : un seul auteur prend en charge la question évoquée.

En effet, les tâches traitées au niveau des cours des deux modules ou proposées au niveau des TD restent internes aux mathématiques. Si au niveau du module « Maths III », les éléments technologiques et théoriques sont présents dans les organisations mathématiques à l'œuvre, elles ne le sont pas au niveau du module « Maths II ». De plus, une étude des textes d'exercices des TD et ceux des examens met en évidence une tendance vers l'apprentissage de techniques de résolution de tâches internes aux mathématiques et souvent algorithmiques. Enfin, la mise en œuvre de l'algèbre linéaire pour faire de l'économie est une dimension non prise en charge par cet enseignement.

4- En guise de conclusion

Au vu de nos premiers résultats, nous voyons que les enseignements d'algèbre linéaire, dispensés au sein de « I », insistent sur des tâches algorithmiques et internes aux mathématiques en dépit de la connaissance en profondeur des notions et concepts en jeu. De tels enseignements ne favorisent pas un apprentissage permettant l'utilisation, à bon escient, de l'algèbre linéaire en économie.

Par ailleurs, les rapports au savoir en jeu développés par les enseignants d'économie et de mathématiques semblent conditionnés, à la fois, par la réussite aux examens et par la transparence culturelle qu'ont, pour ces enseignants, les nombreuses notions et tâches susceptibles d'être proposées aux étudiants dans le cadre de l'algèbre linéaire.

Enfin, les enseignants (d'économie et de mathématiques) questionnés s'accordent sur le fait que l'élaboration de "*praxéologies mixtes*", qui feront l'objet d'un

⁴- Cf. Régime des études en économie et gestion, Ed. Centre de publication universitaire, Tunis 1997.

apprentissage ou d'un entraînement systématique, est un travail indispensable à prendre en charge par tous ceux qui sont impliqués dans la formation des étudiants en sciences économiques.

Bibliographie :

- Artaud M. (1993) : *La mathématisation en économie comme problème didactique - Une étude exploratoire*, Thèse de doctorat de l'Université d'Aix Marseille II.
- Artaud M. (1997) : Introduction à l'approche écologique du didactique : l'écologie des organisations mathématiques et didactiques, in *Actes de la 9^e école d'été de didactique des mathématiques*, pp. 101-139, Orléans.
- Artaud M. (2001) : A propos du rapport aux mathématiques en économie, in *Séminaire des mathématiques et sciences humaines*, pp. 27-47, Publication n°25 de l'IREM de l'Académie d'Aix Marseille, année 2002.
- Brousseau G. (1986) : Fondement et méthodes de la didactique des mathématiques, *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 7/2, 33-115.
- Chevallard Y. (1992a) : Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique, *Recherches en didactiques des mathématiques*, vol. 12/1, 73-112.
- Chevallard, Y. (1992b) : Le concept de rapport au savoir. Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel. *IREM d'Aix-Marseille séminaire n° 108*, 211-235.
- Chevallard Y. (1995) : La fonction professorale : Esquisse d'un modèle didactique, in *Actes de la 7^{ème} école d'été de didactique des mathématiques*, 22-31 août 1995, Clermont-Ferrand, pp. 83-122, Ed. IUFM Arras et Didirem Paris 7.
- Chevallard Y. (1998) : Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : la notion d'organisation praxéologique, *Actes de l'Université d'été de la Rochelle*, juillet 1998.
- Chevallard Y. (1999) : L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique de didactique, *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 19/2, 221-265.
- Dorier J. L. (1991) : Sur l'enseignement des concepts élémentaires d'algèbre linéaire à l'université, *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 11/2.3, 325-364.
- Dorier J. L. (1993) : une expérience de niveau 'méta' visant à changer le rapport aux mathématiques d'étudiants en sciences économiques, in *Actes de la 7^o école d'été de didactique des mathématiques*, Clermont-Ferrand, pp.84-89, Ed. IREM de Paris 7,
- Dorier J. L. (1993) : premières approches pour l'étude de l'enseignement à l'université de l'algèbre linéaire, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, vol. 5, pp.95-123, IREM de Strasbourg,.
- Dorier J. L. et Jacquet M. G. (1996) : *Mathématiques pour l'économie et la gestion*, Gualino éditeur, Paris.
- Dorier J. L. (1997) : *L'algèbre linéaire en question*, La Pensée Sauvage Editeur, Grenoble.
- Dorier J. L. (1998) : Etat de l'art de la recherche en didactique des mathématiques à propos de l'enseignement de l'algèbre linéaire, *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 18/2,191-230.

- Robert A. (1998) : Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université, *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 18/2, 139-190.
- Rogalski M. (1990) : Enseigner des méthodes en mathématiques, in *Enseigner autrement les mathématiques en DEUG A première année, brochure de la Commission Inter-IREM Université*, Ed. IREM de Lyon.
- Schneider M. (2001) : Praxéologies didactiques et praxéologies mathématiques à propos d'un enseignement de limites au secondaire, *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 21/1.2, 7-56.
- Simon C. P. et Blume L. (1994) : *Mathématiques pour économistes*, Traduction française, Collection Ouvertures économiques, Série Prémisses, Ed. De Boeck Université, 1998.